УДК 519.71

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ ВЫВОДОМ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА С НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ В ОПИСАНИИ В ЦЕЛЕВОЕ МНОЖЕСТВО

Колесникова Светлана Ивановна

Д.т.н., профессор, кафедра высшей математики и математического моделирования, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А, e-mail: skolesnikova@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются три алгоритма управления для нелинейных объектов, конструирование которых обусловлено разными типами неопределенностей в описании. Все алгоритмы построены на единых принципах синергетической теории управления и методов управления на многообразиях. Предполагается, что исходный объект задан в виде системы обыкновенных нелинейных дифференциальных / разностных уравнений с наличием неизвестных составляющих в правой части уравнений, отвечающих за динамику плохо формализуемого объекта. Приводятся примеры прикладных задач, решаемых на основе представленных алгоритмов.

Ключевые слова: управление на многообразии, возмущения, стохастическая задача управления, аналитический синтез стохастического регулятора

Цитирование: Колесникова С.И. Математические основы управления выводом нелинейного объекта с неопределенностью в описании в целевое множество // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2018. № 3 (11). С. 81–89. DOI:10.25729/2413-0133-2018-3-09

Введение. В статье излагаются результаты продолжающихся исследований в направлении применения возможностей методов управления на многообразиях [2, 3, 5, 8, 10, 11, 14, 16] и, в частности, некоторого обобщения метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов [3] и нелинейной адаптации [2]. Теоретическая и практическая ценность этих методов заключается в успешности решения ряда технических (например, [2, 3]) и экономических задач [6, 12].

Целью настоящей работы является некоторое обобщение обсуждаемых методов для построения системы управления с двумя отличными от рассмотренных ранее (например, [2]) видами неопределенности. Структура работы следующая:

1) изложение принципов построения алгоритма на многообразиях для объекта, подверженного детерминированным помехам неизвестного характера с ограниченным изменением;

2) построение алгоритма управления для объекта, часть функционального описания которого неизвестна;

3) изложение алгоритма управления для дискретного объекта со стохастической составляющей в описании, минимизирующий дисперсию выходной переменной.

Решение всех поставленных задач основано на принципах управления на многообразиях (см. обзор [8]). Кратко основная суть методов управления на многообразиях [3] реализуется следующими положениями.

1. Предположения относительно описания объекта управления. Перечислим кратко входные условия и требования к свойствам синтезируемого алгоритма конструирования управления на многообразиях.

А. Используется понятие инвариантов, под которыми понимают некоторые устойчивые законы поведения в установившемся режиме объекта управления (например, устойчивый баланс между двумя или более переменными, стабилизация переменной в окрестности заданного значения и пр.).

Б. Описание непрерывного объекта управления имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j\left(x_1,\ldots,x_n\right) + z_j + u_j,\ j=\overline{1,m}, \\ \dot{x}_j(t) &= f_j\left(x_1,\ldots,x_n\right),\ j=\overline{m+1,n}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{x}\in R^n$ - вектор состояний, $\boldsymbol{u}\in R^m$, $m\le n$, - вектор управления, $\boldsymbol{f}\in R^n$ – непрерывная нелинейная вектор-функция, $\boldsymbol{z}\in R^k$, $k\le m$ - вектор возмущений. Назовем такие описания объектами управления с *неопределенностью 1-го типа*. Сюда же относятся дискретные объекты с соответствующей заменой производных разностными уравнениями (см. ниже (3)).

Описание дискретного объекта управления имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j\left(x_1,\ldots,x_n\right) + u_j,\ j=\overline{1,m}, \\ \dot{x}_j(t) &= f_j\left(x_1,\ldots,x_n\right),\ j=\overline{m+1,n}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\boldsymbol{x}\in R^n$ - вектор состояний, $u\in R^m$, $m\le n$, - вектор управления, $f\in R^n$ – непрерывная нелинейная вектор-функция, причем часть описания $f_j,\ j=\overline{1,m}$ является неизвестной. Такое описание порождает объекты управления с *неопределенностью 2-го типа*.

Описание дискретного объекта управления имеет вид:

$$\begin{aligned} x_j(t+1) &= f_j\left(x_1(t),\ldots,x_n(t)\right) + z_j(t) + u_j\left(x_1(t),\ldots,x_n(t)\right),\ j=\overline{1,m}, \\ \dot{x}_j(t+1) &= f_j\left(x_1(t),\ldots,x_n(t)\right),\ j=\overline{m+1,n}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\boldsymbol{x}\in R^n$ - вектор состояний, $\boldsymbol{u}\in R^m$, $m<n$, - вектор управления, $\boldsymbol{f}\in R^n$ –нелинейная вектор-функция; $\boldsymbol{z}\in R^k$, $k\le m$ - вектор возмущений (возможно случайных). Если $\boldsymbol{z}\in R^k$ - вектор детерминированных возмущений, а $\boldsymbol{f}\in R^n$ – известная вектор-функция, то (3) относится к 1-му типу объектов; если $\boldsymbol{z}\in R^k$, $k\le m$ - вектор случайных возмущений, то назовем такие объект (3) объектом управления с *неопределенностью 3-го типа*.

В. Математически описывается конструкция так называемого инвариантного многообразия в виде $\psi(x)=0$, где $x\in R^n$ - вектор состояний, $\psi\in R^m$, $m\le n$ - целевая макропеременная, поведение которой при $t\to\infty$ и определяет инвариант для объекта. Важно заметить, что в теории управления на многообразиях, в частности в методе аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) размерности векторов макропеременной и управления должны совпадать ($\dim(\psi)=\dim(u)$). Ценность задания конструкции $\psi(x)=0$ (до начала синтеза системы управления) заключается в целенаправленном учете желаемых физических свойств объекта управления [7].

Г. Используемые модели возмущений $z(t)\in Z$ в уравнениях объекта таковы, что характер поведения функций $z(t)$ не влечет нарушения предположения В; здесь возмущения $z(t)$ в описании объекта входят в уравнения, содержащие управления.

Д. Предполагается, что управление в пространстве состояний, способное обеспечить глобальную устойчивость системе дифференциальных (разностных) уравнений, удовлетворяющей цели $\psi(x)=0$ существует, решения этой системы ограничены и имеет место принципиальная стабилизируемость траекторий исходной модели состояния объекта.

Е. Требуется найти закон управления $\boldsymbol{u}(x(t))$, обеспечивающего перевод объекта управления из произвольного начального состояния $x_0\in X$ из области фазового пространства в заданное множество состояний $\{x:\psi(x)=0\}$ и его дальнейшую стабилизацию в нем. Следует заметить, что начальное состояние x_0 может принадлежать и области неустойчивости объекта. Тогда задача управления будет заключаться в стабилизации объекта в окрестности множества $\psi(x)=0$. В общем случае ставится задача вывода объекта в *требуемое* множество состояний, возможно,

Ж. Постулируется функционал качества, глобальный минимум которого должен быть обеспечен искомым законом изменения (векторной) управляющей переменной $u^A(x(t))=(u_1^A,\ldots,u_m^A)$ (верхний индекс указывает, что алгоритм определения управления соответствует базовому методу АКАР):

$$\Phi_C=\int_0^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\left(\psi_i^2(t)+\omega_i^2\dot{\psi}_i^2(t)\right)dt\to\min,\ \ \Phi_D=\sum_{t=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{m}\left(\omega_i^2\psi_i^2(t)+\Delta\psi_i^2(t)\right)\to\min, \qquad (4)$$

для непрерывной и дискретной задач управления, соответственно [3].

Вид функционалов (4) таков, что, во-первых, обобщая классический квадратичный, он отражает требования физической теории управления [7], поскольку содержит информацию о цели управления, сформулированной «пользователем» конструируемого регулятора; во-вторых, искомые законы управления можно искать на решениях (см. результаты теоретической механики, например работы А.С. Галиуллина, Н.П. Еругина [1]) уравнений Эйлера-Лагранжа $\omega_i\dot{\psi}_i+\psi_i=0,\ i=\overline{1,m}$, $\psi_i(t)+\lambda\psi_t(t)=0,\ |\lambda|<1,\ t\geq 1$, для непрерывного и дискретного функционалов качества, соответственно. Как известно [1, 3], решения этих уравнений являются экстремалями для (4). Поэтому справедлив следующий результат.

Теорема 1. Для детерминированных нелинейных многомерных объектов (1)-(3) в условиях отсутствия неопределенностей в описании ($f_i, i=\overline{1,n}$ - известны, $z_j(t)=0,\ j=\overline{1,m}$) управления, обеспечивающие глобальный минимум функционалам $\Phi_C,\ \Phi_D$, удовлетворяют уравнениям Эйлера-Лагранжа $\omega_i\dot{\psi}_i(t)+\psi_i(t)=0$, $\psi_i(t+1)+\lambda\psi_t(t)=0,\ |\lambda|<1,\ t\geq 1,\ i=\overline{1,m}$, соответственно для непрерывной и дискретной задач управления.

Рассмотрим теперь в вышеприведенных предположениях (условия А-Ж) типовые формулировки постановок плохо формализуемых (неполно определенных) задач управления и покажем, что конструирование управления для частично неопределенных объектов возможно на тех же принципах (с позиций синергетической теории управления).

2. Постановка и решение нелинейной задачи управления с детерминированными возмущениями. Для определенности изложим принципы нелинейной адаптации для объекта

(1), и соответствующий алгоритм конструирования управления условно назовем алгоритмом 1 (дискретный вариант подробно рассмотрен в [5]).

Основные положения алгоритма нелинейной адаптации на многообразиях (см., например, [2]) следующие:

- преобразование исходной системы (1) в замкнутую за счет добавления фазовых переменных $z := y, \dot{y}_j = \tilde{f}_j,\ j = \overline{n+1, n+m}$, где функции $\tilde{f}_j$ пропорциональны соответствующим макропеременным: $\tilde{f}_j = \eta_j \psi_j(x(t))$; эта процедура приводит к расширению фазового пространства;
- к замкнутой системе применяется классический АКАР.

2.1. Пример синтеза системы управления по алгоритму 1. Пусть n=2 в (1). Тогда схематичное представление логики синтеза регулятора заключается в следующих действиях:

$$\begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1, \\ \dot{x}_2 = f_2 + u + z. \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{x}_1 = f_1, \dot{x}_2 = f_2 + u + \hat{z}, \\ \dot{\hat{z}} = \eta\psi,\ \eta = const > 0, \\ \psi_1 = \psi + k\hat{z}, \\ \Phi_1 = \int\limits_0^\infty \left(\psi_1(t)^2 + \omega_1^2 \dot{\psi}_1^2 \right) dt, \\ u:\ \omega_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1(t) = 0. \end{array} \quad \begin{array}{l} \psi_1 \to 0 \Rightarrow \psi + k\hat{z} \to 0 \Rightarrow \\ \dot{\hat{z}} = \eta\psi = -\eta k\hat{z} \Rightarrow \hat{z} \to 0 \Rightarrow \\ \psi \to 0. \end{array} \qquad (5)$$

Первая система в (5) представляет исходную постановку задачи; вторая система реализует принцип расширения фазового пространства с введением промежуточной макропеременной вида $\psi_1 = \psi + k\hat{z},\ k = const > 0$ и решением вариационной задачи $\Phi_1 \to \min$ при ограничении $\psi_1 = \psi_1(x_1, x_2) = 0$. В результате будет получено управление u, обеспечивающее и достижение цели $\psi = \psi(x_1, x_2) = 0$, так как $\psi_1 \to 0 \Rightarrow \psi + k\hat{z} \to 0$ и из уравнения расширенной системы $\dot{\hat{z}} = \eta\psi$ следует $\hat{z} \to 0$, но тогда и $\psi \to 0$.

3. Постановка и решение нелинейной задачи управления с частично неизвестным описанием. Рассматривается объект (2). В этом случае предполагается, что существуют оценки $\hat{f}_j,\ j = \overline{1, m}$ неизвестных описаний $f_j,\ j = \overline{1, m}$, причем даже достаточно грубые, полученные, например, по алгоритмам Machine Learning, или как верхние границы изменения правых частей $f_j,\ j = \overline{1, m}$ (при наихудших значениях параметров).

3.1. Основные шаги алгоритма 2. Конструирование управления имеет в этом случае следующие этапы [4, 5, 13]:

- замена неизвестного описания $f_j,\ j = \overline{1, m}$ ее оценкой $\hat{f}_j,\ j = \overline{1, m}$;
- ввод дополнительных υ_j управляющих переменных $u_j = u_j^A + \upsilon_j,\ j = \overline{1, m}$, связанных с возникающим возмущением в связи с заменой неизвестного описания ее оценкой; u_j^A - АКАР-управление для системы с описанием типа (2), где вместо неизвестных частей $f_j,\ j = \overline{1, m}$ используются оценки $\hat{f}_j,\ j = \overline{1, m}$;
- определение управлений u_j^A по алгоритму АКАР;

- определение управлений υ_j для системы с уже найденными управлениями u_j^A на базе функций Ляпунова, нахождение которых для полученной системы не представляет затруднений в силу специфики обратной связи u_j^A.

3.2. Пример синтеза системы управления по алгоритму 2. Пусть n=2 в (2). Тогда схема синтеза регулятора будет следующей:

$$\begin{array}{l}\dot{x}_1 = f_1,\\ \dot{x}_2 = f_2 + u.\end{array} \Rightarrow \begin{array}{l}\dot{x}_1 = f_1,\\ \dot{x}_2 = \hat{f}_2 + \left(f_2 - \hat{f}_2\right) + u.\end{array} \Rightarrow \begin{array}{l}\dot{x}_1 = f_1,\\ \dot{x}_2 = \hat{f}_2 + \upsilon + u^A.\end{array} \quad (6)$$

Первая исходная система в (6) представляет содержит неизвестную функцию f_2; во второй и третьей системе осуществляются преобразования: замена f_2 на оценку $\hat{f}_2$, представление $u = u^A + \upsilon$, где u^A - управление по методу АКАР и переменная υ, предназначенная для компенсации возмущений, появляющихся при замене оценку f_2 на $\hat{f}_2$.

Далее осуществляется АКАР-синтез для полно определенной системы с вектором состояний (y_1, y_2): $\dot{y}_1 = f_1, \dot{y}_2 = \hat{f}_2 + u^A$, полученное управление $u^A = U(y_1, y_2, \psi)$ используется для декомпозиции последней системы (6), к которой далее применяется аппарат функций Ляпунова для нахождения υ. Так, для задачи стабилизации $\psi = x_1 - x_{10}$, где x_{10} заданное целевое значение, управление υ определится из условия $\dot{\upsilon} = -\psi$.

4. Постановка и решение нелинейной задачи управления со случайным возмущением. Отметим, что все существующие методы на многообразиях имеют дело только с детерминированными задачами управления. Рассмотрим объект с дискретным описанием:

$$X(t+1) = F(X(t)) + U(X(t)) + \xi(t+1) + c\xi(t), \quad (7)$$

где $0 < c < 1,\ t \geq 1,\ t \in \mathrm{N}$; $F(X(t)), U(X(t))$ – нелинейная функция и управление, соответственно; $\{\xi(t)\}_{t\geq 0}$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин со средним 0 и дисперсией σ^2. Ставится новая задача стабилизации объекта (7) в окрестности аналитически заданного множества состояний $\mathbf{E}\psi(X(t)) = 0,\ t \in \mathrm{N}$, где ψ – по-прежнему целевая макропеременная. Требуется построить управление $U(X(t)),\ t \in \mathrm{N}$, переводящее значения $X(t),\ t \in \mathrm{N}$ в окрестность $\psi(X(t)) = 0,\ t \to \infty$ и обеспечивающее, во-первых, дальнейшую стабилизацию объекта управления в его окрестности с минимальной дисперсией величин $X(t), \psi(X(t)), \psi(X(t+1)) + \lambda\psi(X(t)),\ t \geq 1$ (λ - параметр синтезируемой системы управления объектом (2); во-вторых, одновременно минимум среднему значению $\mathbf{E}\,\Phi_D$ функционала $\Phi_D = \sum_{t=1}^{\infty}\left(\omega^2\psi^2(t) + \left(\Delta\psi(t)\right)^2\right) \to \min_u$.

4.1. Решение стохастической задачи управления. Для объекта (7) управление, определяемое как условное математическое ожидание $U(t) = \mathbf{E}\left(u(t) \middle| \xi(t-1), \xi(t-2), \ldots, \xi_0\right)$

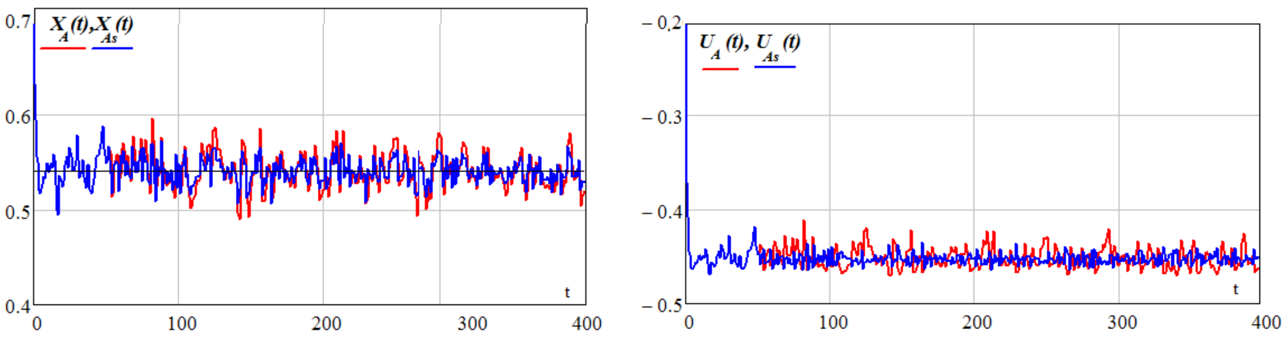
для задачи стабилизации $\psi(t) = X(t) - X^*(t) = 0,\ t \in \mathrm{N}$, где $X^*(t)$ - заданная функция (в частности, $X^*(t) = X^* = const$), приведет к следующему результату [13].

Теорема 2. Управление $U(t) = -F(t) - c\lambda\psi(t-1) - (c+\lambda)\psi(t) + X^*(t+1)$ обеспечивает асимптотически устойчивый вывод объекта (7) в целевое множество $\mathbf{E}\psi(X(t)) = 0,\ t \in \mathrm{N}$ и доставляет глобальный минимум функционалу $\mathbf{E}(\Phi)$, при этом дисперсии случайных величин $X(t)$, $\psi(t+1) + \lambda\psi(t)$ равны наименьшей из возможных значений σ^2.

4.2. Пример синтеза системы управления по стохастическому алгоритму. Пусть $F(X(t)) := rX(t)(1 - X(t))$ (модель Фейгенбаума). Тогда управления, полученные согласно классическому АКАР (u^A) и стохастическому (u^{As}) будут иметь вид, соответственно:

$$
\begin{aligned}
u^A &= -rX(t)(1 - X(t)) + X^* - \lambda\psi(t), \\
u^{As} &= -rX(t)(1 - X(t)) - c\lambda\psi(t-1) + X^* - (\lambda + c)\psi(t).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Из рисунка 1 следует, что учет характеристик шумов в стохастическом АКАР может приводить к системам управления «лучшего» качества по показателям уровня шума выходной переменной и переменной управления (здесь, в 1.5 раза по выходной переменной и в 1.1 раза по управлению). Однако, для каждого типа объекта управления необходимы исследования на обучающей выборке с целью выбора параметра системы управления λ, связанного с параметром ω соотношением: $\lambda^2 - (2 + \omega^2)\lambda + 1 = 0$.



а) *б)*

Рис. 1. Результаты сравнительного моделирования

Заключение. В статье рассмотрена задача достижения объектом управления не отдельного заданного состояния, а некоторого целевого множества состояний, попадая в которое, объект будет обладать требуемыми и содержательно определенными физическими свойствами. Изложены основные положения подходов обхода трех видов неопределенностей в описании нелинейного объекта: аддитивно входящее детерминированная функция времени, неизвестность части функционального описания, аддитивно входящий случайный шум авторегрессионного типа. Представленные результаты численного моделирования подтверждают непротиворечивость сконструированных систем управления. Результаты работы предполагается использовать в системах поддержки принятия решений при управлении нелинейными объектами с хаотическими режимами разной прикладной направленности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-08-00920).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галиуллин А.С. Обратные задачи динамики и задачи управления движениями материальных систем // Дифференц. уравнения. 1972. Т. 8. С. 1535–1541.
2. Колесников А.А. Новые нелинейные методы управления полетом. М.: Физматлит. 2013. 193 с.
3. Колесников А.А. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов/ А.А. Колесников (ред.). М.: Физматлит. 2004. 504 с.
4. Колесникова С.И. Алгоритм синтеза системы управления многомерным плохо формализуемым объектом // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 5. С. 211–220.
5. Колесникова С.И. Система множественного управления для нелинейного объекта с неполным описанием // Труды СПИИРАН. № 6 (55). С. 114-133.
6. Колесникова С.И., Дубина Н.Д. Управление нелинейным экономическим объектом третьего порядка // Международный технико-экономический журнал. 2016. №4. С. 48–54.
7. Красовский А.А. Проблемы физической теории управления // Автоматика и телемеханика. 1990. №. 1. С. 3-28.
8. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. СПб.: ЛКИ, 2008. 384 с.
9. Arcak M., Teel A., Kokotovic P. Robust nested saturation redesign for systems with input unmodeled dynamics // Proceedings of the 2000 American Control Conference. 2000. vol. 1. no. 6. Pp. 150–154.
10. Astolfi D. Karagiannis R.Ortega. Nonlinear and Adaptive Control with Applications. Springer. 2008. 290 p.
11. Khalil H.K. Nonlinear systems. Prentice Hall. 2002. 750 p.
12. Kolesnikova S., Mylnikova E. Application of nonlinear adaptation method for discrete economic objects // Proceedings of the 2017 International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Automation. DEStech Publications, Inc. 2017. Pp. 349-355.
13. Kolesnikova S.I. A multiple-control system for nonlinear discrete object under uncertainty // Optimization Methods and Software. 2018. DOI 10.1080/10556788.2018.1472258.
14. Narendra K.S., Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models // IEEE Trans. on Automatic Control. 1997. vol. 42. no. 2. Pp. 171–187.
15. Sepulchre R., Jankovic M., Kokotovic P.V. Constructive nonlinear control. Springer Science & Business Media. 2012. 313 p.
16. Utkin V.I. Sliding modes in control and optimization. Springer. 2012. 237 p.

UDK 519.71

MATHEMATICAL PRINCIPLES OF NON-LINEAR CONTROL OF OBJECT WITH UNCERTAINTY FOR DERIVATION INTO A GIVEN SET OF TARGET STATES

Svetlana I. Kolesnikova

Dr., Professor, Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation (SUAI)

67, Bolshaya Morskaia str., Saint-Petersburg, 190000, RUSSIA,

e-mail: skolesnikova@yandex.ru

Abstract. Three control algorithms are considered for nonlinear objects, the construction of which is due to different types of uncertainties in the description. All algorithms are based on unified principles of synergetic control theory and control methods on manifolds. It is assumed that the initial object is given in the form of a system of ordinary nonlinear differential / difference equations with the presence of unknown components (including unknown deterministic / stochastic perturbations) on the right side of the equations responsible for the dynamics of a poorly formalized object. Examples of applied problems, solved on the basis of the presented algorithms, are given.

Keywords: control on manifolds, perturbations, stochastic control problem, analytical synthesis of stochastic regulator.

References

1. Galiullin A.S. Obratnyye zadachi dinamiki i zadachi upravleniya dvizheniyami material'nykh sistem [Inverse problems of dynamics and control problems of motions of material systems] // Differencial'nye uravnenija = Differential equations. 1972. vol. 8. Pp. 1535–1541. (in Russian.)
2. Kolesnikov A.A. Novye nelinejnye metody upravlenija poletom [New nonlinear methods of flight control]. Moscow. Fizmatlit. 2013. 193 p. (in Russian.).
3. Kolesnikov A.A. Sinergetika i problemy teorii upravlenija: sbornik statej [Synergetics and problems of control theory: Collected articles / edited by A.A. Kolesnikov]. Moscow. Fizmatlit. 2004. 504 p. (in Russian.)
4. Kolesnikova S.I. Algoritm sinteza sistemy upravleniya mnogomernym plokho formalizuyemym ob''yektom [Algorithm for the synthesis of a control system for a multi-dimensional poorly-formalized object] // Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki = Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. 2015. № 5. Pp. 211–220. (in Russian.)
5. Kolesnikova S.I., Dubina N.D. Upravleniye nelineynym ekonomicheskim ob''yektom tret'yego poryadka [Control of nonlinear economic object of the third order] // Mezhdunarodnyy tekhniko-ekonomicheskiy zhurnal = The International Technical-Economic Journal. 2016. №4. Pp. 48–54. (in Russian.)
6. Kolesnikova S.I. Sistema mnozhestvennogo upravleniya dlya nelineynogo ob''yekta s nepolnym opisaniyem [Multiple control system for a non-linear object with incomplete description] // Trudy SPIIRAN = Spiiras Proceedings. № 6 (55). Pp. 114–133. (in Russian.)
7. Krasovskiy A.A. Problemy fizicheskoy teorii upravleniya [Problems of Control Physical Theory] // Avtomatika i telemehanika = Automation and Remote Control. 1990. no. 1. Pp. 3–28. (in Russian.)

8. Tyukin I.Yu., Terekhov V.A. Adaptaciya v nelinejnyh dinamicheskih sistemah [Adaptation in nonlinear dynamical systems]. St. Petersburg. Izdatel'stvo LKI = Publishing house LCI. 2008. 384 p. (in Russian.)
9. Arcak M., Teel A., Kokotovic P. Robust nested saturation redesign for systems with input unmodeled dynamics // Proceedings of the 2000 American Control Conference. 2000. vol. 1. no. 6. Pp. 150–154.
10. Astolfi D. Karagiannis R.Ortega. Nonlinear and Adaptive Control with Applications. Springer. 2008. 290 p.
11. Khalil H.K. Nonlinear systems. Prentice Hall. 2002. 750 p.
12. Kolesnikova S., Mylnikova E. Application of nonlinear adaptation method for discrete economic objects // Proceedings of the 2017 International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Automation. DEStech Publications, Inc. 2017. Pp. 349-355.
13. Kolesnikova S.I. A multiple-control system for nonlinear discrete object under uncertainty // Optimization Methods and Software. 2018. DOI 10.1080/10556788.2018.1472258.
14. Narendra K.S., Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models // IEEE Trans. on Automatic Control. 1997. vol. 42. no. 2. Pp. 171–187.
15. Sepulchre R., Jankovic M., Kokotovic P.V. Constructive nonlinear control. Springer Science & Business Media. 2012. 313 p.
16. Utkin V.I. Sliding modes in control and optimization. Springer. 2012. 237 p.