

УДК 519.213

DOI:10.25729/ESI.2025.38.2.011

Теория случайных импульсов электрической нагрузки для жилого сектора

Боровский Андрей Викторович, Юменчук Андрей Анатольевич

Байкальский государственный университет,
Россия, Иркутск, *andrey.yumenchuk@mail.ru*

Аннотация. Предлагается способ имитационного моделирования суточных графиков электрических нагрузок в жилом секторе на основе теории случайных импульсов, объединённой с теорией свёрток. Целью является разработка модели, учитывающей как случайный момент возникновения импульса, так и его случайную длительность и амплитуду. Ранние модели, основанные на свёртке функции энергопотребления типа столбика, описываемой разностью двух функций Хэвисайда, с плотностью вероятности нормального распределения для сдвигов по времени включения бытовых приборов, учитывали только один случайный параметр. Принципиальное отличие предлагаемой в статье модели заключается в учёте трёх параметров, характеризующих каждый отдельный импульс электрической нагрузки. Это позволяет при имитационном моделировании энергопотребления жилищно-бытовых объектов получить результаты, в значительной степени более близкие к действительным величинам потребляемой мощности, а также в большей степени соответствующих реальной динамике роста и снижения уровней потребления электроэнергии. Осуществляется имитационное моделирование энергопотребления небольшого населённого пункта и сравнивается с реальным энергопотреблением поселка сопоставимого размера. Выполняется проверка возможности применения модели к случаям с особыми инфраструктурными условиями, например, отсутствием центрального отопления и водоснабжения. Среди прочего, проверяется возможность получения оптимального результата моделирования с учётом разных категорий потребителей, таких, как работающие и неработающие граждане. Анализируется возможность переноса части нагрузки, не характерной для ночного времени, на другие периоды суток, и влияние переноса указанной нагрузки на точность получаемого результата. По итогам работы описаны достоинства разработанной модели и сделан вывод о возможности её применения в широком спектре задач.

Ключевые слова: стохастические модели энергопотребления, случайные импульсы, теория свёрток, имитационное моделирование, суточный график энергопотребления

Цитирование: Боровский А.В. Теория случайных импульсов электрической нагрузки для жилого сектора / А.В. Боровский, А.А. Юменчук // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2025. – № 2 (38). – С. 128-139. – DOI:10.25729/ESI.2025.38.2.011.

Введение. При моделировании энергопотребления в коммунально-бытовом секторе необходимо учитывать, что приборы включаются потребителями в разное время, и время включения прибора в одном жилом помещении никак не зависит от того, какие приборы используются в это время во всех других жилых помещениях. Кроме того, приборы одного и того же типа могут иметь разную мощность в зависимости от производителя и от модели. Вдобавок, длительность работы прибора также является случайной величиной. Из этого следует, что задача, связанная с моделированием потребления электроэнергии в жилом секторе, требует учёта 3-х случайных параметров.

Вероятностные модели энергопотребления рассматривались во множестве научных трудов, в части из них в роли приемников электрической энергии выступали промышленные устройства, такие, как: шлифовальные, токарные, сверлильные станки, буровые и шахтные установки, порталные и башенные краны, рудотермические печи [1-3]. В другой части работ роль приемников электроэнергии отводится бытовым приборам небольших домохозяйств [4-6]. Представленные модели позволяют выполнять имитационное моделирование энергопотребления как небольших объектов в целом, например, отдельных домохозяйств или многоквартирных домов [4, 6], так и отдельных бытовых приборов [5] и промышленных агрегатов [1]. Наиболее часто электрические нагрузки представляют в качестве временных выборок случайных значений потребляемой мощности. В [4]

моделирование графиков электрических нагрузок сводится к задаче аппроксимации ортогональными функциями временных рядов, в [6] – к моделированию случайных временных выборок методом Монте-Карло.

Имитационное моделирование энергопотребления в жилом секторе с использованием ранних вариантов модели, основанных на свёртке функции энергопотребления типа столбика, описываемой разностью двух функций Хэвисайда, с плотностью вероятности нормального распределения [7] и плотностью вероятности распределения Вейбулла для сдвигов по времени включения бытовых приборов [8], демонстрирует хорошие результаты, но учитывает только один случайный параметр – момент времени возникновения импульса t_v . В данной статье задача имитационного моделирования графиков электрических нагрузок сводится к объединению в единое целое теории случайных импульсов с теорией свёрток, что позволяет учесть 3 случайных параметра, характеризующих каждый отдельный импульс нагрузки: момент времени его возникновения t_v , длительность τ_v и амплитуду a_v .

1. Случайные импульсы электрической нагрузки на отрезке времени с постоянной скоростью возникновения импульсов. Рассмотрим случайные импульсы в виде прямоугольников, которые возникают в моменты времени t_v . Такие импульсы обладают случайной амплитудой a_v и случайной длительностью τ_v [9]. Всего получаем три случайных величины: момент возникновения импульса, его амплитуду и длительность. Форма импульса с номером v описывается, таким образом, детерминированной функцией $F(t - t_v, a_v, \tau_v)$. Для сокращения записи будем рассматривать случайные параметры как вектор с двумя случайными компонентами $\mathbf{a}_v = (a_v, \tau_v)$.

Нас будет интересовать электрическая нагрузка, которая описывается случайным процессом:

$$\xi(t) = \sum_v F(t - t_v, \mathbf{a}_v). \quad (1)$$

В качестве примера приведём включение бытовых приборов по утрам в посёлке на 1000 жилых помещений. Примерами включаемых утром приборов могут быть: светильники, электроплиты, чайники, фены, микроволновые печи и другие бытовые приборы. Во-первых, неизвестно, сколько приборов будет включено: 800, 900 или 998. Во-вторых, приборы могут обладать различной мощностью. В-третьих, приборы включаются в разные моменты времени и на разную временную длительность. Все это делает электрическую нагрузку от включения бытовых приборов в посёлке случайным процессом (1).

2. Описание случайного процесса, содержащего последовательность случайных импульсов электрической нагрузки. В статистической физике описание случайного процесса (1) осуществляется при помощи многомерной функции плотности вероятности:

$$w(t_1, t_2 \dots t_n; \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n; d\mathbf{a}_1, d\mathbf{a}_2 \dots d\mathbf{a}_n. \quad (2)$$

Выражение (2) описывает вероятность нахождения случайных величин в интервалах $(t_v; t_v + dt_v)$; $(\mathbf{a}_v; \mathbf{a}_v + d\mathbf{a}_v)$.

Далее целесообразно использовать предположение о статистической независимости всех случайных величин, фигурирующих в формуле (1). В самом деле, жители включают свои бытовые приборы независимо от того, что делается в других домах. Поэтому плотность вероятности (2) распадается на произведения более простых сомножителей:

$$w(t_1, t_2 \dots t_n; \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2 \dots \mathbf{a}_n) dt_1 dt_2 \dots dt_n d\mathbf{a}_1, d\mathbf{a}_2 \dots d\mathbf{a}_n = \prod_{v=1}^n w_t(t_v) dt_v w_a(\mathbf{a}_v) d\mathbf{a}_v. \quad (3)$$

Возможно еще одно упрощение задачи. Будем считать, что существуют интервалы времени, на которых импульсы распределены равномерно, т.е. плотность вероятности не зависит от времени:

$$w_t(t) dt = p dt, \quad p = Const. \quad (4)$$

Здесь p – плотность импульсов во времени, т.е. число импульсов, возникающих в единицу времени.

Если мы рассмотрим реальную запись электрической нагрузки для посёлка или жилого района, то увидим, что таким условиям отвечают интервалы времени от $T = 10$ мин до $T = 1$ час, т.е. высказанное предположение является экспериментально обоснованным.

В теории вероятности показано, что условию (4) отвечает вероятность Пуассона появления на отрезке времени n импульсов:

$$P(n) = \frac{N^n e^{-N}}{n!}, \quad N = pT. \quad (5)$$

На этом пути мы снимем неопределенность с количеством появляющихся импульсов.

Будем искать вероятность события, при котором случайный процесс (1) приводит к значениям электрической мощности в интервале:

$$w(x)dx = P\{x \leq \xi(t) \leq x + dx\}. \quad (6)$$

Учтем, что переменная $\xi(t)$ может оказаться в интервале (6), когда на временном интервале T возникает 1, 2 ... N импульсов. Поэтому:

$$w(x)dx = \sum_{n=1}^N P(n)w(x|n)dx. \quad (7)$$

Здесь $w(x|n)dx$ – вероятность попадания переменной в интервал (6) при условии, что на временном интервале T возникли n импульсов. Формула (7) позволяет вычислять средние значения от произвольных функций следующим образом:

$$\overline{f(\xi)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)w(x)dx = \sum_{n=1}^N P(n) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)w(x|n)dx = \sum_{n=1}^N P(n) {}^n \overline{f(\xi)}. \quad (8)$$

Условное среднее:

$${}^n \overline{f(\xi)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)w(x|n)dx. \quad (9)$$

Для нахождения (7) и, как следствие, (8), для случайного процесса (1) следует применить аппарат характеристических функций.

3. Характеристическая функция случайного процесса. Характеристической функцией случайной величины x называют среднее от комплексной экспоненты:

$$\varphi_x(u) = \langle e^{iux} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iux} w(x)dx. \quad (10)$$

Выражение (10) представляет собой преобразование Фурье от плотности вероятности случайной величины. Естественно, что выражение (10) можно обратить:

$$w(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-iux} \varphi_x(u)du. \quad (11)$$

В этом смысле безразлично, что мы задаём, плотность вероятности случайной величины или её Фурье-образ.

Если у нас имеется сумма двух статистически независимых случайных величин

$x = x_1 + x_2$, то:

$$\begin{aligned} \langle e^{iux} \rangle &= \langle e^{iu(x_1+x_2)} \rangle = \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{iu(x_1+x_2)} w(x_1)dx_1 w(x_2)dx_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iux_1} w(x_1)dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iux_2} w(x_2)dx_2 = \langle e^{iux_1} \rangle \langle e^{iux_2} \rangle = \varphi_{x_1}(u) \varphi_{x_2}(u). \end{aligned} \quad (12)$$

Формула (12) очевидным образом обобщается на сумму любого числа статистически независимых случайных величин:

$$\langle e^{iu \sum_{n=1}^N x_n} \rangle = \prod_{n=1}^N \varphi_{x_n}(u). \quad (13)$$

Найдем характеристическую функцию для случайного процесса:

$$\xi_N(t) = \sum_{n=1}^N x_n, \quad x_n = F(t - t_n, \mathbf{a}_n). \quad (14)$$

Фурье-образ функции (14) будет равен:

$$\varphi_\xi(u|N) = \langle e^{iu \sum_{n=1}^N x_n} \rangle = \prod_{n=1}^N \varphi_{x_n}(u), \quad (15)$$

где:

$$\varphi_{x_n}(u) = \langle e^{iux_n} \rangle = \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-T/2}^{+T/2} e^{iuF(t-t_n, \mathbf{a})} w_t(t_n) dt_n. \quad (16)$$

Мы считаем, что импульсы на интервале T распределены равномерно. Заменим также переменную t_n на t' . Пренебрежём краевыми эффектами. Тогда формула (16) принимает вид (17):

$$\varphi_{x_n}(u) = \frac{1}{T} \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iuF(t-t',\mathbf{a})} dt' . \quad (17)$$

Найдем теперь Фурье-образ функции условной плотности вероятности (15):

$$\varphi_{\xi}(u|n) = \left(\int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iuF(t-t',\mathbf{a})} \frac{dt'}{T} \right)^n . \quad (18)$$

Далее определяется Фурье-образ случайного процесса (1):

$$\begin{aligned} \varphi_{\xi}(u) &= \sum_{n=1}^N \frac{N^n}{n!} e^{-N} \left(\int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iuF(t-t',\mathbf{a})} \frac{dt'}{T} \right)^n = \\ &= e^{-N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{n!} \left(N \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iuF(t-t',\mathbf{a})} \frac{dt'}{T} \right)^n = \\ &= \exp\left(p \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{iuF(t-t',\mathbf{a})} - 1] dt'\right) . \end{aligned} \quad (19)$$

Напомним, что $p = N/T$ – временная плотность импульсов, т.е. число импульсов, приходящихся в среднем на единицу времени.

Рассмотрим выражение (10) и разложим экспоненту в ряд:

$$\begin{aligned} \varphi_x(u) = \langle e^{iux} \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iux} w(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(iux)^n}{n!} w(x) dx = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(iu)^n}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} x^n w(x) dx = 1 + (iu)\bar{x} + \frac{(iu)^2}{2} \overline{x^2} + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Видим, что при сомножителях ряда, не зависящих от x , стоят моменты случайной величины x среднее, x^2 среднее и т.д.

4. Теория кумулянтов и выражения для средней величины и дисперсии случайного процесса.

Возьмём логарифм от формулы (20):

$$\begin{aligned} \ln \varphi_x(u) &= \ln \left(1 + (iu)\bar{x} + \frac{(iu)^2}{2} \overline{x^2} + \dots \right) = \\ &= \left((iu)\bar{x} + \frac{(iu)^2}{2} \overline{x^2} + \dots \right) - \frac{1}{2} \left((iu)\bar{x} + \frac{(iu)^2}{2} \overline{x^2} + \dots \right)^2 \dots = (iu)\bar{x} + \frac{(iu)^2}{2} (\overline{x^2} - \bar{x}^2) + \dots \end{aligned} \quad (21)$$

Находим, что при первых двух слагаемых в разложении логарифма от характеристической функции $\varphi_x(u)$ стоят среднее \bar{x} и дисперсия $D(x) = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ случайной величины x . Переход от разложения (20) к разложению логарифма (21) в статистике называется теорией кумулянтов.

Произведем разложение в квадратных скобках в формуле (19). Предварительно сделаем замену переменных: $t - t' = \theta$.

Такая замена соответствует интегрированию по огибающей импульса:

$$\begin{aligned} \ln \varphi_{\xi}(u) &= p \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} [e^{iuF(\theta,\mathbf{a})} - 1] d\theta = p \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(iuF(\theta,\mathbf{a}))^n}{n!} - 1 \right] d\theta = \\ &= p \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iuF(\theta,\mathbf{a}))^n}{n!} d\theta = p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(iu)^n}{n!} \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} (F(\theta,\mathbf{a}))^n d\theta . \end{aligned} \quad (22)$$

Основываясь на теории кумулянтов, можно получить:

$$\bar{\xi} = p \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\theta,\mathbf{a}) d\theta, \quad (23)$$

$$D(\xi) = p \int w(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \int_{-\infty}^{+\infty} (F(\theta,\mathbf{a}))^2 d\theta. \quad (24)$$

5. Вычисление средней мощности и дисперсии для импульсов электрической нагрузки со случайными амплитудой и длительностью.

В случае прямоугольных импульсов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\theta, \mathbf{a}) d\theta = a\tau = \varepsilon. \quad (25)$$

Интеграл равен площади подгибающей импульса, т.е. энергии, которую этот импульс содержит. В этом случае по формуле (23) получим:

$$\bar{\xi} = p \int a\tau w(a)w(\tau) da d\tau = p\bar{a} \cdot \bar{\tau} = p\bar{\varepsilon}, \quad (26)$$

т.е. плотность импульсов, умноженную на среднюю энергию, которую импульс содержит.

По формуле (24):

$$D(\xi) = p\bar{a}^2 \cdot \bar{\tau}. \quad (27)$$

Условие применимости теории имеет вид:

$$\frac{\sqrt{D(\xi)}}{\bar{\xi}} \ll 1, \quad (28)$$

что дает:

$$p\bar{\tau} \gg 1, \quad (29)$$

или:

$$\frac{N\bar{\tau}}{T} \gg 1. \quad (30)$$

6. Связь описания средней мощности в теории случайных импульсов и теории свертка. В рассматриваемом случае количество жилых помещений $N \sim 1000$, время работы электрического прибора (например, чайника или микроволновой печи) $\bar{\tau} \sim 1 - 3$ минуты, время интервала усреднения $T \sim 30$ минут. Получаем:

$$\frac{N\bar{\tau}}{T} \cong 100 \gg 1. \quad (31)$$

Таким образом, условия применимости рассмотренной теории выполняются.

В реальных условиях плотность импульсов зависит от времени $p(t)$. Однако, время изменения величины p значительно больше, чем длительность отдельного импульса $\tau \ll T$. Это позволяет в теории свертка заменить отдельный импульс δ -функцией:

$$F(t) = N \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')g(t')dt'. \quad (32)$$

Здесь $F(t) \equiv \bar{\xi}(t)$, когда $\bar{\xi}$ медленно зависит от времени.

В случае $\tau \ll T$:

$$f(t-t') \rightarrow \bar{\varepsilon} \cdot \delta(t-t'), \quad (33)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')dt' = \bar{\varepsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t') = \bar{\varepsilon}. \quad (34)$$

Интеграл в (32) преобразуется следующим образом:

$$\bar{\xi}(t) = N \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')g(t')dt' \rightarrow N\bar{\varepsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t')\delta(t-t')dt' = N\bar{\varepsilon}g(t). \quad (35)$$

Для нормального распределения:

$$F(t) = \frac{N\varepsilon}{\sqrt{\pi}\Delta t} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\Delta t}\right)^2}. \quad (36)$$

Таким образом, теория свертка связана с теорией случайных импульсов соотношением:

$$p(t) = \frac{N}{\bar{\varepsilon}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')g(t')dt'. \quad (37)$$

Где $f(t)$ – некоторый усреднённый импульс со средней амплитудой \bar{a} и длительностью $\bar{\tau}$. В условиях, когда амплитуды и длительности импульсов статистически независимы, их произведение равно средней энергии импульсов $\bar{a} \cdot \bar{\tau} = \bar{\varepsilon}$.

Вычисление интеграла по оси времени приводит к постоянной величине:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)dt = \frac{N}{\bar{\varepsilon}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-t')g(t')dt' dt = N, \quad (38)$$

как и должно быть.

7. Имитационное моделирование суточной динамики электрической мощности для жилого поселка с учетом социальной группы пенсионеров. Авторы статьи с

помощью измерительных блоков-ваттметров провели собственное наблюдение за энергопотреблением бытовых приборов в одной из квартир в течение 24 часов одних суток, проживающие – пожилые неработающие люди.

Результаты измерений представлены в Таблице 1 и Таблице 2. Значение напряжения в сети при измерениях составило 217 вольт.

Таблица 1. Мощность, потребляемая бытовыми приборами

Прибор	Потребляемая мощность, Вт
Чайник	1820
Микроволновая печь	1510
Плита	1550 (одна конфорка)
Светодиодная лампа	14
Кондиционер	350
Компьютер	46 (режим ожидания), 190-280 (во время работы)
Монитор	42
Фен	970 (средняя мощность), 1560 (высокая мощность)
Стиральная машина	62 (стирка), 1460 (нагрев воды), 121 (отжим)
Посудомоечная машина	47 (мойка), 1580 (нагрев воды), 28 (ополаскивание, слив)
Холодильник	185
Телевизор	90

Таблица 2. Журнал энергопотребления

Прибор	Потребляемая мощность, Вт	Время начала работы	Время окончания работы	Кол-во приборов
Холодильник	185	1:12	1:27	1
Холодильник	185	4:26	4:41	1
Холодильник	185	6:23	6:38	1
Светодиодные лампы	140	7:00	8:00	10
Чайник	1820	8:30	8:34	1
Микроволновая печь	1510	8:32	8:34	1
Холодильник	185	10:22	10:37	1
Плита	1550	12:50	13:25	1
Холодильник	185	13:01	13:16	1
Чайник	1820	13:02	13:04	1
Микроволновая печь	1510	13:05	13:07	1
Телевизор	90	13:30	15:00	1
Холодильник	185	16:07	16:22	1
Холодильник	185	17:56	18:11	1
Светодиодные лампы	140	18:10	23:50	10

Чайник	1820	18:25	18:29	1
Микроволновая печь	1510	18:28	18:30	1
Посудомоечная машина	47	18:55	18:58	1
Посудомоечная машина	1580	18:58	19:10	1
Телевизор	90	19:05	23:30	1
Посудомоечная машина	47	19:10	19:16	1
Посудомоечная машина	1580	19:16	19:20	1
Посудомоечная машина	28	19:20	19:25	1
Холодильник	185	19:44	19:59	1
Холодильник	185	21:12	21:27	1
Холодильник	185	22:40	22:55	1

На рис.1 продемонстрировано смещение пика нагрузки на дневное время для жилых помещений, в которых проживают неработающие люди.

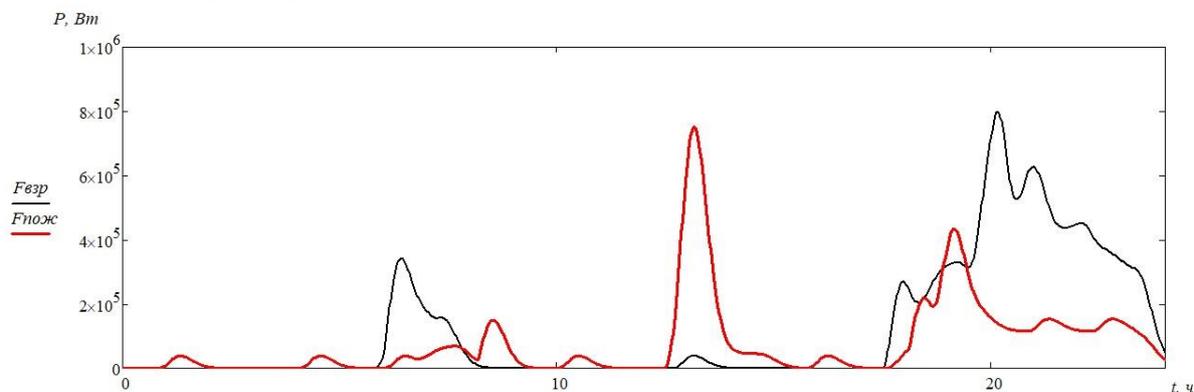


Рис. 1. Функция энергопотребления $F(t)$ для 500 городских квартир, проживающие: неработающие люди – красным; работающие люди – черным. Моделирование с использованием распределения Вейбулла, $\lambda = 0.5$, $k = 2$

Согласно общедоступным данным, опубликованным Федеральной службой государственной статистики, общая численность населения Российской Федерации на 01.01.2024 составила 14615,8 тыс. чел., из них в возрасте старше трудоспособного – 34593,4 тыс. чел., доля от общего числа – 23,7%. В Иркутской области численность населения на 01.01.2024 – 2330,5 тыс. чел., в возрасте старше трудоспособного – 496 тыс. чел., что равно 21,3% от численности населения Иркутской области. Предположим, что 21,3% от общего числа населения Иркутской области являются неработающими пожилыми людьми. На рис. 2 в красном цвете приведен вид графика функции энергопотребления в случае, когда в 21,3% из 500 квартир проживают неработающие люди. На рис. 3 – вид графика функции энергопотребления с учётом доли неработающих пожилых людей при разных значениях параметра масштаба распределения Вейбулла.

Исходя из вида графиков, приведённых на рис. 1 – 3, следует, что пик энергопотребления жилых помещений, в которых проживают неработающие люди, смещён на дневное время суток. Однако, так как процент неработающего населения и населения, старше трудоспособного возраста, относительно общей численности населения невелик, то влияние на вид графика функции энергопотребления, учитывающей все слои населения (рис. 3), проявляется в появлении небольшого колоколообразного пика в дневное время суток, а также незначительном снижении вечернего пика энергопотребления.

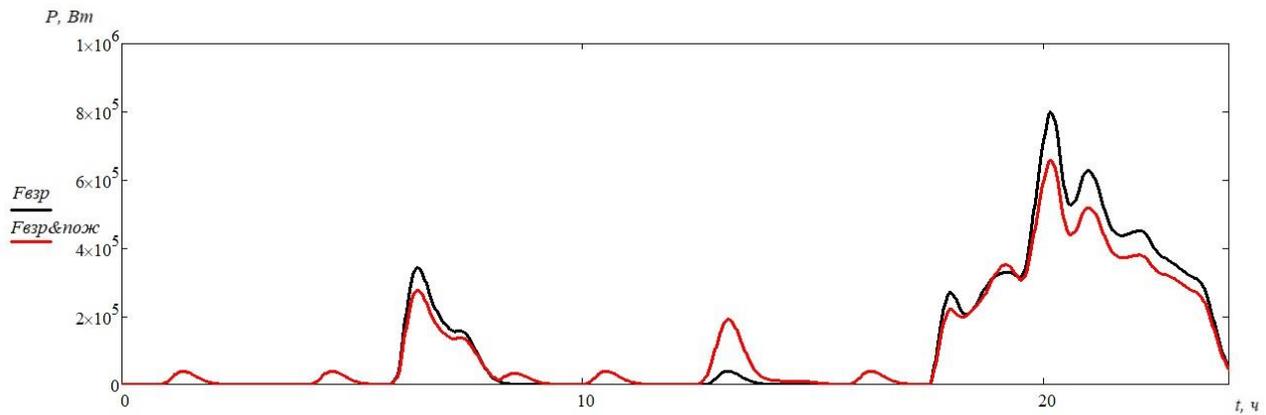


Рис. 2. Функция энергопотребления $F(t)$ для 500 городских квартир, проживающие: только работающие люди – черным; работающие и неработающие люди – красным.
 Моделирование с использованием распределения Вейбулла, $\lambda = 0.5$, $k = 2$

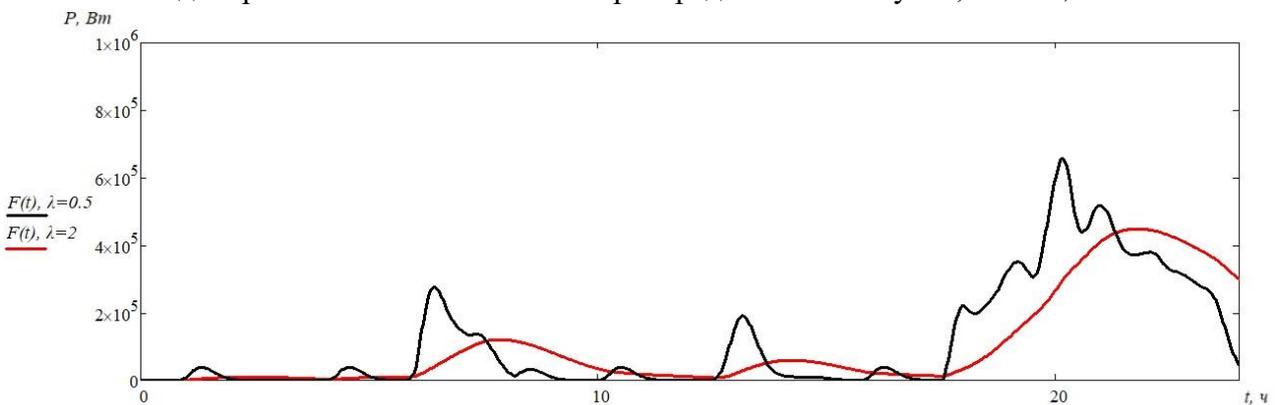


Рис. 3. Функция энергопотребления $F(t)$ для 500 городских квартир, с учётом доли пожилых людей 21,3% для Иркутской области. Моделирование с использованием распределения Вейбулла: $\lambda = 0.5$, $k = 2$ (черным); $\lambda = 2$, $k = 2$ (красным)

8. Вопросы учета в имитационной модели нагревателей холодной воды в местности без центрального отопления и горячей воды. В сельской местности часто отсутствует система центрального отопления и горячего водоснабжения, поэтому население часто использует для нагрева воды электрические котлы [10]. Чтобы определить величину затрат электроэнергии на нагрев воды населением, проживающем в посёлке без системы горячего водоснабжения, и корректно выполнить моделирование энергопотребления для сельской местности, необходимо задать начальные параметры. Пусть начальная температура холодной воды – $10\text{ }^{\circ}\text{C}$, конечная температура нагретой воды – $40\text{ }^{\circ}\text{C}$, средний расход горячей воды на одного человека будет установлен на уровне 6 м^3 в месяц. Количество сельских домохозяйств – 500. Среднее количество проживающих в каждом домохозяйстве – 3 человека. Исходя из того, что на нагрев 1 литра воды на $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ необходимо затратить $1.164\text{ Вт}\cdot\text{ч}$, величина расхода электроэнергии за месяц населённым пунктом, в котором проживают 1500 человек, будет равна $314\,280\text{ кВт}\cdot\text{ч}$. Расход электроэнергии одним сельским домохозяйством, в котором проживают 3 человека, составит $628,56\text{ кВт}\cdot\text{ч}$ в месяц.

На рис. 4 представлен результат моделирования энергопотребления населённого пункта, в котором отсутствует система центрального отопления и горячего водоснабжения. В синем и красном цвете приведены графики, представленные Иркутскими электрическими сетями для одного ввода ячейки, обслуживающей посёлок на 500 сельских домов и участков.

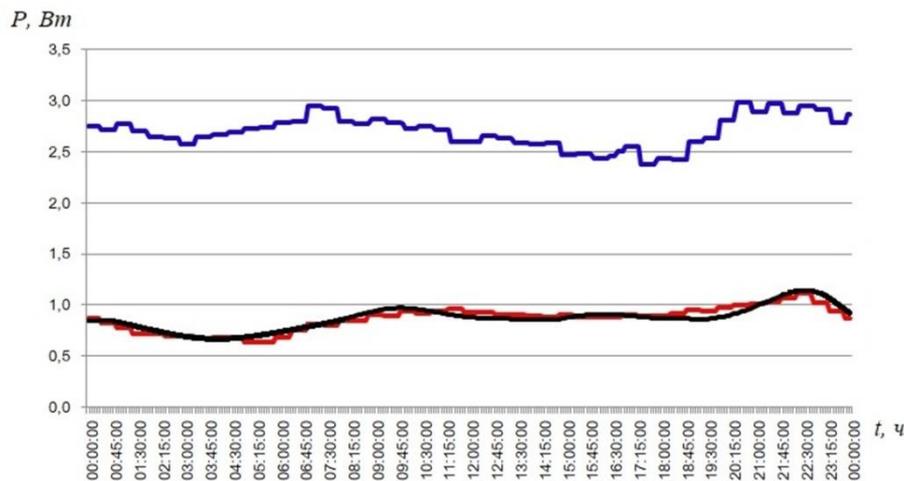


Рис. 4. Функция энергопотребления $F(t)$ для 500 сельских домохозяйств, в 21.3% из которых проживают неработающие пожилые люди, а в 78.7% – работающие люди, с учётом использования водонагревателей во всех домохозяйствах (черным); реальное энергопотребление посёлка в самый холодный день апреля (синим) и в самый жаркий день июля (красным). Моделирование выполнено с использованием распределения Вейбулла, $\lambda = 2$, $k = 2$

Верхняя кривая, демонстрирующая уровень энергопотребления посёлка в самый холодный день апреля, исследована в статье [8]. Получено удовлетворительное совпадение имитационной модели с верхней кривой. В предыдущем варианте модели [8] не учитывался социальный слой пенсионеров, что не позволило добиться полноценного совпадения. Результат моделирования, представленный на рис. 4, демонстрирует более близкую к действительной величину утренних и вечерних пиков, в большей степени соответствует реальной динамике увеличения и снижения уровней энергопотребления населённого пункта. Лучший результат получен благодаря учёту различий в энергопотреблении между работающими и неработающими слоями населения, а также переносу части нагрузки, создаваемой электрическими котлами при нагреве воды, с ночного времени на другие периоды суток.

Заключение. В статье в единое целое объединена теория импульсов и теория свёрток (37). Теперь модель энергопотребления в жилом секторе имеет завершённый характер и учитывает не только одну случайную величину [7, 8], характеризующую момент возникновения импульса, но и его амплитуду и длительность. Вместе с тем, модель учитывает наличие пиков потребления для работающих и неработающих слоев населения, а также их отличия для этих категорий потребителей. Наличие пиков на графиках энергопотребления коммунально-бытовых потребителей подтверждается многочисленными соответствующими исследованиями [11-18].

Следует отметить, что при использовании данной модели могут учитываться и специфические особенности рассматриваемых потребителей или населённых пунктов, например, отсутствие систем центрального отопления или центрального водоснабжения. В данной статье приведён пример моделирования энергопотребления посёлка, в котором отсутствует система горячего водоснабжения. По мнению авторов, результат моделирования с достаточной степенью точности близок к реальной картине потребления электроэнергии, что подтверждает гибкость модели и возможность её применения к широкому кругу задач.

Список источников

1. Жежеленко И.В. Развитие методов расчета электрических нагрузок / И.В. Жежеленко, В.П. Степанов // Электричество, 1993. – № 2. – С. 1-9.
2. Фокин Ю.А. Вероятностно-статистические методы в расчетах систем электроснабжения / Ю.А. Фокин. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 240 с.
3. Гнеденко Б.В. Теоретико-вероятностные основы статистического метода расчета электрических нагрузок промышленных предприятий / Б.В. Гнеденко // Изв. вузов СССР, сер. «Электромеханика», 1961. – № 1. – С. 90-99.
4. Тарнижевский М.В. Моделирование суточных графиков электрических нагрузок коммунально-бытовых потребителей методом ортогональных разложений / М.В. Тарнижевский, В.И. Михайлов // Электричество, 1985. – № 5. – С. 66-68.
5. Кузнецов Б.Ф. Построение стохастической модели бытовой нагрузки на примере водонагревателя / Б.Ф. Кузнецов, Ю.Ю. Клибанова, С.В. Сукьясов и др. // Вестник Иркутского государственного технического университета, 2019. – № 5. – С. 958–966. – DOI: 10.21285/1814-3520-2019-5-958-966.
6. Доброго К.В. Модель электрической нагрузки жилищно-коммунального объекта для исследования систем «генератор - накопитель - потребитель» методом Монте-Карло / К.В. Доброго // Наука и техника, 2017. – № 2. – С. 160–170. – DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-2-160-170.
7. Боровский А.В. Моделирование стохастической нагрузки в жилом секторе / А.В. Боровский, А.А. Юменчук // Моделирование, оптимизация и информационные технологии, 2024. – № 2. – URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1573> (дата обращения: 10.02.2025). – DOI: 10.26102/2310-6018/2024.45.2.034.
8. Боровский А.В. Модель стохастической электрической нагрузки в жилом секторе с использованием плотности вероятности Вейбулла / А.В. Боровский, А.А. Юменчук // Моделирование, оптимизация и информационные технологии, 2024. – № 4. – URL: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1755> (дата обращения: 10.02.2025). – DOI: 10.26102/2310-6018/2024.47.4.034.
9. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику / С.М. Рытов. – М.: Наука, 1976. – 494 с.
10. Юменчук А.А. Влияние электроотопления на прогнозные значения энергопотребления в жилом секторе / А.А. Юменчук // System analysis & mathematical modeling, 2024. – № 4. – С. 457-464.
11. Wijaya T., Ganu T., Chakraborty D. et al. Consumer segmentation and knowledge extraction from smart meter and survey data, SIAM International Conference on Data Mining (SDM14), 2014, pp. 226-234, DOI: 10.1137/1.9781611973440.26.
12. Carroll P., Murphy T., Hanley M. et al. Household classification using smart meter data, Journal of official statistics, 2018, no. 1, pp. 1-25, DOI: 10.1515/jos-2018-0001.
13. Figueiredo V., Rodrigues F., Vale Z. et al. An electric energy consumer characterization framework based on data mining techniques, IEEE Trans. Power Syst, 2005, no. 2, pp. 596-602, DOI: 10.1109/TPWRS.2005.846234.
14. Соловьева А.С. Сравнительный анализ зимних и летних графиков электрической нагрузки рабочих и выходных дней многоквартирных домов с электроплитами в системах электроснабжения крупных городов / А.С. Соловьева, Г.В. Шведов // Вестник Южно-Уральского Государственного Университета. Серия: Энергетика, 2023. – № 1. – С. 27-37. – DOI: 10.14529/power230103.
15. Солуянов Ю.И. Исследование электрических нагрузок многоквартирных жилых комплексов в период распространения новой коронавирусной инфекции / Ю.И. Солуянов, А.И. Федотов, А.Р. Ахметшин и др. // Вопросы электротехнологии, 2021. – № 2. – С. 57-67.
16. Hussain M., Akram R., Memon Z. et al. Demand side management techniques for home energy management systems for smart cities. Sustainability, 2021, no. 21, DOI: 10.3390/su132111740.
17. Cortés-Cediel M., Cantador I., Bolívar M. Analyzing citizen participation and engagement in European smart cities. Social science computer review, 2021, no. 4, pp. 592-626, DOI: 10.1177/0894439319877478.
18. Mansouri M., Simab M., Bahmani B. Impact of Demand response on reliability enhancement in distribution networks. Sustainability, 2021, no. 23, DOI: 10.3390/su132313201.

Боровский Андрей Викторович. Доктор физико-математических наук, профессор, Байкальский государственный университет. AuthorID: 22229, SPIN: 7243-8706, ORCID: 0000-0003-2119-1072, andrei-borovskii@mail.ru, Россия, Иркутск, ул. Ленина, 11 к3.

Юменчук Андрей Анатольевич. Аспирант Байкальского государственного университета. AuthorID: 1127835, SPIN: 4752-7126, ORCID: 0009-0005-6754-1631, andrey.yumenchuk@mail.ru.

UDC 519.213

DOI:10.25729/ESI.2025.38.2.011

Theory of random electrical load pulses for the residential sector

Andrey V. Borovskiy, Andrey A. Yumenchuk

Baikal state university,

Russia, Irkutsk, *andrey.yumenchuk@mail.ru*

Abstract. The authors propose a method for simulating daily electrical load schedules in the residential sector based on the theory of random pulses combined with the convolution theory. The objective is to develop a model that takes into account both the random moment of pulse occurrence and its random duration and amplitude. Earlier models based on the convolution of the column-type energy consumption function described by the difference between two Heaviside functions with the probability density of the normal distribution for shifts in the time of switching on household appliances took into account only one random parameter. The fundamental difference of the model proposed in the article is that it takes into account three parameters characterizing each individual electrical load pulse. This allows, when simulating energy consumption of residential buildings, to obtain results that are much closer to the actual values of consumed power, and also to a greater extent correspond to the real dynamics of growth and decline in electricity consumption levels. The authors conduct a simulation modeling of the energy consumption of a small settlement and compare it with the actual energy consumption of a village of comparable size. The feasibility of applying the model to cases with special infrastructural conditions, such as the lack of central heating and water supply, is being tested. Among other things, the possibility of obtaining an optimal modeling result is being tested, taking into account different categories of consumers, such as working and non-working citizens. The possibility of transferring part of the load, which is not typical for night time, to other periods of the day, and the effect of transferring this load on the accuracy of the result are analyzed. Based on the results of the work, the advantages of the developed model are described and the conclusion is made about the possibility of its application in a wide range of tasks.

Keywords: stochastic energy consumption models, random pulses, theory of convolutions, simulation, daily energy consumption schedule

References

1. Zhezhenko I.V., Stepanov V.P. Razvitiye metodov rascheta elektricheskikh nagruzok [Development of methods for calculating electrical loads]. *Elektrichestvo* [Electricity], 1993, no. 2, pp. 1-9.
2. Fokin Yu.A. Veroyatnostno-statisticheskie metody v raschetakh sistem elektrosnabzheniya [Probabilistic-statistical methods in calculations of power supply systems]. M.: Energoatomizdat [Moscow, Energoatomizdat], 1985, 240 p.
3. Gnedenko B.V. Teoretiko-veroyatnostnye osnovy statisticheskogo metoda rascheta elektricheskikh nagruzok promyshlennykh predpriyatiy [Theoretical and probabilistic foundations of the statistical method for calculating electrical loads of industrial enterprises]. *Izv. vuzov SSSR, ser. "Elektromekhanika"* [News of universities of the USSR, "Electromechanics"], 1961, no. 1, pp. 90-99.
4. Tarnizhevskiy M.V., Mikhaylov V.I. Modelirovaniye sutochnykh grafikov elektricheskikh nagruzok kommunal'no-bytovykh potrebiteley metodom ortogonal'nykh razlozheniy [Simulation of daily load diagrams for communal and household consumers while using method of orthogonal decompositions]. *Elektrichestvo* [Electricity], 1985, no. 5, pp. 66-68.
5. Kuznetsov B.F., Klivanova Yu.Yu., Suk'yasov S.V. et al. Postroeniye stokhasticheskoy modeli bytovoy nagruzki na primere vodonagrevatelya [Building a stochastic model of residential load on example of a water heater]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of Irkutsk state technical university], 2019, no. 5, pp. 958-966, DOI: 10.21285/1814-3520-2019-5-958-966.
6. Dobrego K.V. Model' elektricheskoy nagruzki zhilishchno-kommunal'nogo ob'ekta dlya issledovaniya sistem "generator - nakopitel' - potrebitel'" metodom Monte-Karlo [Model for electric load of community housing projects to investigate "generator-accumulator-consumer" system while using Monte-Carlo method]. *Nauka i tekhnika* [Science and Technique], 2017, no. 2, pp 160-170, DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-2-160-170.
7. Borovskiy A.V., Yumenchuk A.A. Modelirovaniye stokhasticheskoy nagruzki v zhilom sektore [Stochastic load modeling in the residential sector]. *Modelirovaniye, optimizatsiya i informatsionnyye tekhnologii* [Modeling, optimization and information technology], 2024, no. 2, available at: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1573> (accessed: 02/10/2025), DOI: 10.26102/2310-6018/2024.45.2.034.
8. Borovskiy A.V., Yumenchuk A.A. Model' stokhasticheskoy elektricheskoy nagruzki v zhilom sektore s ispol'zovaniem plotnosti veroyatnosti Veybulla [Model of stochastic electrical load in the residential sector using]

- the Weibull probability density function]. Modelirovaniye, optimizatsiya i informatsionnyye tekhnologii [Modeling, optimization and information technology], 2024, no. 4, available at: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1755> (accessed: 02/10/2025), DOI: 10.26102/2310-6018/2024.47.4.034.
9. Rytov S.M. Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku [Introduction to statistical radiophysics]. M.: Nauka [Moscow, Nauka], 1976, 494 p.
 10. Yumenchuk A.A. Vliyaniye elektrootopleniya na prognoznye znacheniya energopotrebleniya v zhilom sektore [Influence of electric heating on forecasted values of energy consumption in the residential sector]. System analysis & mathematical modeling, 2024, no. 4, pp. 457-464.
 11. Wijaya T., Ganu T., Chakraborty D., et al. Consumer segmentation and knowledge extraction from smart meter and survey data, SIAM International Conference on Data Mining (SDM14), 2014, pp. 226-234, DOI: 10.1137/1.9781611973440.26.
 12. Carroll P., Murphy T., Hanley M. et al. Household classification using smart meter data, Journal of official statistics, 2018, no. 1, pp. 1-25, DOI: 10.1515/jos-2018-0001.
 13. Figueiredo V., Rodrigues F., Vale Z. et al. An electric energy consumer characterization framework based on data mining techniques, IEEE Trans. Power Syst, 2005, no. 2, pp. 596-602, DOI: 10.1109/TPWRS.2005.846234.
 14. Solov'eva A.S., Shvedov G.V. Sravnitel'nyy analiz zimnikh i letnikh grafikov elektricheskoy nagruzki rabochikh i vykhodnykh dney mnogokvartirnykh domov s elektroplitami v sistemakh elektrosnabzheniya krupnykh gorodov [A comparative analysis of the electric load on weekdays and weekends of multi-apartment buildings with electric stoves in the power supply systems of large cities]. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Energetika [Bulletin of the South Ural State University. Ser. Power Engineering], 2023, no. 1, pp. 27-37, DOI: 10.14529/power230103.
 15. Soluyanov Yu.I., Fedotov A.I., Akhmetshin A.R., Soluyanov V.I. Issledovanie elektricheskikh nagruzok mnogokvartirnykh zhilykh kompleksov v period rasprostraneniya novoy koronavirusnoy infektsii [Analysis of electric loads in multi-apartment residential complexes during an outbreak of coronavirus disease]. Voprosy elektrotekhnologii [Electrical technology issues], 2021, no. 2, pp. 57-67.
 16. Hussain M., Akram R., Memon Z. et al. Demand side management techniques for home energy management systems for smart cities. Sustainability, 2021, no. 21, DOI: 10.3390/su132111740.
 17. Cortés-Cediel M., Cantador I., Bolívar M. Analyzing citizen participation and engagement in European smart cities. Social science computer review, 2021, no. 4, pp. 592-626, DOI: 10.1177/0894439319877478.
 18. Mansouri M., Simab M., Bahmani B. Impact of Demand response on reliability enhancement in distribution networks. Sustainability, 2021, no. 23, DOI: 10.3390/su132313201.

Borovskiy Andrey Viktorovich. Doctor of physical and mathematical sciences, Professor, Baikal State University. AuthorID: 22229, SPIN: 7243-8706, ORCID: 0000-0003-2119-1072, andrei-borovskii@mail.ru, Russia, Irkutsk, 11 k3 Lenina str.

Yumenchuk Andrey Anatol'evich. Postgraduate student of Baikal State University. AuthorID: 1127835, SPIN: 4752-7126, ORCID: 0009-0005-6754-1631, andrey.yumenchuk@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 12.02.2025; одобрена после рецензирования 27.02.2025; принята к публикации 02.04.2025.

The article was submitted 02/12/2025; approved after reviewing 02/27/2025; accepted for publication 04/02/2025.