

Математические, информационные и интеллектуальные технологии в энергетике

УДК 621.396

DOI:10.25729/ESI.2026.43.3.008

Метод идентификации дефектов в технических системах, описываемых линейными моделями

Жирабок Алексей Нилович¹, Зуев Александр Валерьевич²

¹Дальневосточный федеральный университет, Россия, Владивосток, zhirabok@mail.ru

²Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Россия, Владивосток

Аннотация. Рассматривается задача идентификации (оценивания) величин дефектов в динамике и датчиках технических систем, описываемых линейными динамическими моделями с постоянными параметрами, представленными системой обыкновенных дифференциальных уравнений, с учетом действия неконтролируемых внешних возмущений и шумов измерений в имеющихся датчиках. Цель работы состоит в построении средств идентификации, использующих данные об управляющих воздействиях и показания датчиков системы, для определения величин дефектов как в динамике, так и датчиках. Полученная информация о величинах дефектов необходима для компенсации влияния этих дефектов системой отказоустойчивого управления за счет коррекции управляющих воздействий. Решение задачи основано на так называемых интервальных наблюдателях минимальной размерности, нечувствительных к внешним возмущениям. Такие наблюдатели строятся на базе редуцированной (имеющую меньшую размерность) модели исходной системы, также нечувствительной к внешним возмущениям. Для построения редуцированной модели получены соответствующие соотношения с использованием жордановой канонической формы матрицы, описывающей динамику модели и интервального наблюдателя. Жорданова форма необходима для обеспечения соответствующих свойств наблюдателя. Далее на основе интервального наблюдателя и дифференциатора, формирующего точную оценку производной за конечное время, выводятся соотношения, позволяющие получить интервальную оценку величин дефектов в динамике и датчиках системы. Новизна работы состоит в том, что, в отличие от классического способа использования интервальных наблюдателей средства идентификации в настоящей работе строятся на основе редуцированных моделей, нечувствительных к внешним возмущениям. Это позволяет уменьшить вычислительную сложность процедуры идентификации и за счет нечувствительности к внешним возмущениям повысить точность оценивания величин дефектов. Теоретические положения проиллюстрированы практическим примером оценки величины дефектов в электроприводе манипуляционного робота. Проведенное моделирование на основе пакета Matlab продемонстрировало корректность теоретических результатов. Показано, что использование редуцированной модели электропривода позволило уменьшить вычислительную сложность процедуры идентификации. Полученные соотношения могут быть использованы для построения отказоустойчивых систем.

Ключевые слова: линейные системы, модели, дефекты, интервальные наблюдатели

Цитирование: Жирабок А.Н. Метод идентификации дефектов в технических системах, описываемых линейными моделями / А.Н. Жирабок, А.В. Зуев // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2026. – № 3(43). – С. 93-102. – DOI:10.25729/ESI.2026.43.3.008.

Введение. Известно, что в технических системах в процессе их эксплуатации могут возникать дефекты, для компенсации их влияния применяются различные методы, многие из которых используют информацию о величинах этих дефектов. Непосредственное измерение таких величин обычно наталкивается на значительные трудности. В этих случаях задача может быть решена на основе известных математических моделей этих систем и штатных датчиков, показания которых после соответствующей обработки поставляют искомую информацию.

Существуют различные способы обработки этой информации, среди которых наиболее известными служат подходы на основе скользящих наблюдателей [1-7], разработанные для различных классов систем и дефектов как в динамике, так и датчиках. При этом для

построения скользящих наблюдателей на исходную систему накладываются различные ограничения, в частности, требуется, чтобы она была минимально фазовой или детектируемой, кроме того, должно выполняться условие согласования [1]. Недостатком таких наблюдателей являются их высокая чувствительность к различным помехам, сопровождающим работу системы.

Интересный метод для решения рассматриваемой задачи был предложен в [8] на основе так называемых интервальных наблюдателей, которые формируют интервальные оценки рассматриваемых функций. За последние 20 лет было предложено много методов построения таких наблюдателей для различных классов систем [9-21]. Следует отметить, что в [8] решение задачи оценивания получено за счет наложения требования минимальной фазовости исходной системы, кроме того, там не учитываются шумы измерений, которые всегда присутствуют в реальных системах.

В настоящей работе решается задача оценивания величин дефектов в динамике и датчиках на основе интервальных наблюдателей в технических системах, описываемых линейными динамическими моделями, без требования минимальной фазовости при наличии внешних возмущений и шумов измерений. Как и в [15-19], решение опирается на редуцированную (имеющую меньшую размерность) модель исходной системы; это повышает точность оценивания, уменьшает вычислительную сложность и дает возможность учесть шумы измерений.

1. Основные положения. Рассматриваются системы, описываемые уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) + Dd(t) + Lp(t), \\ y(t) &= Hx(t) + D_s d_s(t) + w(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^l$ и $u(t) \in R^m$ – векторы состояния, выхода и управления, F , G , H , D , L и D_s – постоянные матрицы соответствующих размеров; скалярные функции $d(t)$ и $d_s(t)$ описывают дефекты в динамике и датчиках соответственно и полагаются неизвестными; неизвестная функция $w(t) \in R^l$ описывает шумы измерений, предполагается, что $\underline{w} \leq w(t) \leq \bar{w}$ для известных $\underline{w}$, $\bar{w}$, где отношение « $\leq$ » понимается поэлементно; $\rho(t) \in R^s$ – неизвестная функция времени, описывающая действующее на систему возмущение. Предполагается также, что начальное состояние $x(0)$ удовлетворяет условию $\underline{x}(0) \leq x(0) \leq \bar{x}(0)$ для известных $\underline{x}(0)$ и $\bar{x}(0)$.

Отметим, что матрица F описывает динамику системы, G – характер управляющих воздействий, H – размещение датчиков; матрицы D и L характеризуют места в динамике, подверженные дефектам и внешним возмущениям, D_s определяет датчики, в которых возможны дефекты.

Рассмотрим вначале дефекты в динамике, предполагая, что $D_s = 0$. По аналогии с [5] будем предполагать, что выполняется условие согласования $\text{rank}(HD) = \text{rank}(D)$. Решение задачи базируется на редуцированной (имеющей меньшую размерность) модели исходной системы (1), нечувствительной к возмущениям и описываемой уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{x}_*(t) &= F_*x_*(t) + J_*Hx(t) + G_*u(t) + D_*d(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t),\end{aligned}\tag{2}$$

где $x_* \in R^k$ – вектор состояния модели, k – ее размерность, F_* , J_* , G_* , D_* и H_* – матрицы соответствующих размеров, подлежащие определению.

Для решения задачи будем полагать, что существуют матрицы Φ и R , которые связывают векторы состояния и выхода системы (1) и модели (2) и удовлетворяют уравнениям [15-17]

$$RH = H_*\Phi, \quad \Phi F = F_*\Phi + J_*H, \quad G_* = \Phi G, \quad D_* = \Phi D, \quad \Phi L = 0. \quad (3)$$

2. Построение редуцированной модели. Известно [9-11], что для корректной работы интервального наблюдателя матрица F_* должна быть устойчивой и метцлеровой, т.е. иметь неотрицательные внедиагональные элементы. Этим условиям соответствует диагональная жорданова форма матрицы, когда

$$F_* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_k \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ – собственные числа, которые должны быть отрицательными. Матрицы H_* и R определяются из первого уравнения в (3), записанного в виде

$$(R \quad -H_*) \begin{pmatrix} H \\ \Phi \end{pmatrix} = 0, \quad (5)$$

условием разрешимости которого является неравенство

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} < \text{rank}(\Phi) + \text{rank}(H). \quad (6)$$

Известно [15-17], что для матрицы (4) второе уравнение в (3) для каждой строки матрицы Φ принимает вид

$$(Q \quad -J_*) \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda I_n) \\ H \end{pmatrix} = 0, \quad (7)$$

где L_0 – матрица максимального ранга, удовлетворяющая условию $L_0 L = 0$, I_n – единичная матрица. Задавая конкретное значение $\lambda < 0$, из уравнения (7) следует найти матрицы Q и J_* такие, что $\Phi = QL_0$ удовлетворяет условию (6). Если оно выполняется, определяются матрицы H_* и R из алгебраического уравнения (5), G_* и D_* – из (3). В противном случае задача рассмотренным методом решения не имеет.

3. Точная оценка. Для выбранного значения $\lambda < 0$ модель (2) является одномерной и принимает вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= \lambda x_*(t) + J_* H x(t) + G_* u(t) + D_* d(t), \\ y_*(t) &= x_*(t), \end{aligned} \quad (8)$$

D_* представляет собой скаляр. Если шумы измерения отсутствуют или ими можно пренебречь, то с учетом равенств $y_*(t) = x_*(t) = Ry(t)$ и $J_* H y(t) = J_* y(t)$ величина дефекта $d(t)$ может быть оценена точно в виде

$$d(t) = D_*^{-1} (\dot{y}_*(t) - \lambda y_*(t) - J_* y(t) - G_* u(t)). \quad (9)$$

Для вычисления производной $\dot{y}_*(t)$ предлагается использовать дифференциатор, предложенный в [22]:

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta}_1(t) &= \vartheta_0(t), \\ \vartheta_0(t) &= \vartheta_2(t) - \beta_1 |\vartheta_1(t) - y_*(t)|^{1/2} \text{sign}(\vartheta_1(t) - y_*(t)), \\ \dot{\vartheta}_2(t) &= -\beta_2 \text{sign}(\vartheta_1(t) - y_*(t)), \end{aligned} \quad (10)$$

где β_1, β_2 – положительные константы, выбираемые согласно рекомендациям [22]. Как показано в [22], при отсутствии возмущений в $y_*(t)$ переменная $\vartheta_2(t)$ дает точную оценку производной $\dot{y}_*(t)$ за конечное время.

4. Интервальная оценка. Наличие шумов измерений делает оценку (9) приближенной. В этом случае использование интервального наблюдателя позволяет найти гарантированные пределы (границы), в которых будет находиться оценка по аналогии с доверительным интервалом в математической статистике.

Интервальный наблюдатель строится на основе модели (2) и по аналогии с [9-11] принимает вид

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}_*(t) &= \lambda \underline{x}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + J_*^- \underline{w} - J_*^+ \bar{w}, \\ \dot{\bar{x}}_*(t) &= \lambda \bar{x}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + J_*^- \bar{w} - J_*^+ \underline{w}, \\ \underline{y}_*(t) &= \underline{x}_*(t), \\ \bar{y}_*(t) &= \bar{x}_*(t).\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь $J_*^+ = \max(0, J_*)$, $J_*^- = J_*^+ - J_*$, нетрудно видеть, что $J_*^+ \geq 0$, $J_*^- \geq 0$; $\underline{x}_*(t)$ и $\bar{x}_*(t)$ – компоненты состояния интервального наблюдателя.

Известно [9-11], что если матрица F_* является метцлеровой, то из условия $\underline{x}(0) \leq x(0) \leq \bar{x}(0)$ следует $\underline{x}_*(t) \leq x_*(t) \leq \bar{x}_*(t)$ при всех $t \geq 0$. Так как $\underline{y}_*(t) = \underline{x}_*(t)$ и $\bar{y}_*(t) = \bar{x}_*(t)$, то по аналогии с [8] нетрудно заключить, что из $\underline{y}_*(t) \leq y_*(t) \leq \bar{y}_*(t)$ следует существование переменной $0 \leq \gamma(t) \leq 1$, такой, что

$$y_*(t) = \underline{y}_*(t) + \gamma(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) = \bar{y}_*(t) + (\gamma(t) - 1)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) \quad (12)$$

для всех $t \geq 0$. Заменим $y_*(t)$ на $Ry(t)$, что дает

$$\gamma(t) = \frac{Ry(t) - \underline{y}_*(t)}{\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)}.$$

Для получения верхней границы $\bar{d}(t)$ вычислим $\dot{y}_*(t)$ на основе первой части равенства (12) и уравнения (11):

$$\begin{aligned}\dot{y}_*(t) &= \dot{\underline{y}}_*(t) + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \gamma(t) \frac{d(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t))}{dt} = \\ &= \lambda \underline{y}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + J_*^- \underline{w} - J_*^+ \bar{w} + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &+ \gamma(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \gamma(t) |J_*| (\bar{w} - \underline{w}),\end{aligned}$$

где $|J_*|$ – матрица, составленная из абсолютных значений элементов матрицы J_* . Заменим в полученном выражении переменную $\dot{y}_*(t)$ правой частью равенства (8) с $x_*(t) = y_*(t)$:

$$\begin{aligned}\lambda y_*(t) + J_* Hx(t) + G_* u(t) + D_* d(t) &= \\ &= \lambda \underline{y}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + J_*^- \underline{w} - J_*^+ \bar{w} + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &+ \gamma(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + |J_*| (\bar{w} - \underline{w})\end{aligned}$$

и преобразуем его с учетом $y_*(t) = Ry(t)$ с учетом того, что $J_* y(t) - J_* Hx(t) = J_* w(t)$:

$$\begin{aligned}D_* d(t) &= \lambda(\underline{y}_*(t) - Ry(t)) + J_* w(t) + J_*^- \underline{w} - J_*^+ \bar{w} + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &+ \gamma(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + |J_*| (\bar{w} - \underline{w}).\end{aligned}$$

Так как

$$\begin{aligned} J_* w(t) + J_*^- \underline{w} - J_*^+ \bar{w} &= J_*^+ w(t) - J_*^- w(t) + J_*^- \underline{w} - J_*^+ \bar{w} = \\ &= J_*^+ (w(t) - \bar{w}) + J_*^- (\underline{w} - w(t)) \leq 0, \end{aligned}$$

то, удаляя эти слагаемые из предыдущего выражения, получаем искомую формулу для $\bar{d}(t)$:

$$\begin{aligned} \bar{d}(t) &= D_*^{-1}(\lambda(\underline{y}_*(t) - Ry(t)) + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &+ \gamma(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t) + |J_*|(\bar{w} - \underline{w}))). \end{aligned}$$

Выполняя аналогичные операции, получаем выражение для нижней границы:

$$\begin{aligned} \underline{d}(t) &= D_*^{-1}(\lambda(\underline{y}_*(t) - Ry(t)) + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &+ (\gamma(t) - 1)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t) + |J_*|(\bar{w} - \underline{w}))). \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что $\underline{d}(t) \leq d(t) \leq \bar{d}(t)$. Для вычисления производной $\dot{\gamma}(t)$ может быть использован дифференциатор вида (10).

5. Оценка дефекта в датчике. При рассмотрении дефекта в j -м датчике уравнение (7) принимает вид

$$(Q - J_*) \begin{pmatrix} L_0(F - \lambda I_n) \\ H^{(j)} \end{pmatrix} = 0, \quad (13)$$

где $H^{(j)}$ – матрица H без j -й строки, поскольку дефектный датчик не должен участвовать в построении редуцированной модели, которая в предположении $D = 0$ принимает вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_*(t) &= F_* x_*(t) + J_* H^{(j)} x(t) + G_* u(t), \\ y_*(t) &= H_* x_*(t) + RD_s d_s(t). \end{aligned}$$

На ее основе строится диагностический наблюдатель с вектором состояния $x_o(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_o(t) &= F_* x_o(t) + J_* y(t) + G_* u(t), \\ y_o(t) &= H_* x_o(t). \end{aligned} \quad (14)$$

Введем ошибку оценивания $e(t) = \Phi x(t) - x_o(t)$ и рассмотрим переменную $y_o(t)$:

$$\begin{aligned} y_o(t) &= H_* x_o(t) = H_*(\Phi x(t) - e(t)) = H_* \Phi x(t) - H_* e(t) = \\ &= RHx(t) - H_* e(t) = R(y(t) - w(t) - D_s d_s(t)) - H_* e(t), \end{aligned}$$

откуда при условии $RD_s \neq 0$ следует

$$d_s(t) = (RD_s)^{-1}(Ry(t) - y_o(t) - Rw(t) - H_* e(t)). \quad (15)$$

Так как $d_s(t)$ – скаляр, то $RD_s \neq 0$ также скаляр и $(RD_s)^{-1}$ всегда существует.

Если шумы измерений отсутствуют или ими можно пренебречь, из (15) может быть получена точная оценка функции $d_s(t)$. Действительно, из устойчивости наблюдателя следует $e(t) \rightarrow 0$, а тогда из (15) при $w(t) = 0$ получаем

$$d_s(t) = (RD_s)^{-1}(Ry(t) - y_o(t)).$$

При наличии шумов измерений отношение $e(t) \rightarrow 0$ не выполняется, и приведенная оценка становится неточной. В этом случае можно получить интервальную оценку. Для этого введем нижнюю и верхнюю границы ошибки $e(t)$:

$$\underline{e}(t) = \underline{x}_*(t) - x_o(t), \quad \bar{e}(t) = \bar{x}_*(t) - x_o(t). \quad (16)$$

где переменные $\underline{x}_*(t)$ и $\bar{x}_*(t)$ формируются интервальным наблюдателем (11).

Известно [9-11], что из условия $\underline{x}(0) \leq x(0) \leq \bar{x}(0)$ следует $\underline{e}(t) \geq 0$ и $\bar{e}(t) \geq 0$ при всех $t \geq 0$. С учетом (15) и (16) выражения для нижней и верхней границ оценки величины дефекта, полученные на основе (15), принимают вид

$$\begin{aligned}\underline{d}_s(t) &= (RD_s)^{-1}(Ry(t) - y_o(t) - ((RD_s)^{-1}R)^+ \bar{w} + ((RD_s)^{-1}R)^- \underline{w} - \\ &\quad - ((RD_s)^{-1}H_*)^+ \bar{e}(t) + ((RD_s)^{-1}H_*)^- \underline{e}(t)), \\ \bar{d}_s(t) &= (RD_s)^{-1}(Ry(t) - y_o(t) - ((RD_s)^{-1}R)^+ \underline{w} + ((RD_s)^{-1}R)^- \bar{w} - \\ &\quad - ((RD_s)^{-1}H_*)^+ \underline{e}(t) + ((RD_s)^{-1}H_*)^- \bar{e}(t)).\end{aligned}$$

Из сказанного ясно, что для получения интервальной оценки должны использоваться наблюдатели (11) и (14). По аналогии с [15-17] можно показать, что $\underline{d}_s(t) \leq d_s(t) \leq \bar{d}_s(t)$.

Пример. Рассмотрим электропривод робота, описанный уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= k_1 x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= k_2 x_2(t) + k_3 x_3(t) + \rho(t), \\ \dot{x}_3(t) &= k_4 x_2(t) + k_5 x_3(t) + k_6 u(t) + d(t), \\ y_1(t) &= x_1(t) + w_1(t), \\ y_2(t) &= x_3(t) + d_s(t) + w_2(t),\end{aligned}$$

где переменные $x_1(t)$, $x_2(t)$ и $x_3(t)$ – это скорость и угол вращения вала двигателя и ток якоря соответственно; коэффициенты $k_1 - k_6$ представляют параметры электропривода; возмущение $\rho(t)$ обусловлено наличием внешнего нагрузочного момента, приведенного к валу двигателя; дефект $d(t)$ вызван изменением активного сопротивления обмотки двигателя из-за его перегрева. Рассматриваемый электропривод описывается матрицами:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & k_1 & 0 \\ 0 & k_2 & k_3 \\ 0 & k_4 & k_5 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ k_5 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad D_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно видеть, что $L_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, тогда уравнение (7) принимает вид

$$(Q - J_*) \begin{pmatrix} -\lambda & k_1 & 0 \\ 0 & k_4 & k_5 - \lambda \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 0.$$

При $\lambda = k_5 < 0$ оно имеет решение $Q = (k_4 \quad -k_1)$, $J_* = (-k_4 k_5 \quad 0)$, откуда $\Phi = (k_4 \quad 0 \quad -k_1)$; условие (6) выполняется и тогда $R = (k_4 \quad -k_1)$, $H_* = 1$ и $G_* = -k_1 k_6$, $D_* = -k_1$. Модель (2) принимает вид

$$\dot{x}_*(t) = k_5 x_*(t) - k_4 k_5 H_1 x(t) - k_1 k_6 u(t) - k_1 d(t).$$

Так как $k_4 < 0$, то $J_*^+ = 0$ и $J_*^- = (|k_4 k_5| \quad 0)$; интервальный наблюдатель описывается уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{\underline{y}}_*(t) &= k_5 \underline{y}_*(t) - k_4 k_5 y_1(t) - k_1 k_6 u(t) + |k_4 k_5| \underline{w}_1, \\ \dot{\bar{y}}_*(t) &= k_5 \bar{y}_*(t) - k_4 k_5 y_1(t) - k_1 k_6 u(t) + |k_4 k_5| \bar{w}_1.\end{aligned}\tag{17}$$

Выражения для верхней и нижней границ принимают вид

$$\begin{aligned}\bar{d}(t) &= -(1/k_1)(k_5(\bar{y}_*(t) - Ry(t)) + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &\quad + k_5 \gamma(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t) + |k_4 k_5| (\bar{w}_1 - \underline{w}_1))), \\ \underline{d}(t) &= -(1/k_1)(k_5(\underline{y}_*(t) - Ry(t)) + \dot{\gamma}(t)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)) + \\ &\quad + k_5(\gamma(t) - 1)(\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t) + |k_4 k_5| (\bar{w}_1 - \underline{w}_1))),\end{aligned}$$

где $Ry(t) = k_4 y_1(t) - k_1 y_2(t)$, $\gamma(t) = \frac{k_4 y_1(t) - k_1 y_2(t) - \underline{y}_*(t)}{\bar{y}_*(t) - \underline{y}_*(t)}$.

Для дефекта во втором датчике $H^{(2)} = (1 \ 0 \ 0)$, уравнение (13) принимает вид

$$(Q - J_*) \begin{pmatrix} -\lambda & k_1 & 0 \\ 0 & k_4 & k_5 - \lambda \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0.$$

При $\lambda = k_5 < 0$ оно имеет решение и модель, совпадающие с полученными выше, на основе чего строится диагностический наблюдатель (14):

$$\begin{aligned} \dot{x}_o(t) &= k_5 x_o(t) - k_4 k_5 y_1(t) - k_1 k_6 u(t), \\ y_o(t) &= x_o(t). \end{aligned}$$

Так как $RD_s = -k_1$, то $(RD_s)^{-1}R = (k_4/k_1 \ -1)$ и $((RD_s)^{-1}H_*) = -1/k_1$; поскольку $k_1 > 0$ и $k_4 < 0$, то $((RD_s)^{-1}R)^+ = 0$, $((RD_s)^{-1}R)^- = (|k_4|/k_1 \ 1)$, $((RD_s)^{-1}H_*)^+ = 0$ и $((RD_s)^{-1}H_*)^- = 1/k_1$. Приведем выражения для нижней и верхней границ оценки величины дефекта:

$$\begin{aligned} \underline{d}_s(t) &= -(1/k_1)(k_4 y_1 - k_1 y_2 - y_o(t) + (|k_4|/k_1)\underline{w}_1 + \underline{w}_2) + \underline{e}(t), \\ \bar{d}_s(t) &= -(1/k_1)(k_4 y_1 - k_1 y_2 - y_o(t) + (|k_4|/k_1)\bar{w}_1 + \bar{w}_2) + \bar{e}(t), \end{aligned}$$

где $\underline{e}(t) = \underline{y}_*(t) - y_o(t)$, $\bar{e}(t) = \bar{y}_*(t) - y_o(t)$.

Отметим, что, так как исходная система трехмерна, то наблюдатель, построенный по классической схеме, имел бы размерность 6, наблюдатель (17) – размерность 2, что предопределяет меньшую вычислительную сложность процедуры идентификации.

Для моделирования приняты дискретизованные уравнения электропривода с $k_1 = k_4 = k_6 = 1$, $k_2 = -0,1$, $k_3 = -0,4$, $k_5 = -0,5$ и $u(t) = 0,5 \sin(t/2)$. Шумы измерений $w_1(t)$ и $w_2(t)$ представлены независимыми случайными величинами, равномерно распределенными на интервале $(-0,01; 0,01)$; дефект в датчике имитируется следующим образом: $d_s(t) = 0$ при $t < 30$ и $t > 60$, $d_s(t) = 0,5$ при $60 \geq t \geq 30$. Результаты моделирования приведены на рисунке 1, где показано поведение функции $d_s(t)$, а также ее верхних и нижних границ.

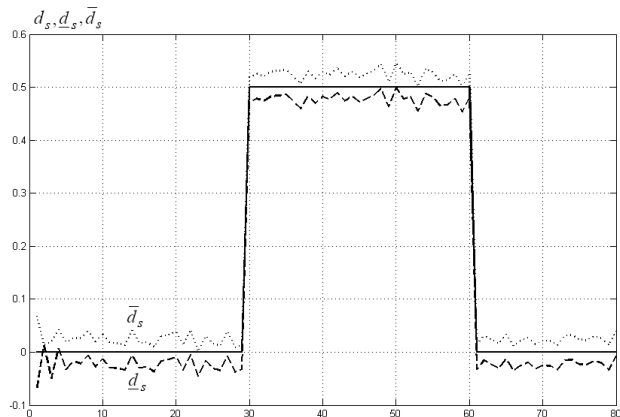


Рис.1. Графики функции $d_s(t)$, верхней $\bar{d}_s(t)$ и нижней $\underline{d}_s(t)$ границ

Заключение. В работе решена задача оценивания (идентификации) величин дефектов в системах, описываемых линейными моделями в присутствии внешних возмущений и шумов измерений. В отличие от известных методов решения этой задачи с использованием

скользящих наблюдателей, разработанный в статье подход позволяет расширить класс систем, для которых идентификация может быть осуществлена. Это объясняется тем, что метод построения скользящих наблюдателей накладывает ограничения на системы, для которых требуется решить задачу идентификации дефектов. Кроме того, по сравнению с классическими методами построения интервальных наблюдателей предложенный подход позволяет уменьшить вычислительную сложность процедуры идентификации за счет использования редуцированной модели исходной системы. Так, в примере интервальный наблюдатель имеет размерность 2, а построенный по классической схеме – 6. Предложенный метод может быть использован для построения отказоустойчивых систем путем компенсации оцененной величины дефекта системой управления.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 25-19-00590), <https://rscf.ru/project/25-19-00590/>.

Список источников

1. Edwards C., Spurgeon S., Patton R. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 2000, vol. 36, pp. 541–553, DOI: 10.1016/S0005-1098(99)00177-6.
2. Chen L., Edwards C., Alwi H. et al. Flight evaluation of a sliding mode online control allocation scheme for fault tolerant control. *Automatica*, 2020, vol. 114, p. 108829, DOI: 10.1016/j.automatica.2020.108829.
3. Kalsi K., Hui S., Zak S. Unknown input and sensor fault estimation using sliding-mode observers. *Proceedings of 2011 ACC, San Francisco*, 2011, pp. 1364-1369.
4. Yan X., Edwards C. Sensor fault detection and isolation for nonlinear systems based on a sliding mode observer. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, vol. 21, pp. 657-673.
5. Rajesh R., Shtessela Y., Edwards C. Accuracy improvement of dynamic sensors using sliding mode observers with dynamic extension. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2020, vol. 316, p. 112396, DOI: 10.1016/j.sna.2020.112396.
6. Hamdi H., Rodrigues M., Rabaoui B. et al. A fault estimation and fault-tolerant control based sliding mode observer for LPV descriptor systems with time delay. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2021, vol. 31, no. 2, pp. 247-258, DOI: 10.34768/amcs-2021-001.
7. Sergiyenko O., Tyrsa V., Zhirabok A. et al. Sensor fault identification in linear and nonlinear dynamic systems via sliding mode observers. *IEEE Sensors Journal*, 2022, vol. 22, pp. 10173-10182, DOI: 10.1109/JSEN.2021.3080118.
8. Ефимов Д.В. Построение интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями / Д.В. Ефимов, Т. Раисси // *Автоматика и телемеханика*, 2016. – № 2. – С. 5-49.
9. Efimov D., Raissi T., Chebotarev S. et al. Interval state observer for nonlinear time varying systems. *Automatica*, 2013, vol. 49, pp. 200-206, DOI: 10.1016/j.automatica.2012.07.004.
10. Chebotarev S., Efimov D., Raissi T. et al. Interval observers for continuous-time LPV systems with L1/L2 performance. *Automatica*, 2015, vol. 58, pp. 82-89, DOI: 10.1016/j.automatica.2015.05.009.
11. Zhu F., Fu Y., Dinh T. Asymptotic convergence unknown input observer design via interval observer. *Automatica*, 2023, no. 1, DOI: 10.1016/j.automatica.2022.110744.
12. Khan A., Xie W., Zhang L. et al. Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems. *IET Circuits, Devices & Systems*, 2020, vol. 14, pp. 721-740, DOI: 10.1049/iet-cds.2020.0004.
13. Xu F. Generalized set-theoretic interval observer using element-wise nonnegative transformation. *Automatica*, 2020, vol. 114, pp. 1-14, DOI: 10.1016/j.automatica.2020.109452.
14. Nguyen D., Dinh T., Wang Z. et al. Robust interval estimation of state and unknown inputs for linear continuous-time systems: an L1-gain characterization. *European Journal of Control*, 2024, vol. 82, p. 11172, DOI: 10.1016/j.ejcon.2024.101172.
15. Жирабок А.Н. Метод построения интервальных наблюдателей для стационарных линейных систем / А.Н. Жирабок, А.В. Зуев, Ким Чхун Ир // *Известия РАН. Теория и системы управления*, 2022. – № 5. – С. 3-13.
16. Жирабок А.Н. Интервальные наблюдатели для непрерывных систем с параметрическими неопределенностями / А.Н. Жирабок, А.В. Зуев, В.Ф. Филаретов и др. // *Автоматика и телемеханика*, 2023. – № 11. – С. 3-16.
17. Жирабок А.Н. Интервальные наблюдатели для оценивания неизвестных входов в дискретных стационарных динамических системах / А.Н. Жирабок, А.В. Зуев // *Автоматика и телемеханика*, 2024. – № 8. – С. 3-19.

18. Sergiyenko O., Zhirabok A., Ibraheem I. et al. Interval observers for discrete-time linear systems with uncertainties. *Symmetry*, 2022, vol. 14, pp. 21-31.
19. Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V. Interval parity relations design for fault diagnosis. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2024, vol. 38, no. 7, pp. 2520-2531.
20. Dinh T., Tran G. Systematic interval observer design for linear systems. *Automatica*, 2025, vol. 61, pp. 1-6.
21. Wang T., Li Y., Xiang W. Design of interval observer for continuous linear large-scale systems with disturbance attenuation. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, vol. 359, pp. 3910-3929.
22. Levant A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 2003, vol. 76, pp. 924-941.

Жирабок Алексей Нилович. Профессор, д.т.н., Дальневосточный федеральный университет, профессор. Основные направления исследований – теория сложных систем, техническая диагностика. AuthorID: 14905, SPIN: 8492-4471, ORCID: 0000-0001-5927-7117. zhirabok@mail.ru. 690922, Россия, Владивосток, Русский остров, п. Аякс, 10.

Зуев Александр Валерьевич. Доцент, д.т.н., Институт проблем морских технологий ДВО РАН, старший научный сотрудник. Основные направления исследований – адаптивное и робастное управление, робототехника. AuthorID: 239412, SPIN: 3691-4666, ORCID: 0000-0002-0934-6222, alvzuev@yandex.ru. 690990, Россия, Владивосток, ул. Суханова, 5.

UDC 621.396

DOI:10.25729/ESI.2026.43.3.008

Method of fault estimation in technical systems described by linear models

Alexey N. Zhirabok¹, Alexander V. Zuev²

¹Far Eastern Federal University, Russia, Vladivostok, zhirabok@mail.ru

²Institute of Marine Technology Problems FEB RAS, Russia, Vladivostok

Abstract. The problems of fault estimation in dynamics and sensors of technical systems described by linear dynamic models with time invariant parameters described by differential equations subject to the unknown external disturbances and measurement noise in sensors are studied. The purpose is to design a device using information about inputs and readings to estimate values of faults both in dynamics and sensors. Such information is necessary to compensate the influence of these faults by fault tolerant control systems based on control correction. A solution is based on so-called interval observers of minimal dimension insensitive to the external disturbances. Such observers are constructed based on the reduced-order model of the original system insensitive to the disturbances as well. To construct the reduced-order model, the appropriate relations are used based on the Jordan canonical form describing dynamics of the model and observer. The Jordan canonical form is necessary to use the appropriate properties of the observer. Based on such observer and differentiator which produces exact estimate in finite time, the interval estimate relations are derived producing the relations to estimate faults both in dynamics and sensors. Novelty of the paper is that unlike typical way of using the interval observer, a device for estimation is constructed based on the reduced-order model insensitive to the external disturbances. This allows reducing the computational complexity of the estimation procedure and increasing the accuracy of estimation due to insensitivity to the disturbances. Theoretical results are illustrated by an example of fault estimation in the electrical actuator of manipulation robot. Simulation based on the package Matlab confirms a correctness of theoretical results. It is shown that using the reduced-order model allows reducing the computational complexity of the estimation procedure. The obtained relations can be used to design fault tolerant systems.

Keywords: linear systems, models, faults, interval observers

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Science Foundation, project no. 25-19-00590, <https://rscf.ru/project/25-19-00590/>.

References

1. Edwards C., Spurgeon S., Patton R. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 2000, vol. 36, pp. 541-553, DOI: 10.1016/S0005-1098(99)00177-6.
2. Chen L., Edwards C., Alwi H. et al. Flight evaluation of a sliding mode online control allocation scheme for fault tolerant control. *Automatica*, 2020, vol. 114, p. 108829, DOI: 10.1016/j.automatica.2020.108829.

3. Kalsi K., Hui S., Zak S. Unknown input and sensor fault estimation using sliding-mode observers. Proceedings of 2011 ACC, San Francisco, 2011, pp. 1364-1369.
4. Yan X., Edwards C. Sensor fault detection and isolation for nonlinear systems based on a sliding mode observer. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2007, vol. 21, pp. 657-673.
5. Rajesh R., Shtessela Y., Edwards C. Accuracy improvement of dynamic sensors using sliding mode observers with dynamic extension. Sensors and Actuators A: Physical, 2020, vol. 316, p. 112396, DOI: 10.1016/j.sna.2020.112396.
6. Hamdi H., Rodrigues M., Rabaoui B. et al. A fault estimation and fault-tolerant control based sliding mode observer for LPV descriptor systems with time delay. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2021, vol. 31, no. 2, pp. 247-258, DOI: 10.34768/amcs-2021-001.
7. Sergiyenko O., Tyrsa V., Zhirabok A. et al. Sensor fault identification in linear and nonlinear dynamic systems via sliding mode observers. IEEE Sensors Journal, 2022, vol. 22, pp. 10173-10182, DOI: 10.1109/JSEN.2021.3080118.
8. Efimov D.V., Raissi T. Postroyeniye interval'nykh nablyudateley dlya dinamicheskikh sistem s neopredelennostyami [Design of interval observers for dynamic systems with uncertainties]. Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control], 2016, no. 2, pp. 5-49.
9. Efimov D., Raissi T., Chebotarev S. et al. Interval state observer for nonlinear time varying systems. Automatica, 2013, vol. 49, pp. 200-206, DOI: 10.1016/j.automatica.2012.07.004.
10. Chebotarev S., Efimov D., Raissi T. et al. Interval observers for continuous-time LPV systems with L1/L2 performance. Automatica, 2015, vol. 58, pp. 82-89, DOI: 10.1016/j.automatica.2015.05.009.
11. Zhu F., Fu Y., Dinh T. Asymptotic convergence unknown input observer design via interval observer. Automatica, 2023, no. 1, DOI: 10.1016/j.automatica.2022.110744.
12. Khan A., Xie W., Zhang L. et al. Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems. IET Circuits, Devices & Systems, 2020, vol. 14, pp. 721-740, DOI: 10.1049/iet-cds.2020.0004.
13. Xu F. Generalized set-theoretic interval observer using element-wise nonnegative transformation. Automatica, 2020, vol. 114, pp. 1-14, DOI: 10.1016/j.automatica.2020.109452.
14. Nguyen D., Dinh T., Wang Z. et al. Robust interval estimation of state and unknown inputs for linear continuous-time systems: an L1-gain characterization. European Journal of Control, 2024, vol. 82, p. 11172, DOI: 10.1016/j.ejcon.2024.101172.
15. Zhirabok A.N., Zuev A.V., Kim Chun Ir. Metod postroyeniya interval'nykh nablyudateley dlya statsionarnykh lineynykh sistem [Method for designing interval observers for stationary linear systems]. Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya [Proceedings of RAS. Theory and Control Systems], 2022, no. 5, pp. 3-13.
16. Zhirabok A.N., Zuev A.V., Filaretov V.F. et al. Interval'nyye nablyudateli dlya nepreryvnykh sistem s parametricheskimi neopredelennostyami [Interval observers for continuous systems with parametric uncertainties]. Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control], 2023, no. 11, pp. 3-16.
17. Zhirabok A.N., Zuev A.V. Interval'nyye nablyudateli dlya otsenivaniya neizvestnykh vkhodov v diskretnykh statsionarnykh dinamicheskikh sistemakh [Interval observers for unknown input estimation in discrete stationary dynamic systems]. Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control], 2024, no. 8, pp. 3-19.
18. Sergiyenko O., Zhirabok A., Ibraheem I. et al. Interval observers for discrete-time linear systems with uncertainties. Symmetry, 2022, vol. 14, pp. 21-31.
19. Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V. Interval parity relations design for fault diagnosis. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2024, vol. 38, no. 7, pp. 2520-2531.
20. Dinh T., Tran G. Systematic interval observer design for linear systems. Automatica, 2025, vol. 61, pp. 1-6.
21. Wang T., Li Y., Xiang W. Design of interval observer for continuous linear large-scale systems with disturbance attenuation. Journal of the Franklin Institute, 2022, vol. 359, pp. 3910-3929.
22. Levant A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. International Journal of Control, 2003, vol. 76, pp. 924-941.

Zhirabok Alexey Nilovich. Professor, Dr. of Sciences, Far Eastern Federal University, professor. The main direction of researches – complex system theory, fault diagnosis. AuthorID: 14905, SPIN: 8492-4471, ORCID: 0000-0001-5927-7117. zhirabok@mail.ru. 690922, Russia, Vladivostok, Russian Island, Ajax village, 10.

Zuev Alexander Valerievich. Institute of Marine Technology Problems of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Senior Researcher. The main direction of researches – adaptive and robust control and robotics. AuthorID: 239412, SPIN: 3691-4666, ORCID: 0000-0002-0934-6222, alvzuev@yandex.ru. 690990, Russia, Vladivostok, st. Sukhanova, 5.

Статья поступила в редакцию 08.01.2026; одобрена после рецензирования 17.02.2026; принята к публикации 30.07.2026.

The article was submitted 01/08/2026; approved after reviewing 02/17/2026; accepted for publication 07/30/2026.