

Оптимизация расписания авиакомпании с учётом моделирования трансферных пассажиропотоков

Карамушко Денис Маркович, Чернов Алексей Владимирович

Московский физико-технический институт,

Россия, Долгопрудный, karamushko.dm@phystech.edu

Аннотация. Планирование расписания авиакомпании можно представить, как несколько оптимизационных задач: определение набора рейсов и времени их выполнения, назначение типов воздушных судов (ВС) и построение их маршрутов, разработка расписания экипажей. В настоящей работе предлагается математическая модель для назначения типов воздушных судов на рейсы и определения времени их вылета в хабовой маршрутной сети (hub-and-spoke). Модель сформулирована в виде задачи смешанного целочисленного линейного программирования на основе пространственно-временного графового представления расписания полётов. Ключевой отличительной особенностью модели является явный учёт стыковочных маршрутов пассажиров: в целевую функцию включены доходы как от прямых (т.н., point-to-point), так и от трансферных перевозок, наряду с операционными расходами на эксплуатацию воздушных судов. Размерность задачи снижена за счет учета особенностей оборота ВС для хабовой маршрутной сети: рейсы туда-обратно между хабом и регионом рассматривались как единое целое. Модель верифицирована на реальных данных крупной российской авиакомпании, охватывающих 260 ежедневных рейсов, агрегированных в 146 оборотных рейсов и рейсов между хабами, 61 воздушное судно 5 различных типов. Для валидации использовались два источника данных о спросе: собственные данные авиакомпании и данные, синтезированные по гравитационной модели. Предложена двухшаговая схема оптимизации: на первом шаге выполняется поиск времени вылета в диапазоне в более широком диапазоне с большим интервалом, на втором оно уточняется в узком диапазоне с шагом 5 минут. Оптимизированное расписание обеспечило увеличение прогнозируемой операционной прибыли на 4-9%, а также рост числа доступных направлений с временем стыковки не более трёх часов на 19%. Полученные результаты свидетельствуют о том, что одновременная оптимизация временных параметров расписания и назначения флота позволяет достичь существенного коммерческого эффекта и обеспечивает пассажирам более комфортные условия для совершения пересадок

Ключевые слова: оптимизация расписания авиакомпании, назначение типов воздушных судов, линейное программирование, математическое моделирование

Цитирование: Карамушко Д.М. Оптимизация расписания авиакомпании с учётом моделирования трансферных пассажиропотоков / Д.М. Карамушко, А.В. Чернов // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2026. – № 3(43). – С. 154-164. – DOI:10.25729/ESI.2026.43.3.013.

Введение. В авиационной отрасли, как и во многих других, возникает задача планирования производства. Её неотъемлемой частью является задача планирования сезонного расписания. Как правило, разработка расписания начинается приблизительно за год до начала сезона. Эксперты определяют маршрутную сеть, частоты полетов по направлениям, время выполнения каждого рейса, продолжительность полетов, тип воздушного судна (ВС) для выполнения рейса. Пример такого решения: рейс 3017 из Москвы в Иркутск будет выполняться ежедневно на Airbus A320, вылетать в 21:30 и прилетать в 8:15.

Задача планирования расписания авиакомпании традиционно декомпозируется на ряд подзадач, представленных в таблице 1.

За 1 год фиксируют набор рейсов для выполнения, а также времена вылета и прилета для каждого рейса. Также в этот период распределяют типы воздушных судов (ВС) по рейсам, оценивается выполнимость оборота воздушных судов и формируется черновой план оборота на уровне типов ВС. Задача маршрутизации на уровне конкретных самолетов, как правило, решается приблизительно за месяц до вылета. Параметры рейса, определённые на годовом горизонте планирования, включая время выполнения и тип воздушного судна, могут

подвергаться изменениям вплоть до момента вылета в ответ на колебания спроса и воздействие внешних факторов.

Таблица 1. Подзадачи планирования расписания авиакомпании

Подзадача (Этап)	Описание	Время принятия решения (до отправления)
Определение времен выполнения рейсов	Множество рейсов с временем вылета/прилета	1 год
Распределение флота	Для каждого рейса определен тип ВС	1 год
Построение оборота	Маршруты (набор рейсов) для каждого ВС	1–3 месяца
Планирование экипажей	Маршруты экипажей, формирование ростера	1 месяц

Обзор основных публикаций, посвященных задаче планирования расписания авиакомпании, можно найти в [1-3]. В работах рассматриваются разные подзадачи или их комбинации, разные целевые функции и ограничения из-за специфики определенных авиакомпаний. Своими особенностями обладает постановка задачи планирования для авиакомпании с хабовой структурой маршрутной сети (т.н. hub-and-spoke). В ней существует несколько ключевых аэропортов (хабов), и все рейсы выполняются между хабами и регионами или между хабами [4]. Также в маршрутной сети такого типа высокая доля трансфера в хабах: значительная часть пассажиров делает пересадку и продолжает путешествие на другом рейсе. Таким образом, авиакомпания стремится обслужить как можно большее количество прибыльных рынков, формируемых из соединяемых через хаб пар городов. Некоторые перевозчики группируют рейсы в хабах в волны стыковок – временные окна, в которых несколько рейсов прибывают и отправляются с небольшим интервалом, давая возможность пересадки пассажирам.

В [5] была представлена модель для построения расписания и назначения типов ВС на рейсы с учетом трансферных маршрутов пассажиров. Основываясь на ней, авторы [6] предложили робастную модель для расписания без волн стыковок, которая максимизирует количество стыковок с учетом прогнозируемой выручки, а также учитывает возможные корректировки из-за колебаний спроса. Авторы [7] рассмотрели увеличение устойчивости расписания за счет минимизации числа пассажиров с сорванными стыковками. В работе [8], одной из немногих, совместно оптимизируется трансферный потенциал и операционная прибыль авиакомпании. Также допускается изменение времени вылета и прилета рейсов, при этом заранее генерируются все возможные трансферные маршруты пассажиров над копиями рейсов и не учитываются особенности хабовой структуры сети, что существенно увеличивает размер модели. В [9] представлена модель оптимизации волн стыковок для уменьшения суммарного стыковочного времени пассажиров с учетом ограничений по слотам в аэропортах. Многокритериальная оптимизация расписания аэропорта, где одновременно максимизируется число доступных стыковок и минимизируется количество требуемых изменений слотов, предложена в [10]. Автор [11] решает задачи проектирования парка ВС и расстановки ВС по авиалиниям совместно, считая спрос заданным экспертно в нечёткой форме.

Целью настоящей работы является разработка модели оптимизации расписания авиакомпании, которая одновременно учитывает возможность стыковок в зависимости от выбранного времени выполнения рейсов и операционную прибыль перевозчика с хабовой структурой маршрутной сети.

1. Постановка задачи

1.1. Описание процесса построения расписания. На практике разработка нового расписания полётов представляет собой итеративный процесс, который начинается с анализа

операционных и финансовых показателей действующего расписания. Для каждого рейса рассчитываются ключевые метрики: коэффициент занятости кресел, выручка на креслокилометр (RASK) и операционные расходы на креслокилометр (CASK). Это позволяет выявить убыточные рейсы и направления с неудовлетворённым спросом, требующие корректировки провозных ёмкостей.

На основе проведённого анализа начинается формирование нового расписания путем внесения изменения в старое. Во-первых, тип воздушного судна, назначенного на рейс, может быть изменен на более вместительный при устойчиво высоком спросе либо на менее вместительный в случае систематического избытка провозной емкости, ведущего к снижению доходности. Во-вторых, корректируется частота выполнения рейсов: по убыточным направлениям она сокращается, по прибыльным – увеличивается.

При корректировках расписания нужно валидировать его исполнимость: проверить, будет ли достаточно имеющегося флота для выполнения всех рейсов, выстроится ли оборот воздушных судов. Если полученное расписание исполнить нельзя, то пересматривают ранее принятые решения по флоту и частоте или сдвигают время выполнения рейсов.

Таким образом, текущий процесс построения расписания авиакомпании носит выраженный итеративный характер. Каждая итерация приближает эксперта к расписанию, удовлетворяющему одновременно экономическим требованиям и операционным ограничениям, однако гарантия нахождения глобально оптимального решения при таком подходе отсутствует, что обуславливает актуальность применения формальных методов математической оптимизации.

В рамках оптимизационной модели, представленной в данной статье, частоты выполнения рейсов рассматриваются, как фиксированные входные параметры, допускается изменять времена выполнения рейсов и переназначать типы воздушных судов, тогда как добавление новых рейсов в расписание и исключение существующих из него не предусмотрены.

1.2. Трансферные перевозки. Ключевой особенностью маршрутной сети с хабовой структурой является возможность сквозных перевозок через узловые аэропорты по единому билету. Это позволяет авиакомпаниям соединять существенно большее количество городов по сравнению с маршрутной сетью типа point-to-point.

Вместе с тем далеко не каждая комбинация прибывающего и вылетающего рейсов в узлом аэропорту образует дает возможность пересадки: наличие стыковки между рейсами зависит от времени между рейсами. Снизу оно ограничено минимальным временем пересадки (MCT – minimum connection time). Это значение устанавливается аэропортом и может зависеть от пар терминалов и типов стыкующихся рейсов (внутренний – внутренний, внутренний – международный и т.д.). Гарантируется, что пассажир успеет пройти все предполетные формальности за минимальное время пересадки.

Верхняя граница времени стыковки (MaxCT – maximum connection time) технически ограничена 24 часами, но авиакомпания может условно считать стыковки активными с временем пересадки не более 4-6 часов. Превышение данного порога делает суммарное время в пути непривлекательным по сравнению с альтернативными маршрутами.

Будем называть стыковку между рейсами $i, j \in F$ допустимой если время стыковки между ними, которое рассчитывается как разность между временем отправления вылетающего рейса j (STD_j) и временем прибытия прилетающего рейса i (STA_i), лежит в интервале между MCT и $MaxCT$.

$$CT_{ij} = STD_j - STA_i$$

$$MCT \leq CT_{ij} \leq MaxCT$$

Таким образом, в ходе построения расписания определяется набор активных стыковок.

1.3. Источники данных для построения расписания. Для оптимизации расписания используются следующие данные:

1. Расписание авиакомпании – множество рейсов F предыдущего периода планирования.

Под рейсом понимается перелет воздушного судна между аэропортами отправления и назначения. Для каждого рейса известны:

- уникальный номер;
- аэропорты отправления и прибытия;
- время вылета и время прилета;
- границы для изменения времени вылета;
- множество типов ВС, на которых этот рейс может быть выполнен;

Будем считать, что все рейсы выполняются ежедневно.

2. Флот авиакомпании – множество типов воздушных судов K . Для каждого типа определено M_k – количество доступных самолётов.

3. c_k^i – операционные расходы при выполнении рейса i воздушным судном типа k .

4. Данные о тарифах:

- $fare_i$ – средний тариф на перелет рейсом $i \in F$;
- $fare_{ij}$ – средний тариф на перелет по маршруту, состоящему из рейсов $i, j \in F$.

Обычно $fare_{ij} \neq fare_i + fare_j$, так как тариф определяется в первую очередь спросом, а не расходами [12].

5. Данные о спросе:

- $demand_i$ – спрос на перелет рейсом $i \in F$;
- $demand_{ij}$ – спрос на перелет по маршруту, состоящему из рейсов $i, j \in F$.

Они представляют собой усредненные оценки, построенные на основе исторических данных бронирований за несколько предыдущих аналогичных сезонов.

Для каждого рейса $f \in F$ требуется найти наиболее оптимальный тип воздушного судна $k \in K$ и время вылета по критерию максимизации операционной прибыли. Операционная прибыль рассчитывается, как разность выручки от перевозки пассажиров и расходов на выполнение рейсов.

2. Сетевое представление расписания. Представим расписание рейсов в виде пространственно-временного графа. Такой подход является одним из общепринятых при моделировании движения самолетов и используется, например, в [13]. По горизонтали откладывается временная шкала, по вертикали перечисляются аэропорты. В графе узлы отражают события вылета и прилета рейсов, а ребра бывают нескольких видов:

- рейсовые – обозначают рейсы, соединяют узлы в разных аэропортах;
- наземные – обозначают стоянку и разворот воздушного судна в аэропорту, соединяют узлы в одном аэропорту;
- ночные – подвид наземных ребер, соединяют начало и конец периода в каждом аэропорту, в котором допускается ночная стоянка воздушных судов для отражения цикличности. На рисунке 1 это аэропорты 1, 4.

Для авиакомпании с хабовой структурой маршрутной сети можно упростить граф. При таком подходе рейсы всегда разворотные, выполняются между хабом (крупным базовым аэропортом) и регионом. Поэтому можно заменить рейсы на круги – парные рейсы туда-обратно. Если хабов несколько, то рейсы между ними в пары не объединяются для сохранения возможности размена воздушных судов между базами. Таким образом, на графе расписания

авиакомпания с хабовой структурой достаточно отобразить хабовые аэропорты. Рейсовое ребро будет обозначать либо круг, либо рейс между хабами.

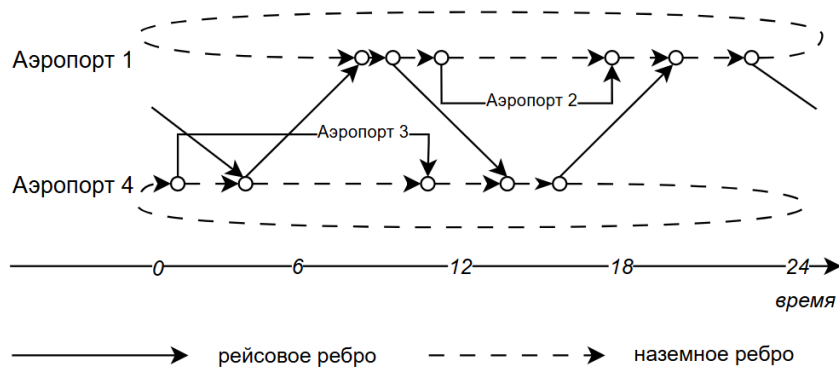


Рис. 1. Сетевое представление расписания на сутки для хабовой структуры маршрутной сети

3. Математическая модель

3.1. Переменные

- $x_k^{i,t_i} = \begin{cases} 1, & \text{если рейс } i \text{ с отправлением в момент времени } t_i \text{ выполняется типом ВС } k, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$
- y_a^k – число ВС типа k на наземном ребре a ,
- время отправления рейса i :

$$D_i = \sum_{t \in T_i} \sum_{k \in K} t \cdot x_k^{i,t}$$

- BT_i – длительность (block time) рейса i (от момента отправления ВС со стоянки до прибытия на стоянку, включая время руления), предполагаем, что BT не зависит от типа ВС,
- время прибытия рейса i : $A_i = D_i + BT_i$
- $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если стыковка между рейсами } i \text{ и } j \text{ возможна,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$
- rax_i – количество point-to-point пассажиров, перевозимых на рейсе i (следующих только на этом рейсе),
- rax_{ij} – количество трансферных пассажиров, перевозимых на рейсах i, j .

3.2. Множества

- L – множество аэропортов в маршрутной сети авиакомпании;
- K – множество типов воздушных судов;
- F – множество рейсов;
- F_k – множество рейсов, которые могут выполняться типом ВС $k \in K$;
- Q – множество пар рейсов $(i, j) \in F$ между которыми возможна активная стыковка (аэропорт прилета одного рейса совпадает с аэропортом вылета другого, а время на пересадку лежит в интервале между минимальным и максимальным стыковочным временем);
- $Q_{market} \subseteq Q$ – множество трансферных рынков – пар рейсов $(i, j) \in Q$ с активной стыковкой и с достаточным трансферным потоком (большей некоторой заранее фиксированной константы) для учета этой пары в модели: $demand_{ij} \geq const$;
- T_i – множество возможных времен вылета рейса i ;
- $K_i \subseteq K$ – множество типов воздушных судов, на которых возможно выполнение рейса i , с учетом эксплуатационных ограничений;
- N – множество узлов графа расписания;

- G – множество наземных ребер графа расписания.

3.3. Параметры

- $dep_i \in L$ – аэропорт вылета рейса i ;
- $arr_i \in L$ – аэропорт прилета рейса i ;
- $fare_i$ – средний тариф на перелет рейсом i ;
- $fare_{ij}$ – средний тариф на перелет рейсами i, j . Причем $fare_{ij} \neq fare_i + fare_j$;
- M^k – число воздушных судов типа k ;
- c_k^i – операционные расходы при выполнении рейса i воздушным судном типа k ;
- $demand_i$ – спрос на перелет рейсом i ;
- $demand_{ij}$ – спрос на перелет рейсами i, j .

3.4. Целевая функция. Максимизация операционных доходов.

$$\sum_{i \in F} fare_i * pax_i + \sum_{i \in F} \sum_{j \in F} fare_{ij} * pax_{ij} - \sum_{i \in F} \sum_{t_i \in T_i} \sum_{k \in K} c_k^i * x_k^{i, t_i} \rightarrow \max$$

3.5. Ограничения

1. Покрытие: на каждый рейс назначен ровно один тип воздушного судна.

$$\sum_{t \in T_i} \sum_{k \in K} x_k^{i, t} = 1, \quad \forall i \in F$$

2. Непрерывность потока воздушных судов: число входящих самолетов в каждый узел равно числу исходящих.

$$y_{n-}^k + \sum_{i \in I(k, n)} x_k^{i, t - BT_i} = y_{n+}^k + \sum_{i \in O(k, n)} x_k^{i, t}, \quad \forall n \in N, \quad \forall k \in K$$

где:

- $n = (l, t)$, т.е. $l \in L$ – пространственный компонент узла n , а именно – аэропорт из маршрутной сети, а t – временной;
- y_{n+}^k – число ВС типа k на наземном ребре, исходящем из узла n , т.е. соединяющим узлы $n = (l, t)$ и $n_+ = (l, t + 1)$;
- $O(k, n)$ – множество рейсов, выполняемых типом ВС k , исходящих из узла n : $O(k, n) = \{i \in F_k \mid dep(i) = l, t \in T_i\}$;
- y_{n-}^k – число ВС типа k на наземном ребре, входящем в узел n , т.е. соединяющим узлы $n = (l, t)$ и $n_- = (l, t - 1)$;
- $I(k, n)$ – множество рейсов, выполняемых типом ВС k , входящих в узел n : $I(k, n) = \{i \in F_k \mid arr(i) = l, t - BT_i \in T_i\}$;

6. Размер флота: потребное число воздушных судов для выполнения рейсов не превышает доступное.

$$\sum_{a \in CG(k, t_0)} y_a^k + \sum_{i \in F} \sum_{t \in T_i} x_k^{i, t} \leq M^k, \quad \forall k \in K$$

где:

- y_a^k – число ВС типа k на наземном ребре a ;
 - t_0 – произвольный момент времени, через который проводится линия счета. Достаточно проверки ограничения на размер флота в произвольный момент времени, так как если оно будет выполнено в нем, то и в любые другие моменты времени оно также будет выполнено из-за наличия условия непрерывности потока;
 - $CG(k, t_0)$ – множество наземных ребер, пересекаемых линией счета в момент времени t_0 ;
7. Вместимость самолета: сумма пассажиров point-to-point, входящего трансфера и исходящего трансфера не превышает вместимости выбранного типа ВС.

$$\sum_{j \in F} \text{pax}_{ij} + \text{pax}_i + \sum_{j \in F} \text{pax}_{ji} \leq \sum_{t_i \in T_i} \sum_{k \in K} \text{cap}_k * x_k^{i,t_i} \quad \forall i \in F$$

8. Условие активности стыковки:

$$\begin{aligned} D_j - A_i &\geq MCT - M(1 - \delta_{ij}) \quad \forall (i, j) \in Q \\ D_j - A_i &\leq \text{MaxCT} + M(1 - \delta_{ij}) \quad \forall (i, j) \in Q \end{aligned}$$

где $M = 25$ часов.

9. Количество перевозимых пассажиров не превосходит спрос (для всех рейсов и активных стыковок):

$$\begin{aligned} \text{pax}_{ij} &\leq \text{demand}_{ij} \delta_{ij} \quad \forall (i, j) \in Q_{\text{market}} \\ \text{pax}_i &\leq \text{demand}_i \quad \forall i \in F \end{aligned}$$

4. Анализ размерности задачи. Оценим размер задачи. В качестве примера приведём характерные значения размерности для расписания крупной российской авиакомпании со следующими параметрами: $|F_{\text{all}}| = 260$ исходных плеч (до агрегации в обороты), $|F| = 146$ оборотных рейсов и рейсов между хабами, $T = 3$ варианта времени выполнения каждого рейса, $|K| = 5$ типов ВС, $|N| = 522$ узла и $|G| = 522$ наземных рёбер в графе расписания.

4.1. Число переменных. Модель содержит пять групп переменных (переменные D_i и A_i являются линейными выражениями через $x_k^{i,t}$ и самостоятельными переменными не считаются), которые перечислены в таблице 2.

Таблица 2. Группы переменных, их количество и значения для примера расчёта

Группа переменных	Объекты индексации	Количество	Пример
$x_k^{i,t}$	рейс $i \in F$, время вылета $t \in T_i$, допустимый тип $k \in K_i$	$\sum_{i \in F} T_i K_i $	1833
y_a^k	наземное ребро $a \in G$ (включая ночные), тип ВС $k \in K$	$ K \cdot G $	2610
δ_{ij}	стыковочная пара-кандидат $(i, j) \in Q$	$ Q $	1457
pax_{ij}	трансферный рынок $(i, j) \in Q^{\text{market}}$	$ Q^{\text{market}} $	1457
pax_ℓ	плечо $\ell \in F_{\text{all}}$, вариант вылета $t \in T_\ell$	$ F_{\text{all}} \cdot T$	780

Суммарное число переменных:

$$V = \sum_{i \in F} |T_i| |K_i| + |K| \cdot |G| + |Q| + |Q^{\text{market}}| + |F_{\text{all}}| \cdot T$$

При равномерном числе вариантов времени вылета для каждого рейса $|T_i| = T$ и количестве возможных типов ВС для выполнения рейса $|K_i| \approx K$ суммарное число переменных будет выражаться как:

$$V = |F| T K + |K| \cdot |G| + |Q| + |Q^{\text{market}}| + |F_{\text{all}}| \cdot T$$

Размерность переменных растёт линейно по каждому из параметров $|F|$, $|F_{\text{all}}|$, T , $|K|$, $|G|$, $|Q|$. При этом в общем случае количество пар рейсов $|Q|$, между которыми возможна стыковка, будет расти квадратично по числу рейсов. Однако, оно ограничено временным фильтром (рассматриваем только стыковки с временем пересадки в пределах от MCT до MaxCT) и шириной окна разрешенных сдвигов рейсов по времени. Также на $|Q|$ влияет наличие волн стыковок в исходном расписании и распределение рейсов между хабами. Эти ограничения существенно уменьшают число возможных пар рейсов для пересадки, что удерживает задачу в практически решаемых размерах.

4.2. Число ограничений. Модель содержит семь групп ограничений, которые перечислены в таблице 3.

Таблица 3. Группы ограничений, их количество и значения для примера расчёта

Ограничение	Объекты индексации	Количество	Пример
Покрытие рейсов	рейс $i \in F$	$ F $	146
Непрерывность потока ВС	узел $n \in N$, тип ВС $k \in K$	$ N \cdot K $	2610
Размер флота	тип ВС $k \in K$	$ K $	5
Вместимость ВС	плечо $\ell \in F_{all}$, вариант $t \in T_\ell$	$ F_{all} \cdot T$	780
Активность стыковки (нижняя и верхняя границы)	стыковочная пара $(i, j) \in Q$	$2 Q $	2914
Трансферный спрос	трансферный рынок $(i, j) \in Q^{\text{market}}$	$ Q^{\text{market}} $	1457
Спрос point-to-point	плечо $\ell \in F_{all}$, вариант $t \in T_\ell$	$ F_{all} \cdot T$	780

Суммарное число ограничений:

$$C = |F| + |N| \cdot |K| + |K| + 2|F_{all}|T + 2|Q| + |Q^{\text{market}}|$$

5. Вычислительные эксперименты. Расчет выполнялся на данных крупной российской авиакомпании с несколькими хабовыми аэропортами. Парк воздушных судов авиакомпании состоит из 61 ВС 5 типов. Расписание составлялось на сезон Зима 2025-2026 на основе данных сезона Зима 2024-2025. Расписание включало 260 ежедневных рейсов. Их количество было сокращено до 146 за счет объединения в оборотные рейсы пары "туда-обратно". При этом рейсы между хабами в оборотные рейсы не объединялись.

Для проверки модели использовались два источника данных о спросе на перевозку: собственные данные авиакомпании и сгенерированные по гравитационному методу на основе данных о населении в городах и расстоянии между ними [14]. Для каждого оборотного рейса рассматривались несколько вариантов изменения времени вылета: ± 1 час с интервалом 1 час; ± 1 час с интервалом 30 минут; ± 1 час с интервалом 5 минут. Помимо этого, использовалась двухшаговая оптимизация: сначала задача решается в диапазоне ± 1 час с интервалом 30 минут, затем на основе полученного решения ищется новое в диапазоне ± 30 минут с интервалом 5 минут. Это позволяет избежать роста размерности задачи при уменьшении рассматриваемых интервалов. Расчет производился с помощью солвера HiGHS версии 1.14.0.

Результаты численных экспериментов представлены в таблицах 4, 5. В них можно увидеть эффект от применения двухшаговой схемы оптимизации. В эксперименте 2 одноэтапная оптимизация с поиском времени вылета в диапазоне ± 1 час с интервалом 5 минут была остановлена по лимиту времени (1 час) с MIP-gap = 7,82% и значением целевой функции 273,41, в то время как использование двухшаговой схемы позволило найти лучшее решение (288,62), при этом MIP-gap в 2,91% был достигнут спустя 10 минут работы решателя.

Таблица 4. Параметры и характеристики экспериментов

№ эксп.	Кол-во шагов	Источник спроса	Окно, интервал, мин.	Число переменных	Число ограничений	Разреженность	t реш., с	MIP-gap, %
1	1	грав.	$\pm 60, 30$	9799	9242	$3,43 \cdot 10^{-4}$	971	1,5
2	1	грав.	$\pm 60, 5$	78589	96012	$3,40 \cdot 10^{-5}$	3607	7,82
3	2	грав.	Шаг 1: $\pm 60, 30$; Шаг 2: $\pm 60, 5$;	32790	37019	$8,84 \cdot 10^{-5}$	3603	1,64
4	1	грав.	$\pm 60, 60$	6767	6637	$4,62 \cdot 10^{-4}$	3601	31,88

Таблица 5. Результаты экспериментов: изменение целевой функции и числа стыковок

№ эксп.	ЦФ до, у.е.	ЦФ после, у.е.	Изменение	Стыковки до, шт	Стыковки после, шт.	Изменение
1	26340	28759	9,2%	57	68	19,3%

2	26340	27341	3,8%	57	64	12,3%
3	26340	28862	9,6%	68	69	1,5%
4	-4086	-3882	5,0%	122	126	3,3%

На собственных данных авиакомпании расчет происходил с меньшей скоростью сходимости: при лимите в 1 час решение завершилось с MIP-gap = 31,9%. Причина такого поведения может заключаться в структуре трансферных потоков: в собственных данных их больше по количеству, что приводит к кратному росту LP-итераций. Увеличение устойчивости модели к данным по спросу является одной из тем дальнейших исследований. Тем не менее полученное решение обеспечивает прирост операционной прибыли на 5%, что подтверждает практическую ценность подхода даже при незакрытом зазоре оптимальности.

В результате прогнозируемая операционная прибыль выросла на 4-9% за счет корректировки времен вылета и оптимального подбора типов ВС под каждый рейс. Общее число трансферных направлений, по которым время пересадки не превышает 3 часов, выросло на 19%, что повысило транспортную доступность и связность сети авиакомпании.

Заключение. В работе рассматривается задача построения расписания и назначения воздушных судов для авиакомпаний с хабовой структурой маршрутной сети (hub-and-spoke). Предложена модель смешанного целочисленного линейного программирования, в которой учитывается выбор времени вылета, выбор типа воздушного судна для каждого рейса, а в качестве критерия оптимизации выступает операционная прибыль, рассчитываемая с учетом выручки от трансферных перевозок.

Вычислительные эксперименты, проведенные на реальных данных крупной российской авиакомпании, подтвердили практическую применимость предложенного подхода. Оптимизированное расписание обеспечило увеличение операционной прибыли и рост числа трансферных направлений с временем пересадки, не превышающим трёх часов, на 19% относительно базового расписания. Полученные результаты свидетельствуют о том, что незначительные корректировки времени вылета рейсов в сочетании с переназначением воздушных судов способны существенно повысить связность сети и коммерческие показатели без изменения маршрутной сети и частоты выполнения рейсов.

Вместе с тем необходимо обозначить ряд ограничений настоящего исследования. Модель предполагает фиксированную частоту рейсов, в связи с чем на начальном этапе может потребоваться её ручная корректировка. Кроме того, показатели пассажирского спроса и тарифов рассматриваются, как детерминированные параметры. С одной стороны, использование средних значений представляется обоснованным, поскольку исследование ориентировано на планирование расписания, а не на ценообразование и управление доходами. С другой стороны, спрос и тарифы могут сами зависеть от расписания.

В рамках дальнейших исследований возможно развитие модели по нескольким направлениям. Во-первых, включение рейсов, которые выполняются не ежедневно, в предложенный подход расширит область его практического применения. Во-вторых, моделирование изменения спроса на изменение расписания обеспечит более реалистичные оценки выручки. Во-третьих, включение мер по обеспечению устойчивости – таких, как буферное время и штрафы за распространение задержек – повысит надёжность формируемых расписаний.

Список источников

1. Xu Y., Wandelt S., Sun X. Airline scheduling optimization: literature review and a discussion of modelling methodologies. Intelligent Transportation Infrastructure, 2024, vol. 3, DOI: 10.1093/iti/liad026.
2. Zhou L., Liang Z., Chou C.A. et al. Airline planning and scheduling: models and solution methodologies. Frontiers of Engineering Management, 2020, vol. 7, no. 1, pp. 1–26, DOI: 10.1007/s42524-020-0093-5.

3. Eltoukhy A.E.E., Chan F.T.S., Chung S.H. Airline schedule planning: a review and future directions. *Industrial Management & Data Systems*, 2017, vol. 117, no. 6, pp. 1201–1243, DOI: 10.1108/IMDS-09-2016-0358.
4. Goedeking P. *Networks in aviation: strategies and structures*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2010.
5. Lohatepanont M., Barnhart C. Airline schedule planning: integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment. *Transportation Science*, 2004, vol. 38, no. 1, pp. 19–32, DOI:10.1287/trsc.1030.0026.
6. Jiang H., Barnhart C. Robust airline schedule design in a dynamic scheduling environment. *Computers & Operations Research*, 2013, vol. 40, no. 3, pp. 831–840, DOI: 10.1016/j.cor.2011.06.018.
7. Cadarso L., Marín Á. Robust passenger oriented timetable and fleet assignment integration in airline planning. *Journal of Air Transport Management*, 2013, vol. 26, pp. 44–49, DOI: 10.1016/j.jairtraman.2012.10.004.
8. Sherali H.D., Bae K.H., Haouari M. A benders decomposition approach for an integrated airline schedule design and fleet assignment problem with flight retiming, schedule balance, and demand recapture. *Annals of Operations Research*, 2013, vol. 210, pp. 213–244, DOI: 10.1007/s10479-011-0906-3.
9. Çiftçi U., Özkır V. Optimising flight connection times in airline bank structure through simulated annealing and tabu search algorithms. *Journal of Air Transport Management*, 2020, vol. 87, p. 101858, DOI: 10.1016/j.jairtraman.2020.101858.
10. Mei T., Ma L., Ma Y. Flight schedule adjustment for hub airports using multi-objective optimization. *Journal of Intelligent Systems*, 2021, vol. 30, no. 1, pp. 931–946, DOI: 10.1515/jisys-2020-0114.
11. Романенко В.А. Нечёткая оптимизация управления парком воздушных судов с учётом трансферных пассажиропотоков / В.А. Романенко // *Управление большими системами*, 2025. – Вып. 117. – С. 74–102.
12. Belobaba P., Odoni A., Barnhart C. *The global airline industry*. Chichester, John Wiley & Sons, 2009, DOI: 10.1002/9780470744734.
13. Hane C., Barnhart C., Johnson E.L. et al. The fleet assignment problem: solving a large-scale integer program. *Mathematical Programming*, 1995, vol. 70, no. 1–3, pp. 211–232, DOI: 10.1007/BF01585938.
14. Grosche T., Rothlauf F., Heinzl A. Gravity models for airline passenger volume estimation. *Journal of Air Transport Management*, 2007, vol. 13, no. 4, pp. 175–183, DOI: 10.1016/j.jairtraman.2007.02.001.

Карамушко Денис Маркович. Аспирант МФТИ. AuthorID: 1353167, SPIN: 6139-6197, ORCID: 0009-0006-7905-5216, 141700, Россия, Московская область, Долгопрудный, Институтский пер., 9.

Чернов Алексей Владимирович. К.ф.-м.н., с. н. с., зав. лаб. численных методов прикладной структурной оптимизации МФТИ. AuthorID: 987214, SPIN: 7878-3230, ORCID: 0000-0003-2122-054X, 141700, Россия, Московская область, Долгопрудный, Институтский пер., 9.

UDC 519.852, 656.7.043

DOI:10.25729/ESI.2026.43.3.013

Airline schedule optimization with transfers modelling

Denis M. Karamushko, Alexey V. Chernov

Moscow Institute of Physics and Technology,

Russia, Dolgoprudny, karamushko.dm@phystech.edu

Abstract. Airline schedule planning is a complex multi-stage optimization process, including schedule design, fleet assignment, and aircraft routing. This paper proposes an integrated mathematical model for the joint optimization of fleet type assignment and flight departure times determination within a hub-and-spoke network structure. The model is formulated as a mixed-integer linear program built upon a space-time graph representation of the flight schedule. A key distinguishing feature of the model is the handling of connecting passenger itineraries: revenues from both point-to-point and transfer passengers are included in the objective function, along with fleet operating costs. Problem dimensionality is reduced by exploiting the rotation structure of hub-and-spoke networks: outbound and return legs between a hub and a spoke region are treated as a single rotation unit. The model was validated on real-world data from a major Russian airline, comprising 260 daily flights aggregated into 146 rotations and inter-hub flights, operated by a fleet of 61 aircraft across 5 fleet types. Two independent demand data sources were used for validation: the airline's own booking data and estimates generated via a gravity model. A two-step optimization scheme is proposed: in the first step, departure times are searched over a wider range with

a coarser interval; in the second step, the solution is refined over a narrower range with a 5-minute resolution. The optimized schedule achieved a 4–9% increase in forecasted operational profit and a 19% improvement in the number of reachable transfer markets within a three-hour connection window. These results demonstrate that the simultaneous optimization of schedule timing and fleet assignment yields meaningful commercial gains and gives more convenient connection opportunities for passengers.

Keywords: airline schedule optimization, fleet assignment model, linear programming, mathematical modelling

References

1. Xu Y., Wandelt S., Sun X. Airline scheduling optimization: literature review and a discussion of modelling methodologies. *Intelligent Transportation Infrastructure*, 2024, vol. 3, DOI: 10.1093/iti/liad026.
2. Zhou L., Liang Z., Chou C.A. et al. Airline planning and scheduling: models and solution methodologies. *Frontiers of Engineering Management*, 2020, vol. 7, no. 1, pp. 1–26, DOI: 10.1007/s42524-020-0093-5.
3. Eltoukhy A.E.E., Chan F.T.S., Chung S.H. Airline schedule planning: a review and future directions. *Industrial Management & Data Systems*, 2017, vol. 117, no. 6, pp. 1201–1243, DOI: 10.1108/IMDS-09-2016-0358.
4. Goedeking P. *Networks in aviation: strategies and structures*. Berlin, Heidelberg, Springer, 2010.
5. Lohatepanont M., Barnhart C. Airline schedule planning: integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment. *Transportation Science*, 2004, vol. 38, no. 1, pp. 19–32, DOI: 10.1287/trsc.1030.0026.
6. Jiang H., Barnhart C. Robust airline schedule design in a dynamic scheduling environment. *Computers & Operations Research*, 2013, vol. 40, no. 3, pp. 831–840, DOI: 10.1016/j.cor.2011.06.018.
7. Cadarso L., Marín Á. Robust passenger oriented timetable and fleet assignment integration in airline planning. *Journal of Air Transport Management*, 2013, vol. 26, pp. 44–49, DOI: 10.1016/j.jairtraman.2012.10.004.
8. Sherali H.D., Bae K.H., Haouari M. A benders decomposition approach for an integrated airline schedule design and fleet assignment problem with flight retiming, schedule balance, and demand recapture. *Annals of Operations Research*, 2013, vol. 210, pp. 213–244, DOI: 10.1007/s10479-011-0906-3.
9. Çiftçi U., Özkır V. Optimising flight connection times in airline bank structure through simulated annealing and tabu search algorithms. *Journal of Air Transport Management*, 2020, vol. 87, p. 101858, DOI: 10.1016/j.jairtraman.2020.101858.
10. Mei T., Ma L., Ma Y. Flight schedule adjustment for hub airports using multi-objective optimization. *Journal of Intelligent Systems*, 2021, vol. 30, no. 1, pp. 931–946, DOI: 10.1515/jisys-2020-0114.
11. Romanenko V.A. Nechetkaya optimizatsiya upravleniya parkom vozdukhnykh sudov s uchetom transfornykh passazhiropotokov [Fuzzy optimization of fleet assignment with transfer passenger flows]. *Upravleniye bol'shimi sistemami [Large-Scale Systems Management]*, 2025, iss. 117, pp. 74–102.
12. Belobaba P., Odoni A., Barnhart C. *The global airline industry*. Chichester, John Wiley & Sons, 2009, DOI: 10.1002/9780470744734.
13. Hane C., Barnhart C., Johnson E.L. et al. The fleet assignment problem: solving a large-scale integer program. *Mathematical Programming*, 1995, vol. 70, no. 1–3, pp. 211–232, DOI: 10.1007/BF01585938.
14. Grosche T., Rothlauf F., Heinzl A. Gravity models for airline passenger volume estimation. *Journal of Air Transport Management*, 2007, vol. 13, no. 4, pp. 175–183, DOI: 10.1016/j.jairtraman.2007.02.001.

Karamushko Denis Markovich. PhD student at MIPT. AuthorID: 1353167, SPIN: 6139-6197, ORCID: 0009-0006-7905-5216. 9 Institutsky per., Dolgoprudny, MO, 141700

Chernov Alexey Vladimirovich. PhD, senior researcher, chief of Laboratory of Numerical Methods of Applied Structural Optimization at MIPT, AuthorID: 987214, SPIN: 7878-3230, ORCID: 0000-0003-2122-054X, 9 Institutsky per., Dolgoprudny, MO, 141700.

Статья поступила в редакцию 11.06.2026; одобрена после рецензирования 16.06.2026; принята к публикации 01.08.2026.

The article was submitted 06/11/2026; approved after reviewing 06/16/2026; accepted for publication 08/01/2026.