УДК:51.7:511.48:004.9

ИННОВАЦИОННАЯ МАТЕМАТИКА: ПОИСК ОСНОВАНИЙ И ОГРАНИЧЕНИЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕАЛЬНОСТИ

Черкашин Александр Константинович
Д.г.н., профессор, главный научный сотрудник, зав. лабораторией теоретической географии,
Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН
664033, г. Иркутск, ул. Улан-Баторская 1, e-mail: akcherk@irnok.net

Аннотация. Обсуждается проблема использования математических знаний для моделирования реальных процессов и явлений через сравнение особенностей числовых систем с закономерностями строения и развития систем наблюдаемого мира. Определяются основания и ограничения моделирования в процедурах формализации концептуальных построений и содержательной интерпретации математических формул. Познавательная процедура перехода от абстрактного к конкретному знанию описывается как метатеоретическое преобразование знаний, связанное с появлением нового качества числовых систем, новых информационных слоев на старых базах числовых точечных множеств. Показано, что описание новых конкретных ситуаций требует более сложных и абстрактных математических построений.

Ключевые слова: инновационное математическое знание, сравнение реальных явлений с числовыми множествами, монады и эпимонады скрытого знания, развитие систем по схеме строения гипердействительных чисел.

Цитирование: Черкашин А.К. Инновационная математика: поиск оснований и ограничений моделирования реальности // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2019. № 2 (14). С. 69–87. DOI: 10.25729/2413-0133-2019-2-07

Введение. По характеру решаемых задач разработка и использование математических технологий близка к проблематике создания инновационной математики. Инновационное в математике понимается разным способом как результат творческого процесса по получению нового математического знания (формулировки аксиом, доказательства теорем), но в основном в прикладном плане в связи с использованием возможностей математики при моделировании, проектировании, в организации и совершенствовании образования. С этой стороны интересна деятельность European Consortium for Mathematics in Industry, обеспечивающей подготовку кадров, создание исследовательских групп и новых способов продуктивных контактов между представителями промышленности и прикладной математики из академического сообщества [28]. Важнейшей задачей является обработка больших массивов данных с использованием математических, численных и статистических методов анализа и моделирования, современных программных средств. Проводятся тематические конференции и издается *Journal of Mathematics in Industry*, представляющий результаты исследований по индустриальной математике – совокупности методов математического моделирования и вычислительных технологий нового поколения, применяемых в инженерной практике и в экономике.

Исследования, связанные с индустриальной и инновационной математикой, развиваются во всем мире, в том числе в российских академических институтах и ВУЗах, где издаются соответствующие журналы. В Иркутском госуниверситете сформирован образовательный профиль «Инновационная математика и компьютерные науки». Основное внимание уделяется разработке и обучению методам математического моделирования, преобразованию исходной информации и проведению вычислительных экспериментов. Это в основном задачи прикладной математики, предполагающей создание формальных моделей и их разностороннего анализа математическими средствами, т.е. реализация перехода от содержательной проблемы к ее математическому решению. Вместе с тем на этом пути постоянно возникают проблемы теоретического обоснования методов моделирования, правильности выбора формальной модели для решения поставленной задачи, т.е. проблемы перехода от абстрактного математического знания к конкретным моделям и решениям на их основе.

В статье рассматриваются три уровня организации сложных систем (комплексов), однозначно соответствующих множествам целых, действительных (ДЧ) и гипердействительных чисел (ГДЧ). Общими для всех уровней являются индукция и дедукция линейного порядка разной сложности в реальных комплексах. На уровне целых чисел порядок проявляется в дискретной организации пространства и времени, идентификации, типологии и классификации систем и индексации их моделей. Сравнение с действительными числами выделяет в комплексах свойства непрерывных, индуктивных, гомотопических, ограниченных и измеримых систем. Эти особенности сохраняются и в системах, подобных ГДЧ, но на этом третьем уровне просматриваются новые качества, связанные с нестандартной частью ГДЧ – монадами и эпимонадами потенциалов изменчивости (непересекающихся слоев расслоения ГДЧ на базе ДЧ). Элементы содержательной монадологии проявляются разным способом в различных науках: философии, истории, биологии, географии. Это особое направление связано с исследованием реакций на влияние бесконечно малых величин (нестандартный анализ, инфинитезимальные преобразования), проявлением неявленных сущностей (онтологий). Эпимонады находятся в синкретическом состоянии с сочетанием разнородных начал в одной нерасчлененной системе. Членение инфинитезималей по принципам гомотопического положения в итоге должно порождать различные модели действительности. Нестандартные элементы наделены фундаментальными свойствами: разрывные, неопределенные, случайные, хаотические, эфирные, сингулярные, тривиальные, критические и т.д. Развитие реальных систем идет по схеме перехода от замкнутых нестандартных элементов (монад) формального тождества к тождеству противоположностей открытых дискретных пространств.

1. Основные понятия. Философский метод восхождения от абстрактного к конкретному вначале предполагает поиск главных системных связей изучаемого объекта, а затем выявление того, как эти связи видоизменяются в различных условиях, когда открываются новые отношения, и таким путём отображается сущность изучаемого объекта [7]. Метод предполагает движение от абстрактных теоретических знаний к системе конкретных знаний через обобщающий синтез знаний логическим путём. Создание абстрактной теории избавляет от необходимости изучения каждой индивидуальной ситуации, но требует наличия правил применения ее чистых знаний к особенностям индивидуального случая. Эта проблема близка к задачам историко-географического синтеза, когда приходится использовать данные и знания из различных источников для объяснения особенностей местоположения и события. Однако этот метод восхождения не тождественен аксиоматическому методу дедукции знаний из базовых понятий и законов по нисходящей линии дедуктивного вывода (рис. 1). Задача метода восхождения напротив состоит в выявлении обобщенных метасистемных связей, в соответствии с которыми в чистом виде выводятся сами исходные понятия и утверждения, и как они преобразуются в определённых условиях при конкретизации знания.

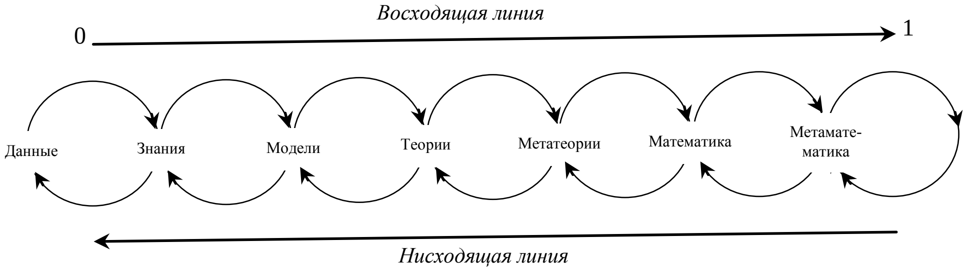

Рис. 1. Схема связи метауровней научной информации по восходящей линии индуктивного синтеза знаний (от конкретного к абстрактному) и нисходящей линии дедуктивного вывода - анализа

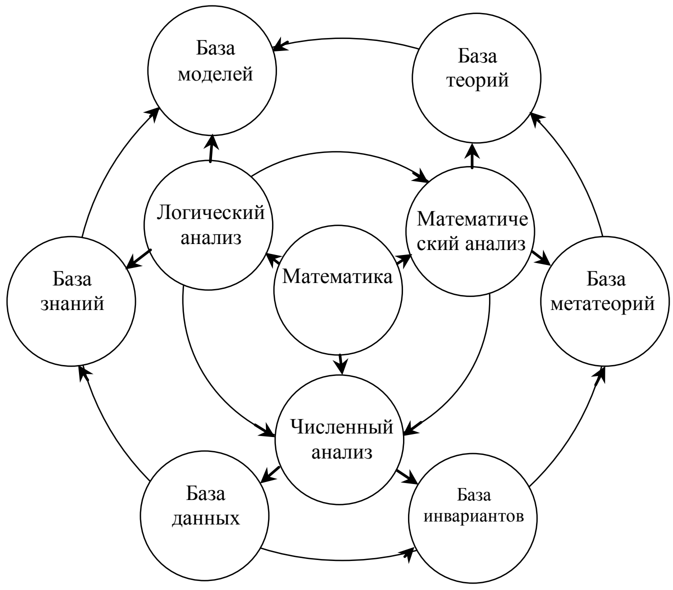

Рис. 2. Концептуальная схема связи метауровней научной информации вокруг математического знания, организованная процедурами математического, статистического и логического анализа

Смысл метода восхождения состоит в метасистемном переходе на новый метатеоретический уровень организации научной информации. Сходным образом происходит индуктивное восхождение от первичных конкретных данных к абстрактному чистому знанию в процессе математического моделирования и построения теорий – формализации знаний. Аксиоматический метод реализует обратный нисходящий переход от теории к практике. В итоге проявляется разноуровневый и разнонаправленный инновационный процесс движения мысли (рис. 1) с иерархической структурой, в котором на различных уровнях повторяются идеи конкретной и абстрактной организации знания. Восхождение от абстрактного теоретического к конкретному метатеоретическому знанию –

переходный процесс второго уровня. Переход третьего уровня приводит к абстракциям математики и далее на следующем уровне конкретизации - к конкретным формальным правилам использования математических результатов. Дедуктивное движение в обратном направлении с выводом новых объяснительных знаний определяется процедурами инновационной математики во всех формах ее проявления, включая учет естественных ограничений.

На рис. 2 показаны инновационные связи математического знания с информационными уровнями научной информации, опосредованные математическими методами и вычислительными алгоритмами анализа [22]. В этой коммутативной диаграмме объединяются знания и умения в формальную онтологию вывода новых утверждений. Оборачивание стрелок в диаграмме моделирует процесс индуктивного восхождения от частного к общему через типологию, идеализацию и формализацию информации.

Основная идея «восхождения» в приложении к математике состоит в том, что описание более конкретных ситуаций требует все более сложных обобщающих глубоко формализованных и абстрактных математических структур. С другой стороны, не всякое выводимое в математике знание истинно в смысле объективного существования и проявления формализованный связей, и для конкретизации знания по нисходящей линии требуется на каждом уровне вводить определенные ограничения.

Соответственно верен философский постулат, что абстрактной истины нет и что истина всегда конкретна. Конкретное – это результат теоретического рассмотрения предмета, а не его исходный эмпирический пункт. Двигаться от абстрактного к конкретному - это значит двигаться от понимания простого к пониманию сложного, т.е. целостности его многочисленных разнокачественных частей [8]. К. Маркс [17, с. 214] оригинально определяет конкретное, конкретность как «единство многообразного» в форме единства разнообразных определений, связанных в систему категорий и отражающих разные стороны исследуемого объекта во всестороннем знании о нем. Такое понимание близко к математическим формам теории расслоения на многообразиях, широко использующейся при разработке теоретических положений физической науки [3, 20]. При этом через расслоение происходит удвоение координатного пространства исследования, в котором исходно пересекающиеся слои становятся независимыми и функционально связанными как противоположности.

Сформировавшаяся метасистема и есть единство многообразия слоев. Этот пример показывает, что математическое знание развивается параллельно философскому и специальному знанию. Математика в этой ситуации по-новому объясняет логические причины появления противоположностей, их единства и тождества, дает для них формальное выражение знаний. Но главное здесь не само знание, а методы получения новых знаний. Инновационная математика порождает новые фундаментальные знания путем введения естественных ограничений на действие ее формул. Это позволяет формировать новые модели, методы и алгоритмы для математических и информационных технологий [23].

1.1. Расслоенные множества. При исследовании реальности сложные объекты, процессы и явления постоянно приходится сравнивать с элементами числовых множеств и систем, ограничения абстрактных свойств которых дает конкретные знания о действительности. Числовые множества (системы) - это множества натуральных (N), целых (Z), рациональных (Q), вещественных действительных (R), комплексных (C) и других видов чисел вместе с определёнными над соответствующими множествами алгебраическими операциями и часто с заданными на множестве отношениями линейного порядка [14,19]. В числовых системах предполагается также наличие определенного способа символической записи чисел и системы счисления, например, двоичного или десятичного кода, десятичных дробей.

Простейшая числовая система - множество натуральных чисел N = (1,2,3…), применяемых в процессе порядкового счета, сложения-вычитания и умножения-деления нацело. На множестве N разрешимы уравнения связи чисел вида $a+x=b$ и $a{\cdot}x=b$ с неизвестным значением $x\in N$, величина которого определяется по a и b. В общем случае решения этих уравнений находятся соответственно на множествах целых и рациональных чисел. Таким образом, расширение числовых множеств связано с разрешимостью алгебраических уравнений, а ограничения операций с этими уравнениями приводят к сужению множеств и возможностей счета.

Геометрически числовая система представляется в виде числовой прямой или числовых осей. Элементы множеств N, Z, Q, R однозначно ложатся на числовую прямую, образуя линейный порядок $x>y$. Линейное представление позволяет рассматривать более полные множества как результат развертки или удвоения, выраженные через прямое произведение $N{\times}N\rightarrow Z$, $Z{\times}Z\rightarrow Q$, $R{\times}R\rightarrow C$. Например, полуось N путем поворота вокруг 0 формирует числовую ось Z, что формально означает: для всех $x,y\in N$ имеем $x - y=z\in Z$. Аналогично для всех $x,y\in Z$ и $y\neq 0$ получаем $x/y=z\in Q$, для всех $x,y\in R$ имеем $x+yi=z\in C$. Числовые множества обладают групповыми свойствами $Z{\times}Z\rightarrow Z$ перевода этого множества в себя прямыми и обратными операциями сложения и умножения с единицей группы соответственно 0 или 1.

Расслоение в математике - это отображение $\pi{:}X\rightarrow B$, обратное которому $\pi^{-1}{:}b\rightarrow X$ развертывает элементы $b\in B$ в X в виде слоев X_b. В расслоении участвуют множество расслоения $X=\{x\}$, множество базы расслоения $B=\{b\}$, проекция расслоения π. Обратная проекция π^{-1}: $B\rightarrow X$ превращает X в результат расслоения – расслоенное множество $Y = \{X_b\}$ (фактор-множество X/b), где $X_b\in X$ и $X_b\in Y$ – слой X_b над элементом базы $b\in B$ в X, и $Y= X_0{\times}B$ (X_0 – типовой слой). Каждый слой X_b объединяет элементы множества X в класс эквивалентности по признаку b. Иными словами, расслоение множеств – это сортировка их элементов по заданным эталонам, например, типизация живых организмов по биологическим видам.

В частности, расслоением $\pi{:}Z\rightarrow B$ является разделение множества Z на классы вычетов Z_b – непересекающиеся подмножества целых чисел $a\in Z$, сравнимых с $b\in B$, $b\in Z_b$ по модулю m: $b\equiv a$ (mod m), т.е. $a=b+mt$, где m,t –целые числа, $m>0$. Например, отображение π типа свертки (суммы цифр) числа 238 равно $\pi(238)=2+3+8=13=\pi(13)=1+3=4$, т.е. $4\equiv 238$ (mod 9) - число 238 сравнимо по модулю 9 с однозначным числом 4 (остаток деления 238 на 9). Здесь база расслоения $B=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, причем (0=9 mod 9). Типовой слой $b=0$ – множество чисел X_0 = (…-9, 0, 9, 18, 27, 36,…,9t,…). Множество X_0, очевидно, равномощно множеству Z, как и все остальные слои X_b расслоения $\pi{:}Z\rightarrow B$. Произведение $Z=X_0{\times}B$. Существенно, что в таких построениях элементы базы $b\in B$ одновременно являются элементами соответствующего слоя $b\in X_b\subset X$, т.е. через эти элементы базы, слоя и пространства расслоения соприкасаются. Это свойство постулирует важный теоретикомножественный принцип – аксиому выбора: для произвольного множества попарно непересекающихся непустых множеств X_b существует по крайней мере одно множество B, которое содержит точно один элемент $b\in B$, общий с каждым из непустых множеств $b\in X_b$.

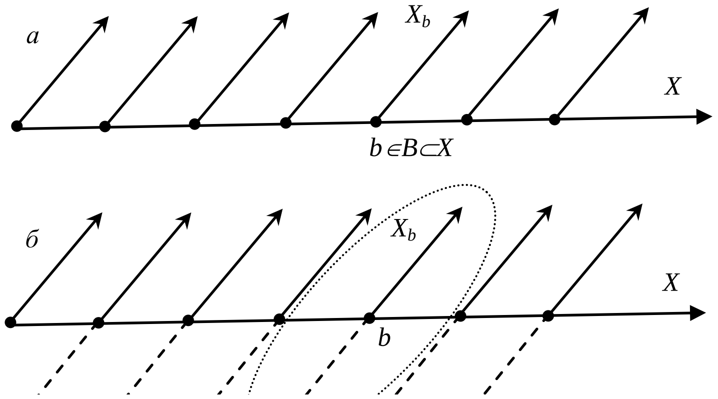

Рис. 3. Расслоенная структура числовых систем: *а* – односторонняя, *б* – двусторонняя

Другой важной формой расслоения $\pi{:}Z\to B$ является разделение целых чисел на десятки, т.е. деление на 10 с остатком $x = z \bmod 10$ ($z\in Z$, $x\in X_b$): $z=10b + x$, где $b = z$ div 10, $b\in B$ - неполное частное от деления z на 10. В частности, $8 = 238 \bmod 10$, $23 = 238$ div 10. Здесь база $B \equiv Z$, а слой X_b состоит из чисел остатков $X_0 =\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, «приклеенных» к числу $10b$ в точке $x=0$ и продолжающих его до числа $10(b+1)$ исключительно: 10, 11, 12,..,19 ($b=1$). Таким образом формируется расслоенная односторонняя структура числовой системы X (рис. 3а), которая соответствует разбиению множества целых чисел на классы (десятки). Понятно, что с изменением b слой преобразуется в слой, в частности, в типичный слой: $X_b\to X_0$ при $b\to 0$. При этом сохраняется индивидуальное качество каждого слоя, определенное содержанием элемента $b\in B$.

Слой X_b соответствует стрелке, начинающейся с позиции $b=X$ div 10 и заканчивающейся в позиции $X=10b+9$ в проекции на числовую ось X. Слои X_b реально в виде стрелок и в проекции, не пересекаются. В двусторонней структуре (рис. 3б) слои продолжаются в противоположном направлении и в проекции занимают область $X_b =10b\pm 9$, пересекаясь, хотя такие слои X_b рассматриваются всегда как пространственно независимые и могут в этом качестве распространяться неограниченно в обе стороны. Так вводится дополнительная координатная ось на плоскости $Y= X_0\times B$. Однотипные элементарные числа из X_b заполняют пространство между десятками подобно тому, как мелкие деньги уточняют индивидуальную цену товара, выраженную приближенно крупными купюрами b. Мелочь используется в любом количестве по обе стороны уточнения ценности купюры: и на оплату (+) и на сдачу (-).

Так последовательно формируется десятичная система счисления по целочисленному основанию 10, в которой каждая цифра $b\in X_b$ соответствует определенному разряду 10^n порядка n, например, $238=2\cdot 10^2+3\cdot 10^1+8\cdot 10^0$. В итоге расслоение Z также осуществляется по индексу позиции n цифры в целом числе. Таким образом, образуется своеобразная иерархическая классификация чисел, в которой каждый уровень соответствует порядку n цифр, и на каждом уровне имеется линейный порядок (слой) элементарных чисел b от 0 до 9, к которым прикрепляется новый слой таких чисел. В десятичном числе это соответствует приписыванию справа или слева новой цифры. Наглядно это можно выразить с помощью десятичной дроби r=0,238=238/10^3, которая получается делением целого числа на его максимальный разряд, в данном случае - число 10^3 всех трехзначных чисел. Добавление новой цифры справа уточняет значение десятичной дроби, изменяющейся в интервале (-1, 1).

Аналогичным образом более сложные числовые множества можно представить, как расслоенные на базах более простых, в частности, $\pi:R\to Z$, где каждому целому числу $b\in Z$ соответствует открытая окрестность X_0=[0, 1) – типовой слой вещественных чисел R. В данном случае отображение π определяет целую часть [x] числа $x\in R$, а X_0 – его дробную часть $X_0=\{x\} = x - [x]$. Слой X_b продолжает число b вправо по числовой прямой и представлен действительными (рациональными, алгебраическими и трансцендентными) числами из интервала разбиения $X_b=[b,b+1)$. Такие слои X_b в проекции на числовую ось R не пересекаются (рис. 3а). Таким образом, получаем $R=X_0\times Z$ – числовое множество действительных чисел. Все элементы x слоя X_b связаны с одним элементом базы b – $x\in X_b=[b,b+1)$, т.е. каждое число $x\in R$ свертывается к ближайшему целому числу b (округляется в меньшую сторону). Числа x разных слоев X_b сравнимы по одинаковой величине их дробной части, т.е. по положению в типовом слое $X_0=[0,1)$, связанном с единичным отрезком $I=[0,1]$, к которому естественно трансформируется любой отрезок числовой прямой, имеющий минимальное и максимальное значения: $y=(x-x_{\min})/(x_{\max}-x_{\min})$. Обратной операцией слой $X_b=b+[0,1]$ неограниченно распространяется в разных направлениях $x\in[x_{\max}, x_{\min}]$, в частности, $x\in[-1, 1]$ (рис. 3б).

При расслоении $B\to X_0\times B$ происходит удвоение множества или пространства B, что можно интерпретировать как прогноз или изобретение нового, что, например, произошло, когда к волоку (саням) B присоединили колеса X_0: получилась телега и далее все ее транспортные производные. Комплексные числа $x=x+yi$ получаются путем удвоения действительных чисел $C=R\times R$, гиперкомплексные кватернионы – удвоением комплексных, октавионы – удвоением кватернионов по процедуре Кэли-Диксона [10]. По аналогии формируются многомерные пространства независимых координат $x=\{x_i\}$ (i=1,2,3…n), например, четырехмерное физическое пространство-время.

В комплексных числах и многомерных пространствах $x\in X$ теряется линейный порядок чисел, который восстанавливается при введении гладких функций $F(x)\to R$, отображающих значения координат $x=\{x_i\}$ векторного пространства $X=R^{\mathrm{n}}=R\times R\times R\times\ldots$ (n– раз) в линейно-упорядоченное пространство R. Это происходит подобно тому, как среднее арифметическое значение становится представителем множества близких к нему чисел. В итоге пространство X расслаивается на множестве значений функции $\pi:X\to F(x)\in R$. Геометрически $F(x)$ соответствует многомерной поверхности (многообразию точек), на которой можно задать путь $s:I\to F(x)$ с точками начального $s(0)$ и конечного положения $s(1)$. Функции $\Phi(x,s)\in F(x)$ вдоль этого пути являются гомотопически эквивалентными, т.е. непрерывно изменяются в зависимости от положения s: $\Phi(x,s):I\times X\to R$. В общем случае под $\Phi(x,s)$ можно понимать любые математические структуры, связанные с многообразием $F(x)$, в частности, с касательными слоями $X_b\subset X$ в точках $b\in\Phi(x,s)\subset F(x)$ локального положения s с координатами $x=\{x_i\}$. Поскольку возможны разные виды функций $F(x)$, то в качестве многообразия в математике обычно рассматривается само пространство X с индуцированной касательным расслоением векторной структурой [23].

1.2. Аксиоматические основы реальности. Главная гипотеза теоретико-множественного моделирования состоит в том, что числовые системы соответствуют системам реального мира, в чем были уверены математики прошлого и о чем думают современные представители математической науки, когда рассуждают о создании эффективных средств обработки огромных массивов информации. «Всё есть число» - считал древнегреческий ученый Пифагор. Сегодня в физике квантовые числа однозначно и полностью определяют свойства элементарных частиц и атомов.

“Под прикладной теорией множеств я понимаю то, что обычно называют учением о природе или космогонией..,” – писал Г. Кантор [9,с. 247]. Это послужило поводом считать математику естественной наукой, предназначенной для изучения реального мира [24]. Подразумевается существование связи между множествами чисел и реальностью, но эта связь неоднозначная. “Понятие множества, – писал Ж. Матерон в работе по геостатистике [18, с.19], – слишком широко, чтобы его можно было применять, как оно есть, к физической реальности”. Необходимо вводить объективные ограничения на множествах чисел, чтобы соответствовать действительному положению дел.

Разноуровневые множества связаны булеаном Р(A)= 2^A – это множество всех подмножеств (частей) множества A; мощность (число частей) Р(A) больше мощности A. В частности, ω_1 = Р(ω_0) – мощность континуума ω_1 больше мощности любого счетного множества ω_0 [1]. Г. Кантор установил взаимно-однозначное соответствие между множеством континуума действительных чисел и множеством точек на любом отрезке прямой, включая единичный отрезок I=[0,1].

Для создания содержательной научной теории необходимо существующему множеству (системе) всех реальных элементов сопоставить числовое множество с присущими ему свойствами. Если такая универсальная Мир-система S однозначно сравнивается с ограниченным сверху и снизу счетным множеством целых чисел $Z_0 \leftrightarrow S$, то следует полагать: мир S конечен, квантовано и иерархически устроен, линейно упорядочен. Этим обусловлена возможность типизации (расслоения) и классификации систем. Пример - линейная упорядоченность по заряду ядра атомов химических элементов в системе Д.М. Менделеева. Это позволяет осуществить инновационную процедуру: операции с объектами заменить операциями с числами, что дает возможность делать логические выводы в онтологиях знаний, основанных на естественных классификациях.

Принцип континуума устройства мира противоположен принципу атомизма и квантования в структуре мироздания. В этом случае огромное число элементов S комбинируются разными способами в системы универсального множества $\boldsymbol{S}$=Р(S) – множества всех подмножеств S. Универсальное множество $\boldsymbol{S} \leftrightarrow I$ ставится в соответствие точечному множеству мощностью континуума, представителем которого является множество действительных чисел отрезка I=[0,1]. Из аксиомы $\boldsymbol{S} \leftrightarrow I$ следует линейная упорядоченность всех систем из $\boldsymbol{S}$. Это означает, что системы реальности вытягиваются в непрерывную цепочку частей универсального целого $I(\boldsymbol{S})$, мало отличающихся друг от друга по положению на I. Аксиома в соответствии со свойствами континуума I=[0,1] влечет за собой линейную упорядоченность всех подсистем $\boldsymbol{S}$, которые образуют непрерывную, индуктивную, гомотопическую, ограниченную и измеримую систему – комплекс [25].

1.3. Разрывные функции в науке. Закономерен вопрос: существуют ли множества более высокой мощности (научно-информационной емкости), чем мощность континуума поля вещественных чисел? В разнообразии числовых систем найти такие множества непросто. Например, множество всех точек n-мерного непрерывного пространства при любом n имеет мощность континуума. Множество всех непрерывных функций $f(x)$ также обладает мощностью континуума. Множество большей мощности получается только для разрывных функций самого общего вида, когда с каждой точкой x сопоставляется произвольное значение функций $f(x)$, никак не связанное с соседними значениями функции $f(x+dx)$ [11, с. 369].

В частности, на графике функции $y=1/x$ в начале координат $x=0$ имеется два значения $y=\infty$ и $y=-\infty$: при $x\to 0$ справа ($x=+0$) и при $x\to 0$ слева ($x=-0$). Получается, что единый ноль определяет два значения $x=\pm 0$, имеющих смысл ненулевых бесконечно малых (инфинитезимальных) ориентированных постоянных величин $\varepsilon=dx$. Элементы ε не обладают свойствами действительных чисел R и их добавление $x+\varepsilon$ расширяет поле $x\in R$ до поля гипердействительных чисел $*R$, где можно делить на 0. В точках $x=0$ имеется разрыв (второго рода) функции $y=1/x$ со значениями $y(0)=\pm\infty$, и такое значение $y(x)$ численно неопределенно, система имеет сингулярное свойство – отдельного, одиночного, единичного.

В общем случае рассматривается счетное множество независимых координат $x=\{x_k\}$, пересекающихся в начале системы координат $x=0$. Набор значений координат разного измерения для каждого объекта задает точку в многомерном пространстве континуума. При уменьшении расстояния от точки до начала координат значения x_k приближаются к 0, имеющему индивидуальный смысл по каждому направлению $\varepsilon=\{\varepsilon_k\}$ в силу различия единиц измерения:+0 килограммов отличается от +0 метров. В бесконечно малой окрестности точки $x=0$ различия ε_k снимаются, но подразумеваются всякий раз, когда начинают откладывать измеренное значение x_k по соответствующей координате ортонормированной базы. Получается, что сложный объект можно первично разместить в простой линейной системе измерений; в развернутой системе измерений такой объект будет восприниматься в виде сечения, следа или проекции в слое. Точка $x=0$ отличается от всех остальных точек координируемого пространства. Аналогично получается в системе сферических (географических координат), где в точках южного и северного полюсов пересекаются все меридианы, и в этих точках теряет смысл понятие «долгота», который опять восстанавливается уже при малых ε отклонениях от полюса. В качестве начала отсчета можно принять любой идеальный объект, например, характеристики равнинной географической фации зонального типа $x=0$, и размещать вокруг нее остальные фации ландшафта по направлениям ε_k малого видоизменения факторальных характеристик местных геосистем.

Проблема влияния малых показателей ε широко обсуждается в разных областях науки, например, положительное влияние экстремальных факторов и условий на функционирование систем или полезные воздействия малых концентраций вещества на организм. В частности, эффект яровизации проявляется в физиологической реакции растений на низкие температуры и вызывает адаптацию к сезонным изменениям умеренного климата. Сильно разведённые препараты используются в гомеопатии. Они вызывают у здоровых людей симптомы, подобные симптомам болезни пациента. Концепция лечения основана на принципе исцеления «подобного подобным» при воздействии малыми дозами. Вещество, способное в больших дозах вызывать определенные симптомы в организме, в малых дозах эффективно лечит и снимает похожие симптомы. Гомеопатия методически близка к вакцинации – введению небольшого количества антигенного материала с целью вызвать иммунитет к болезни, который предотвратит заражение или ослабит его отрицательные последствия. При активной вакцинации микроорганизмы либо инактивированы (убиты), либо заметно ослаблены. В биологических популяциях высокие показатели роста и размножения приводят к повышенной конкуренции и смертности, но и почти нулевой рост означает скорую гибель сообщества. В экономике ценность определяется степенью полезного результата - удовлетворения потребностей: первый небольшой глоток воды производит наибольший эффект при утолении сильной жажды.

Критические явления изучаются на примере бифуркаций, что означает всевозможные качественные перестройки (трансформации, метаморфозы) систем при малом изменении параметров ε. Например, функция $y(x)=y_0\exp(\varepsilon x)$ – решения уравнения $dy/dx=\varepsilon y$ – гомотопически зависит от малого параметра ε, положительное значение которого соответствует экспоненциальному, близкому к линейному росту кривой $y(x)$, а отрицательное – постепенному снижению y до нуля (тривиальному решению уравнения). При $\varepsilon=0$ функция $y(x)=y_0$ имеет неизменное значение. Величина $y(0) = y_0$ выделяет точку бифуркации – критическое состояние системы, при котором она становится неустойчивой относительно флуктуаций (малых случайных изменений) параметров ε: станет ли состояние системы хаотическим или она перейдёт на новый уровень порядка. Точка бифуркации имеет несколько ветвей развития событий (аттракторов), по одному из которых пойдёт развитие системы. Однако невозможно предсказать, какой новый аттрактор займёт система. Существование системы в точке бифуркации носит кратковременный характер и разделяется более длительными устойчивыми режимами системы. Множество тривиальных точек $y=0$ формируют сингулярное пространство, в котором невозможно выделить отдельные сингулярные точки в силу отсутствия у них пространственной размерности и измерительной определённости, многозначности и индетерминированности.

В математике есть понятие «тривиальные решения» - обособленные решения, как правило, очевидные, простые. Тривиальные решения уравнений, тривиальные преобразования функций – это все, что похоже на "нуль", не представляет ничего "нетривиального". Основная задача научно-технических исследований – поиск нетривиальных решений, позволяющих хотя бы «на шаг» оторваться от первобытного, коренного состояния, начать развиваться. Тривиальный – значит простой, не обладающий сложностью, первоначально общепонятный, общепринятый, доступный на элементарном уровне знания. Этимология этого слова берет начало в латинском языке, где означает «находящийся на распутье», место "трёх дорог" – участок в древних поселениях, где встречались, собирались люди, откуда они расходились в разные стороны. Известен художественный образ «Витязь на распутье»; он остановился в раздумье перед камнем, на котором указаны разные варианты пути с ожидаемым результатом. В центре внимания «камень-вещун» с отображенными в надписях знаниями и сам момент принятия решения в условиях неопределенности. Тривиальное здесь воспринимается как начало и ожидаемый конец отсчета.

В квантовой теории физики возникла идея пространства состояний ε_k, не связанного с перемещением точечной частицы в обычном пространстве *x*, что привело к понятию изотопического спина, действующего в особом изоспиновом пространстве, к представлению о цветовом пространстве и т.д. Сходные модели развиваются в физической теории струн, изучающей не классическое взаимодействие точечных частиц, а одномерных протяжённых объектов - квантовых струн. Все элементарные частицы и их связи возникают в результате колебаний и взаимодействий ультрамикроскопических квантовых струн на масштабах планковской длины Δl=10^{-35} м. Один вид колебаний струны, например, соответствует электрону, а другой - кварку. Непротиворечивые и самосогласованные квантовые теории струн возможны лишь в пространствах высокой размерности, часть координат которых являются скрытыми, свернутыми до размеров порядка Δl [6]. В координатном выражении квантовая струна – пространственная кривая общего положения, с каждой точкой которой функционально связан квантовый гармонический осциллятор. Струны могут колебаться по девяти или более направлениям пространства. Квантовая теория струн строится в формализме интегралов по путям.

В физическом смысле особые точки пространства по Р. Декарту – это выделенная система отсчёта, заданная на многообразии точек «несущего эфира», который в современной физике трактуется как космический ландшафт, вакуум – среда, где законы физики и других наук принимают конкретную форму. В первоначальном понимании эфир – это «материальная субстанция, несравненно более тонкая, нежели видимые тела, предполагается существующей в тех частях пространства, которые кажутся пустыми» [16, с. 195]. Получается, что в основе физики лежит пустота, свойства которой до конца не поняты. Особые точки состояния систем разного рода соответствуют своеобразным «дыркам» пространства, касательным точкам расслоения. Физический эфир состоит из «дырок» с уникальными свойствами сингулярности, в число которых входят объекты космического масштаба типа «черной дыры» или сингулярной точки модели большого взрыва, из которой произошла Вселенная – состояния с бесконечно малым размером и огромной плотностью и температурой.

Сингулярное, синкретическое состояние – это своеобразный генофонд становления сложных систем, что наглядно проявляется на примере индивидуального развития высших организмов из одной клетки или появления цветка и формирования плода из бутона. Это же прослеживается в развитии науки из первобытного хаоса данных и знаний в систему многочисленных абстрактных и конкретных теорий науки будущего. В этом смысле сингулярные объекты обладают своеобразной кармической памятью, владеют перспективной информацией.

1.4. Гипердействительный мир. Реальным обобщением множества действительных чисел становятся K-пространства (пространства Канторовича) – порядково полные векторные пространства. Считается, что в определенном смысле K-пространства для математики – открытие столь же гениальное, как таблица Менделеева [13]. Любое расширенное K-пространство есть интерпретация поля действительных чисел в подходящей булевозначной модели, поэтому каждое из K-пространств является новой равноправной моделью вещественной прямой, а, следовательно, играет в математике ту же фундаментальную роль. Монадология – современный нестандартный анализ – реализуется в упомянутых булевозначном и инфинитезимальном вариантах. Последний известен также как робинсоновский нестандартный анализ [12]. Представление о гипердействительных нестандартных числах $^*x\in{}^*R$ позволяет включить в рассмотрение бесконечно большие и бесконечно малые числа ε [2]. Постоянные числа $\varepsilon\geq 0$ меньше любого положительного действительного числа $x\in R$. В $^*x\in{}^*R$ выделяется стандартная действительная $x = \mathrm{st}(^*x)$ и нестандартная $\varepsilon = {}^*x - x$ части. Множество чисел $^*x\in{}^*R$, имеющих одинаковое стандартное значение x, называется монадой $\mu(x)$ числа x. Получается, что $^*R$ расслаивается на множестве действительных чисел $R\in{}^*R$, причем монады разных x не пересекаются. Совокупность (не множество) бесконечно малых $\varepsilon = {}^*x - x\in\varepsilon(x)\subset\mu(x)$ одной монады $\mu(x)$ назовем эпимонадой $\varepsilon(x)$ – это слой расслоения гипердействительных чисел $^*R$ на базе действительных чисел R в точке $x\in R\subset{}^*R$ (см. рис. 3). В каждой эпимонаде бесконечно много инфинитезималей (бесконечно малых величин), своеобразно прорастающих в координатное пространство. Эпимонада $\varepsilon_0 = \varepsilon(0) = \mu(0)$ представляет типовой слой, формирующийся вокруг точки $x=0$ согласно принципу Робинсона: если внутреннее множество ε_0 состоит только из бесконечно малых чисел, то ε_0 содержится в интервале $[-\varepsilon, \varepsilon]$, где ε – бесконечно малое число [4, с.87]. При графическом изображении нестандартного числа $^*x$ на оси R вокруг $x = \mathrm{st}(^*x)$ рисуется жирная точка или шарик, соответствующие монаде $\mu(x)$ – неделимому, точному отображению x [4, с. 30]. При высоком разрешении в окрестности точки x просматривается расплывшееся облако значений с неясными краями – образ монады $\mu(x)$ и эпимонады – слоя $\varepsilon(x)$. Методы нестандартного анализа хорошо отражают представления о двойственной «дискретно-непрерывной» структуре физического пространства.

Так, примерно – в виде обведённой окружностью точки x – пифагорейцами давалось представление первой метафизической сущности – монады (рис. 4). Монада (др. греч. – единица, простая сущность) у пифагорейцев обозначала «божество», или «первое существо», «единицу» или «единое, как неделимое». Согласно Лейбницу, основаниями существующих явлений (феноменов) служат простые субстанции – монады. В каждой монаде в потенциале свёрнута целая Вселенная. Все монады просты и не содержат частей, их бесконечно много. Тождественных по свойствам монад не существует, что обеспечивает бесконечное разнообразие мира феноменов (принцип всеобщего различия). Вместе с тем монады познавательно неразличимы; различия их содержания просматриваются только в явлениях. Естественные изменения монады исходят из её внутреннего принципа существования и называются стремлением [15].

Подобные суждения относятся как к монаде $\mu(x)=x+\varepsilon(x)$, так и к эпимонаде $\varepsilon(x)$ – ориентированному локальному слою (рис. 3). Такие мысли связываются с представлением об эпистеме. Греческое слово «эпистема» в античной философии означает высший тип несомненного, достоверного, абсолютного знания. Эпистема – скрытая и глубинная структура мышления определённой культуры, ее культурно-познавательное априори, задающее возможности форм культуры и конкретных форм знания определенной исторической эпохи и наличия изоморфизмов культурных феноменов. Сходное содержание имеет понятие «ризома» – постмодернистский лингвистический конструкт, призванный обозначать феномены социальной реальности и саму реальность. Образно ризома – это множество (корень) беспорядочно переплетенных линий (отростков или побегов), распространяющихся во всех направлениях. Ризома формируется не за счет дифференциации, членения, разветвления, а благодаря внутренней способности «перепрыгивать» с одной линии развития на другую. Как трава, пробивающаяся между камнями, ризома чем-то всегда окружена, растет «из середины», где есть трещины, разломы, пустоты и другие провалы бытия. Она помогает умножать стороны-грани исследуемой реальности [5, 26].

Монада в программировании – это абстракция линейной цепочки связанных вычислений. Монады позволяют организовывать последовательные вычисления. В информатике существует понятие «онтология» – детальная формализация некоторой области знаний с помощью определённой концептуальной схемы, моделью которой может быть монада (зачатки онтологии). Одной из задач является сравнение онтологий, выявление их соответствия и на этой основе установление их порядка. Сравнение двух онтологий (ontology matching) означает, что для каждого понятия, отношения или экземпляра одной онтологии подыскиваются соответствующие элементы в другой онтологии [27].

Совокупность эпимонад $\varepsilon(x)$ по всем конечным $x\in R$ формирует дополнительную структуру $E={}^{*}R\text{-}R$ нестандартного анализа, которая вводится в R наподобие того, как цвета проявляются на фоне черно-белого (стандартного) изображения. Отключив цвет E, сохраняем основную R, но теряем важную часть визуальной информации E, переводим ее в латентное, скрытое состояние. Монады ${}^{*}x= x+\varepsilon \in\mu(x)$ являются внешними множествами по отношению к $x\in R$, «дырками» в гипердействительном поле ${}^{*}R$. Поскольку формальная теория нестандартного анализа – это консервативное расширение классической теории действительных чисел, то аксиома $\boldsymbol{S}\leftrightarrow I$ расширяется до аксиомы ${}^{*}\boldsymbol{S}\leftrightarrow{}^{*}I$, где ${}^{*}I$ – это множество $I=[0,1]$, дополненное эпимонадами (источниками и стоками информации) для каждой позиции $x\in I$. Универсальная модель ${}^{*}\boldsymbol{S}$ расширяется за счет нового (инновационного) знания $\Delta\boldsymbol{S}={}^{*}\boldsymbol{S}\text{-}\boldsymbol{S}$**,** отображающего сущностное пространство возможных изменений наблюдаемых явлений $\boldsymbol{S}$**.**

2. Обсуждение результатов. Аксиома ${}^{*}\boldsymbol{S}\leftrightarrow{}^{*}I$ связывает реальность с неархимедовой алгеброй сложения и умножения, числа которой не выходят за пределы бесконечно малых нестандарных величин ε и алгеброй действительных чисел отрезка $I=[0,1]$, что соответствует законам существования внутреннего и внешнего пространства реальности. Это означает что все внутренне заряжено и имеет начало и конец как в пространственном, временном и другом – логическом, историческом, семантическом или ином смыслах. В соответствие с этой аксиомой развитие $0\rightarrow1$ направлено в сторону дифференциации процессов и явлений, формирования пространства, равномощного счетному и дискретному пространству с определенными сущностями: ${}^{*}\boldsymbol{S}\rightarrow\boldsymbol{S}\rightarrow S$. Это происходит подобно тому, как в концепции ризомы: корень из семени (0) перерастает в форму ствола, веток-координат и листьев-слоев (1).

Исходные этапы развития – позиции 0, точки отсчета эволюции систем – имеют структуру высокой мощности ${}^{*}\boldsymbol{S}$, т.е. самое простое «эфирное» образование $\Delta\boldsymbol{S}$ соответствует самому сложному строению ${}^{*}I$. Напротив, самые сложные типологически значимые проявленные структуры S аналогичны числовым множествам натурального ряда. Здесь проявляется некоторая закономерность развития сложных систем [21]: от систем формального тождества противоположностей (сингулярного, синкретического состояния) к диалектическим системам тождества (изоморфизма) противоположностей – от нуля к единице, от Альфа к Омега по П. Терьяр де Шардену (рис. 4). Развитие трактуется как естественный процесс расслоения информации на базовых элементах свернутого средового пространства $\varepsilon(x)\in E\leftrightarrow\Delta\mathbf{S}$.

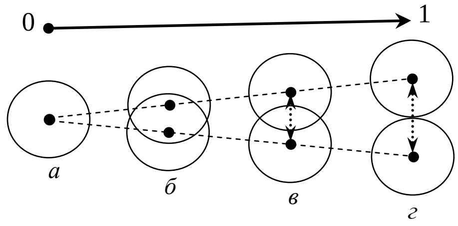

Рис. 4. Эволюционное расслоение (от 0 к 1) структуры числовых и реальных систем: *а* – начальное синкретическое состояние формального тождества, *б* – формальное единство, *в* – диалектическое единство, *г* – диалектическое тождество (морфизм) слоев

Первобытное синкретическое состояние (*а*) – это сочетание или слияние «несопоставимых», разнородных начал в одну систему типа локальной области начала координат $\varepsilon_k=dx_k$. Такое состояние характеризуется нерасчленённостью существования различных видов в одном, первоначальной слитностью, непроявленностью, свойственными ранним стадиям развития. В синкретической системе происходит соединение – отождествление разнородных сущностей, игнорируются различия. Она едина, не расчленена в своём исходном, первоначальном состоянии. В диалектической системе (*г*) сущности расслаиваются, расходятся, проявляются и отождествляются (сравниваются) как противоположности.

Структура эпимонады $\varepsilon(x)=\{\varepsilon_k(x)\}$ может быть представлена формулой полного дифференциала функции $F(x)$ разных наборов бесконечно малых независимых значений $\varepsilon_k\in\mu(x)$ отклонений $\varepsilon_k=dx_k$ от $x\in I\subset R\subset{}^*R$:

$$a)dF=\sum_{k=1}^{n}a_k dx_k,\text{б})d=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_k}dx_k,a_k=\frac{\partial F}{\partial x_k},\qquad(1)$$

где a_i – конечное действительное число, определяющее «вес» каждой $\varepsilon_k\in\varepsilon(x)$; $dF=\delta$ - бесконечно малая взвешенная сумма ε_k. Эти уравнения лежат в основе инфинитезимальных преобразований $S(x+\varepsilon)= S(x)+\varepsilon(x)a(x)$, закономерно объединяющих состояние конкретных систем $S(x)$, их изменений $\Delta S(x)=S(x+\varepsilon)-S(x)$ и действий $D(x)=\varepsilon(x)a(x)=\Delta S(x)$ по единому гомотопическому параметру $x\in I$: всякое изменение есть явление эпимонады в действии.

Эпимонада в развитии представляется как многомерный (k=1,2,…,n) шар с центром в точке $x\in I$, или система вложенных шаров, или система локальных безразмерных координат $dx=\{dx_k\}$, или пучок линий (векторов) зависимостей $dF(dx)$ вида (1а). Такие эквивалентные структуры $\varepsilon(x)$ объективно формируются вокруг каждого стандартного числа $x\in I$, значением которого гомотопически индексируются. Уравнения связи ε_k определяются для каждой функции $F(x)$ формулой общего вида (1*б*), имеющего смысл операторного вектора. Часть его локальных координат $dx=\{dx_k\}$ в процессе развития распространяются вширь из начала координат $x\in I$ формируя системы разного рода, гомотопически связанные между собой в пространстве какого-либо пути γ. Например, это происходит в виде разнообразных касательных векторных слоев, соприкасающихся с ними структур и функций типа сопровождающего трехгранника ортонормированный реперов $\frac{\partial}{\partial x_k}$ или уравнений эйлеровых векторных полей $\xi = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_k} x_k$ [23]. От величины $x \in I$ зависит, сколько, какого свойства и значения координаты проявляются. Процедура распространения соотношений рассматривается как форма экстраполяции, извлечения знаний.

Заключение. Инновационная идея «восхождения» (лифта) от абстрактного к конкретному в приложении к математическому моделированию реальности состоит в том, что описание конкретных ситуаций требует все более сложных глубоко формализованных и абстрактных математических конструкций. С другой стороны, не всякое выводимое в математике знание истинно в смысле объективного существования и проявления формализованных связей, и для конкретизации знания требуется на каждом уровне сложности вводить ограничения, выбирать в качестве эталона сравнения с действительностью замкнутую числовую систему – типовой слой расслоения на базе более простых числовых полей со структурой линейного порядка.

Основная теоретическая идея моделирования заключается в отождествлении реальных и математических объектов, свойств множеств натуральных, действительных и гипердействительных чисел со свойствами наблюдаемых систем, в чем выражается гипотеза возможности применения математических соотношений для описания природных, экономических и социальных явлений. Кроме свойств порядка, числовые системы обладают внутренними групповыми и алгебраическими свойствами. Для решения содержательных задач необходимо каждый тип систем и их элементов сопоставлять универсальному, инвариантному числовому множеству и его элементам с соответствующей алгебраической структурой. Из этого сравнения следует понимание и объяснение свойств выделенной реальности.

Особенности инфинитезимальных элементов ε гипердействительных чисел позволяет рассматривать монады в качестве первоисточника явлений и соответствующих знаний в последовательности «слой - база расслоения – связность слоев» числовых рядов, выделяя при этом конфигурационные свойства слоев, их позицию (координаты) в числовых рядах, их различие и сходство на разных этапах развития. При простоте внешнего проявления внутреннее содержание ε обладает сложным строением - это своеобразный кристалл, самодвижение которого раскрывается в реальности. Свойства нестандартных элементов передаются разными определениями: разрывной, неопределенный, случайный, хаотический, эфирный, сингулярный, синкретический, тривиальный, формальный, возможный, критический, начальный, первородный, первобытный и т.д. Эти термины широко используются в разных научных исследованиях, но не всегда связываются с их математическими аналогами. Решение задачи установления соответствия реальных процессов и явлений с точками гипердействительной шкалы будет дальнейшим инновационным вкладом в науку, особенно в создание формальных онтологий знаний с раскрытием объяснительных возможностей математики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Архангельский А.В. Канторовская теория множеств. М.: Из-во МГУ. 1988. 112 с.
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.2. Языки и исчисления. М.: МЦНМО, 2002. 288 с.
3. Гейзенберг В. Нелинейная квантовая теория поля. М.: Высшая школа. 1959. С. 49–50.
4. Гордон Е.И., Кусраев А.Г., Кутателадзе С.С. Инфинитезимальный анализ. М.: Наука. 2008. 399 с.
5. Гречко П.К. Концептуальные модели истории. М.: Логос. 1995. 144 с. Режим доступа: https://docplayer.ru/72071443-P-k-grechko-konceptualnye-modeli-istorii.html (дата обращения 13.01.2019)
6. Грин Б. Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. М.: Издательская группа URSS. 2004. 288 с.
7. Зиновьев А.А., Стёпин В.С., Голдберг Ф.И. Метод восхождения от абстрактного к конкретному // Гуманитарные технологии. Режим доступа: http://gtmarket.ru/concepts/6994 (дата обращения 13.01.2019)
8. Ильенков Э.В. О диалектике абстрактного и конкретного в научно-теоретическом познании // Вопросы философии. 1955. № 1. С. 42–56. Режим доступа: http://caute.ru/ilyenkov/texts/vf/daikntp.html (дата обращения 13.01.2019)
9. Кантор Г. Труды по теории множеств. М. Наука. 1985. 431 с.
10. Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. М. Наука. 1973. 144 с.
11. Клейн Ф. Элементарная математика *с* точки зрения высшей. В 2 т. Т. 1. Арифметика, алгебра, анализ. М.: Наука. 1987. 431 с.
12. Кутателадзе С.С. Некоторые тенденции в монадологии // Труды конференции «Геометрия и приложения», 13–16 марта 2000 г.. Новосибирск. 2000. С. 84–94.
13. Кутателадзе С.С. Пространства Канторовича // Леонид Витальевич Канторович – ученый и человек. Том 1. Новосибирск: Филиал «Гео» Изд. СО РАН. 2002. С. 177–181.
14. Ларин С.В. Числовые системы. М.: Академия. 2001. 160 с.
15. Лейбниц Г.В. Сочинения в четырёх томах. Том 1. М.: Мысль. 1982. С. 413–429.
16. Максвелл Дж.К. Эфир // Дж.К. Максвелл. Речи и статьи. М.-Л.: Техтеоргиз. 1940. С. 195.
17. Маркс К. К критике политической экономии. М.: Госполитиздат. 1949. 272 с.
18. Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. Перевод Ю.В. Рощиной. М.: Мир. 1968. 408 с.
19. Нечаев В.И. Числовые системы. Пособие для студентов педагогических институтов. М.: Просвещение. 1975. 199 с.
20. Сарданашвили Г.А. Современные методы теории поля. 1. Геометрия и классические поля. М.: УРСС. 1996. 224 с.
21. Черкашин А.К. Полисистемный анализ и синтез. Новосибирск: Наука. 1997. 502 с.
22. Черкашин А.К. Полисистемное моделирование. Новосибирск: Наука. 2005. 280 с.
23. Черкашин А.К. Метатеоретическое системное моделирование природных и социальных процессов и явлений в неоднородной среде // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2019. №1. С. 61–84.
24. Янов Ю.И. Математика и метаматематика // Математические вопросы кибернетики. Вып. 16. М.: Физматлит. 2007. С. 129–154.

25. Cherkashin A.K. Polysystem modelling of geographical processes and phenomena in nature and society // Mathematical modelling of natural phenomena. 2009. V. 4. № 5. Pp. 4–20.
26. Deleuze G., Parnet C. Dialogues. N.Y.: Columbia Univ. Press. 1987. 157 p.
27. Euzenat J., Shvaiko P. Ontology Matching. Berlin, Heidelberg, NewYork**:** Springer. 2013. 332p.
28. Hjorth P.G. Innovative and collaborative industrial mathematics in Europe // Proc Math Phys Eng Sci. 2017. V. 473. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5454359/ (accessed 13.01.2019)

UDK 51.7:511.48:004.9

INNOVATIVE MATHEMATICS: A SEARCH OF THE BASES AND LIMITS OF MODELING REALITY

Alexander K. Cherkashin
Dr., Professor, Chief Researcher,
Head of the Laboratory "Theoretical geography"
V.B. Sochava Institute of Geography Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
664033, Russia, Irkutsk, ul. Ulan-Batorskaya1, akcherk@irnok.net

Abstract. The problem of using mathematical knowledge for modeling real processes and phenomena by comparing the features of numerical systems with the laws of the structure and development of systems of the observed world is discussed. The basis and limitations of modeling in the procedures of formalization of conceptual constructions and substantial interpretation of mathematical formulas are determined. The cognitive procedure of transition from abstract to concrete knowledge is described as the metatheoretic transformation of knowledge connected with emergence of new quality of numerical systems, new information layers on old bases of numerical point sets. Description of new specific situations requires more complex and abstract mathematical constructions.

Keyword: innovative mathematical knowledge, comparison of real world phenomena with numerical sets of monas and epimonas hidden knowledge, the development of real systems according to the structure of the hyperreal numbers.

References

1. Arhangel'skij A.V. Kantorovskaya teoriya mnozhestv [Cantor’s sets theory]. Moscow. Iz-vo MGU = Moscow university press. 1988. 112 p. (in Russian)
2. Vereshchagin N.K., SHen' A. Lekcii po matematicheskoj logike i teorii algoritmov. CH.2. YAzyki i ischisleniya [Lectures on a mathematical logic and theory of algorithms. Ch.2. Languages and calculations]. Moscow. MCNMO = Moscow center for continuous mathematical education. 2002. 288 p. (in Russian)
3. Gejzenberg V. Nelinejnaya kvantovaya teoriya polya [Nonlinear quantum field theory]. Moscow. Vysshaya shkola = Publishing house “Vysshaya Shkola”. 1959. Pp. 49–50. (in Russian)

4. Gordon E.I., Kusraev A.G., Kutateladze S.S. Infinitezimal'nyj analiz [Infinitesimal analysis]. Moscow. Nauka = Science. 2008. 399 p. (in Russian)
5. Grechko P.K. Konceptual'nye modeli istorii [Conceptual models of history]. Moscow. Logos. 1995. 144 p. Available at: https://docplayer.ru/72071443-P-k-grechko-konceptualnye-modeli-istorii.html (accessed 13.01.2019) (in Russian)
6. Grin B. EHlegantnaya Vselennaya. Superstruny, skrytye razmernosti i poiski okonchatel'noj teorii [Elegant Universe. Superstrings, hidden dimensions and search of the final theory]. Moscow. Izdatel'skaya gruppa URSS = Editorial URSS. 2004. 288 p. (in Russian)
7. Zinov'ev A.A., Styopin V.S., Goldberg F.I. Metod voskhozhdeniya ot abstraktnogo k konkretnomu [From the abstract to concrete ascension method] // Gumanitarnyye tekhnologii = Humanitarian technologies. Available at: https://gtmarket.ru/concepts/6994 (accessed 13.01.2019) (in Russian)
8. Il'enkov EH.V. O dialektike abstraktnogo i konkretnogo v nauchno-teoreticheskom poznanii [On dialectics of the abstract and concrete in scientific-theoretical knowledge] // Voprosy filosofii = Philosophy issues. 1955. № 1. Pp. 42–56. Available at: http://caute.ru/ilyenkov/texts/vf/daikntp.html (accessed 13.01.2019) (in Russian)
9. Kantor G. Trudy po teorii mnozhestv [Works according to the sets theory]. M. Nauka. 1985. 431 p. (in Russian)
10. Kantor I.L., Solodovnikov A.S. Giperkompleksnye chisla [Hypercomplex numbers]. Moscow. Nauka = Science. 1973. 144 p. (in Russian)
11. Klejn F. EHlementarnaya matematika s tochki zreniya vysshej. V 2 t. T. 1. Arifmetika, algebra, analiz [The elementary mathematics in terms of the highest. In 2 t. T. 1. Arithmetics, algebra, analysis]. Moscow. Nauka = Science. 1987. 431 p. (in Russian)
12. Kutateladze S.S. Nekotorye tendencii v monadologii [Some trends in a monadologiya] // Trudy konferencii «Geometriya i prilozheniya», 13–16 marta 2000 g. = Proceedings of the conference "Geometry and Applications", March 13–16, 2000. Novosibirsk. 2000. Pp. 84–94. (in Russian)
13. Kutateladze S.S. Prostranstva Kantorovicha [Kantorovich's spaces] // Leonid Vital'evich Kantorovich – uchenyj i chelovek [Leonid Vitalyevich Kantorovich as the scientist and the person]. Tom 1. Novosibirsk. Filial «Geo» Izd. SO RAN = Branch "Geo" Publishing houses SB RAS. 2002. Pp. 177–181. (in Russian)
14. Larin S.V. CHislovye sistemy [Numer systems]. Moscow. Akademiya = Publishing Center "Academy", 2001. 160 p. (in Russian)
15. Lejbnic G.V. Sochineniya v chetyryoh tomah [Collected works in four volumes]. Tom 1. Moscow. Mysl' = Publisher "Thought". 1982. Pp. 413–429. (in Russian)
16. Maksvell Dzh.K. EHfir [Ether] // Dzh. K. Maksvell. Rechi i stat'i [Speeches and Articles]. Moscow-Leningrad.: Gosudarstvennoye izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury = State publishing house of technical and theoretical literature. 1940. 195 p. (in Russian)
17. Marks K. K kritike politicheskoj ehkonomii [To criticism of political economy]. Moscow. Gospolitizdat. 1949. 272 p. (in Russian)
18. Materon ZH. Osnovy prikladnoj geostatistiki [Fundamentals of applied geostatistics]. Perevod YU.V. Roshchinoj. Moscow. Mir. 1968. 408 p. (in Russian)
19. Nechaev V.I. CHislovye sistemy. Posobie dlya studentov pedagogicheskih institutov [Numer systems. A training aids for students of teacher training colleges]. Moscow. Prosveshchenie. 1975. 199 p. (in Russian)

20. Sardanashvili G.A. Sovremennye metody teorii polya. 1. Geometriya i klassicheskie polya [Modern methods of a field theory. 1. Geometry and classical fields]. Moscow: Izdatel'skaya gruppa URSS = Editorial URSS. 1996. 224 p. (in Russian)
21. Cherkashin A.K. Polisistemnyj analiz i sintez [Polysystem analysis and synthesis]. Novosibirsk. Nauka = Science. 1997. 502 p. (in Russian)
22. Cherkashin A. K. Polisistemnoe modelirovanie [Polysystem modelling]. Novosibirsk. Nauka = Science. 2005. 280 p. (in Russian)
23. CHerkashin A.K. Metateoreticheskoe sistemnoe modelirovanie prirodnyh i social'nyh processov i yavlenij v neodnorodnoj srede [Metatheoretical system modeling of natural and social processes and the phenomena in the heterogeneous environment] // Informacionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii = Information and mathematical technologies in science and management. 2019. №1. Pp. 61–84. (in Russian)
24. YAnov YU.I. Matematika i metamatematika [Mathematics and metamathematics] // Matematicheskie voprosy kibernetiki. Vyp. 16. Moscow. Fizmatlit. 2007. Pp. 129–154. (in Russian)
25. Cherkashin A.K. Polysystem modelling of geographical processes and phenomena in nature and society // Mathematical modelling of natural phenomena. 2009. V. 4. № 5. Pp. 4–20.
26. Deleuze G., Parnet C. Dialogues. N.Y.: Columbia Univ. Press, 1987. 157 p.
27. Euzenat J., Shvaiko P. Ontology Matching. Berlin, Heidelberg, NewYork**:** Springer. 2013. 332p.
28. Hjorth P.G. Innovative and collaborative industrial mathematics in Europe // Proc Math Phys Eng Sci. 2017. V. 473. Available at: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5454359/ (accessed 13.01.2019)