

УДК 004.942

DOI:10.25729/ESI.2024.35.3.013

## Планирование поставок продукции на год с учетом минимизации затрат на перевозку для бесперебойного снабжения потребителей

Маланова Татьяна Валерьевна, Бахвалов Сергей Владимирович,  
Янхаев Данил Вадимович, Аршинский Вадим Леонидович

Иркутский национальный исследовательский технический университет,  
Россия, Иркутск, *malanova\_tanya@mail.ru*

**Аннотация.** В статье рассматривается задача планирования перевозки груза от поставщиков к потребителям на год, поделенный на несколько периодов, в течение которых нужно вывезти определенную часть товаров. Товар вывозится за несколько рейсов. Для решения этой задачи предлагается использовать две модели транспортной задачи линейного программирования, в каждую из которых добавлено ограничение по времени. В одной из них переменными являются количества рейсов, а в другой – количества перевезенного груза от каждого потребителя к каждому поставщику. Для корректного применения указанных моделей в каждом периоде предлагается подготовить входные данные путем проведения предварительного этапа, обеспечивающего выполнение условия баланса транспортной задачи. Продемонстрирован пример.

**Ключевые слова:** задача линейного программирования, транспортная задача, математическое моделирование, исследование операций, управление перевозками

**Цитирование:** Маланова Т.В. Планирование поставок продукции на год с учетом минимизации затрат на перевозку для бесперебойного снабжения потребителей / Т.В. Маланова, С.В. Бахвалов, Д.В. Янхаев, В.Л. Аршинский // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2024. – № 3(35). – С. 148-156. – DOI: 10.25729/ESI.2024.35.3.013.

**Введение.** Для крупных предприятий и государственных учреждений характерно планирование перевозок товаров от поставщиков до потребителей в течение заданного времени, например, годовое планирование. Если рассматривать товары первой необходимости или сырье для производства, то поставка товаров должна обеспечивать бесперебойное их потребление. В то же время некоторые пункты потребления могут быть доступны не всегда. Так, например, перевозки невозможны в периоды, когда не работают паромные или ледовые переправы через реки. Для северных районов часто перевозка может быть осуществлена только по зимней дороге или только по рекам летом. Поэтому необходимо при планировании учесть, что в доступное для перевозки время товар должен поставляться с излишком, чтобы во время отсутствия дороги сырье или необходимые товары были в наличии.

Потребности для потребителей и наличие товаров у поставщиков должны быть известными величинами. Так, например, потребность в товарах первой необходимости для населения можно вычислить, исходя из его численности и суточных нормативов потребления; потребность в сырье для производства определяется по объемам и соответствующим нормам производства. Перевозка груза может осуществляться в несколько рейсов, что приводит к необходимости учитывать время доставки, если установлены сроки перевозки товаров.

Затраты на перевозку грузов от заданного поставщика (склада) до пункта потребления определяются протяженностью дорог, их качеством и видом транспорта. В данной статье учитывается условие, что при транспортировке товаров большими объемами часто оплата производится не по объему перевезенного груза, а по количеству произведенных рейсов. Учитывая ограниченность финансовых ресурсов, разработанный план должен обеспечить минимальные (или близкие к минимуму) суммарные затраты на перевозку товаров в течение определенного времени.

Если поставщиков и потребителей достаточно много, то такую задачу вручную качественно решить невозможно, поэтому разработка программного обеспечения для планирования поставок товаров является актуальной задачей.

На сегодняшний день существует программное обеспечение, использующее методы математического моделирования в управлении поставками, такие, как Forecast NOW, ConsID, GoodsForecast.Replenishment, GoodsForecast.Distribution, TMS Логистика. Все они направлены на оптимизацию задач бизнеса и минимизацию затрат, но не учитывают специфику задач планирования для госучреждений и госпредприятий – необходимо бесперебойное обеспечение всех потребителей, даже в тех случаях, когда это может быть экономически не оправдано, что не позволяет применить их для решения задачи в заданном контексте.

В литературе рассматриваются транспортные задачи с различными их модификациями: в классической постановке [1, 2, 3]; с дополнительными ограничениями [4, 5]; как многокритериальные оптимизационные задачи [6, 7]. Также рассматриваются задачи маршрутизации транспорта [8, 9, 10, 11], но они не решают задачу планирования на период (например, на год) с учетом доступности/недоступности потребителей в определенные сезоны. Таким образом, в данной статье предлагается алгоритм формирования плана поставки товаров от поставщиков до потребителей (с учетом временной недоступности некоторых из них) в течение года или в более общей постановке – в течение заданного периода таким образом, чтобы потребление было непрерывным.

**1. Математическая модель.** Для удобства изложения примем период планирования за год. В течение года поставка может осуществляться партиями (ежемесячно, еженедельно, ежедневно). Поэтому весь год необходимо разделить на  $l$  промежутков для поставки продукции (например, на 12 месяцев). Данные промежутки определяются, исходя из конкретной задачи, в зависимости от срока годности товаров, от периода отчетностей на предприятии и т.п.

В каждом промежутке решается транспортная задача с ограничением по времени. Математическая модель, переменными которой являются количества рейсов от поставщиков к потребителям, имеет вид:

$$F(r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (c_{ij} r_{ij}) \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n (g_{ij} r_{ij} - z_{ij}) = a_i, & i = \overline{1, m} \\ \sum_{i=1}^m (g_{ij} r_{ij} - z_{ij}) = b_j, & j = \overline{1, n} \\ \sum_{j=1}^n r_{ij} t_{ij} \leq s, & i = \overline{1, m} \\ g_{ij} r_{ij} - z_{ij} > 0, & i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \\ r_{ij} \geq 0, & i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \\ z_{ij} > 0, & i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь считаем, что  $c_{ij}$  – транспортные расходы из  $i$ -го пункта в  $j$ -й пункт;  $r_{ij}$  – количество рейсов, произведенных в течение текущего промежутка;  $t_{ij}$  – время, за которое выполняется один рейс;  $g_{ij}$  – грузоподъемность транспорта;

$$z_{ij} = g_{ij} r_{ij} - x_{ij} \quad (3)$$

где  $x_{ij}$  – объем перевозимого груза из  $i$ -го пункта в  $j$ -й пункт, т.е. это объем груза, которого не хватает до полной загрузки транспорта;  $s$  – длина промежутка времени;  $b_j$  – объем заявок;  $a_i$  – объем запасов;  $m$  – число складов;  $n$  – число пунктов потребления.

Математическая модель (1), (2) представляет собой модель транспортной задачи (Т-задачи), зависящей от количества рейсов, с ограничением по времени. Все координаты решения данной задачи должны принадлежать множеству целых неотрицательных чисел. В связи с

этим количество вычислений может быть гораздо больше, чем в обычных задачах линейного программирования без условия на целочисленность. Так как количество переменных здесь  $2 \times m \times n$ , то при достаточно больших значениях  $m, n$  время решения задачи может существенно увеличиться.

Для ускорения расчетов сократим количество переменных модели (1), (2). Согласно равенству (3), перейдем от переменных  $r_{ij}$  и  $z_{ij}$  к  $x_{ij}$ , тем самым незначительно увеличив погрешность расчета (погрешность данной процедуры составляет  $z_{ij}$ ). После преобразований целевая функция примет вид:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{c_{ij}}{g_{ij}} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (4)$$

а ограничения:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n}, \\ \sum_{j=1}^n \frac{t_{ij}}{g_{ij}} x_{ij} \leq s, i = \overline{1, m}, \\ x_{ij} > 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (5)$$

Заметим, что при округлении на прошлых этапах условие баланса T-задачи частично не соблюдается. Возникает случай, при котором сумма запасов незначительно превышает сумму запросов, для учета данного случая преобразуем ограничения (4) и получим:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, i = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = \overline{1, n}, \\ \sum_{j=1}^n \frac{t_{ij}}{g_{ij}} x_{ij} \leq s, i = \overline{1, m}, \\ x_{ij} > 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}. \end{cases} \quad (6)$$

Задача (4), (6) содержит в два раза меньше переменных, чем первоначальная модель, что поможет ускорить процесс вычисления. Кроме того, если количество перевозимого груза считается в единицах массы, то такая задача является классической задачей линейного программирования, в которой переменные принадлежат множеству действительных чисел, и это еще более ускорит процесс вычисления. Но, так как в настоящей работе мы считаем, что затраты и время перевозки вычисляются по количеству рейсов, то модель (1), (2) дает нам более точное решение, чем модель (4), (6).

Таким образом, в данной статье для решения поставленной задачи предлагается использовать одну из двух моделей в зависимости от необходимой точности времени на вычисления.

**2. Алгоритм.** Как известно, чтобы T-задача имела решение, необходимо, чтобы выполнялось условие баланса – общий объем заявок должен быть равен суммарному объему товаров на складах. Поэтому для годового плана, а также для всех периодов, необходимо выполнение условия баланса, то есть нужно привести исходные данные по наличию и заявкам к такому виду, чтобы T-задача решалась корректно в каждом периоде. Простым делением количества запасов и заявок на  $l$  периодов здесь невозможно обойтись, так как в определенных периодах некоторые потребители могут быть недоступными, то есть количество промежутков для поставки товаров этим потребителям меньше, чем  $l$ .

На основе выше сказанного алгоритм состоит из двух этапов: 1) подготовительный; 2) решение T-задачи с ограничением по времени.

**2.1. Первый этап.** На первом этапе предлагается равномерно распределить годовые запасы и запросы по периодам с учетом недоступности потребителей в определенные периоды, что с экономической точки зрения наиболее реально.

Пусть необходимо распределить годовой план на  $l$  периодов равномерно. Необходимо перераспределить товар, который предназначен для потребления в недоступные периоды, на доступные периоды, то есть нужно сделать так, чтобы суммарный объем запросов за все периоды каждого отдельного потребителя был равен годовому объему запросов этого потребителя; аналогичное условие и для поставщиков. При этом должно быть выполнено условие баланса: годовой запас товара у поставщиков должен быть равен общему годовому объему запросов.

Алгоритм распределения товаров включает в себя несколько шагов:

- 1) равномерно распределяем запросы каждого потребителя по периодам;
- 2) для каждого потребителя, у которых есть недоступные периоды (назовем их «закрытыми»), подсчитываем объем товара, который должны перебросить на каждый доступный период («открытый» период), предшествующий «закрытому», и производим перераспределение объема товара с каждого «закрытого» периода каждого такого потребителя на все предшествующие «открытые»;
- 3) равномерно распределяем запасы по периодам;
- 4) перебрасываем равномерно весь товар с «закрытых» периодов первого потребителя для всех поставщиков, то есть объем перебрасываемого товара в соответствующем «закрытом» периоде нужно разделить на количество поставщиков и количество предшествующих открытых периодов, затем полученный объем добавить к каждому поставщику во всех предшествующих «открытых» периодах.
- 5) далее повторяем 4 этап для каждого следующего потребителя, у которых были «закрытые» периоды.

Таким образом, после выполнения данного алгоритма мы получим в каждом периоде закрытую транспортную задачу.

При равномерном распределении ресурсов полученные значения не являются целочисленными, поэтому, если необходимо, то можно округлить каждое значение в большую сторону. В этом случае необходимо соблюдать условие: объем запросов отдельного периода не должен превышать объема запасов этого же периода. При нарушении данного условия можно добавлять к каждому поставщику единицу товара, до тех пор, пока условие баланса не будет выполнено (погрешность при данной процедуре, не превышает количества  $n$  – потребителей).

**Пример.** Рассмотрим простейший пример перераспределения товаров между поставщиками и потребителями по периодам.

На рисунке 1 представлен годовой план перевозки товаров из трех складов четырем потребителям.

	B1	B2	B3	B4	$\Sigma A_i$
A1					12000
A2					19600
A3					15200
$\Sigma B_j$	12800	11600	12000	10400	

**Рис. 1.** Годовой план перевозки товаров

Пусть поставка осуществляется за четыре периода, и известна доступность потребителей в каждом периоде:

- в первом периоде все потребители доступны;
- во втором периоде недоступен пункт  $B_4$ ;
- в третьем периоде недоступны пункты  $B_2$  и  $B_4$ ;
- в четвертом периоде все потребители доступны.

Согласно алгоритму сначала распределяем запросы равномерно по всем периодам, рисунок 2(а). Затем перебрасываем товар из ячейки (3,2) во все ячейки столбца  $B_2$ , соответствующим периодам, предшествующим третьему, в размере  $2900/2$  периода = 1450. Аналогично поступаем с  $B_4$ : перебрасываем товар со второго и третьего периодов в первый в размере  $2600 \cdot 2$  периода = 5200. Ячейки, расположенные после недоступных периодов, не изменяем.

	B1	B2	B3	B4		B1	B2	B3	B4
1 период	3200	2900	3000	2600	1 период	3200	4350	3000	7800
2 период	3200	2900	3000	2600	2 период	3200	4350	3000	
3 период	3200	2900	3000	2600	3 период	3200		3000	
4 период	3200	2900	3000	2600	4 период	3200	2900	3000	2600

(а)

(б)

**Рис. 2.** Перераспределение заявок с учетом «закрытых» периодов у поставщиков  $B_2$  и  $B_4$

Далее перераспределяем товар по складам, рисунок 3. На этом шаге также сначала распределяем его равномерно по периодам, рисунок 3(а). Затем перебрасываем в ячейки первого и второго периодов весь товар из клеток третьего периода в размере  $1450/3$  склада = 483,33. Аналогично перебрасываем товар из ячеек третьего и четвертого периодов в ячейки первого периода в размере  $5200/3$  склада = 1766,66. В результате получили план хранения товаров у поставщиков на складах и подачи заявок на товар в каждом периоде.

	A1	A2	A3
1 период	3000	4900	3800
2 период	3000	4900	3800
3 период	3000	4900	3800
4 период	3000	4900	3800

(а)

	A1	A2	A3		A1	A2	A3
1 период	3483,33	5383,33	4283,33	1 период	5216,67	7116,67	6016,67
2 период	3483,33	5383,33	4283,33	2 период	2616,67	4516,67	3416,67
3 период	2033,33	3933,33	2833,33	3 период	1166,67	3066,67	1966,67
4 период	3000	4900	3800	4 период	3000	4900	3800

(б)

(в)

**Рис. 3.** Перераспределение запасов с учетом «закрытых» периодов у поставщиков  $B_2$  и  $B_4$

Следует отметить, что полученные данные несут рекомендательный характер для поставщиков и потребителей. Можно товары перераспределять и вручную по требованиям лица, принимающего решение, но нужно следить за тем, чтобы в каждом периоде и в целом за год выполнялось условие баланса для транспортной задачи.

После равномерного распределения ресурсов по периодам, необходимо убрать в соответствующих периодах недоступных потребителей. Таким образом, получаем следующие таблицы заявок от потребителей и наличия на складах в каждом периоде (рисунок 4) – исходные данные для решения Т-задач в каждом периоде.

	B1	B2	B3	B4	сум Ai		B1	B2	B3	сум Ai
A1					5216,67	A1				2616,67
A2					7116,67	A2				4516,67
A3					6016,67	A3				3416,67
сум Bj	3200	4350	3000	7800	18350	сум Bj	3200	4350	3000	10550

(а)

(б)

	B1	B3	сум Ai
A1			1166,67
A2			3066,67
A3			1966,67
сум Bj	3200	3000	6200

(в)

	B1	B2	B3	B4	сум Ai
A1					3000
A2					4900
A3					3800
сум Bj	3200	2900	3000	2600	11700

(г)

**Рис. 4.** Таблицы значений объемов запасов и заявок в каждом периоде

Предложенную схему распределения запасов и запросов можно использовать для годового планирования перевозок, начиная с любой даты.

На этом первый этап алгоритма заканчивается.

**2.2. Второй этап.** На втором этапе решается транспортная задача с ограничением по времени в каждом периоде [12]. В данном случае именно период и накладывает ограничение по времени. Как было уже сказано ранее, при использовании модели (1), (2) на этом этапе могут возникнуть проблемы, связанные с большой размерностью задачи. Так, задача 5x12 содержит 120 переменных, это приводит к тому, что время расчетов значительно увеличивается. Особенно это становится заметным, когда достаточно много периодов поставки в году, например, планирование осуществляется по месяцам, неделям.

Если не требуется высокой точности результата, то есть достаточно получить решение хотя бы близкое к оптимальному, то предлагается применить задачу (4), (6), которая решается быстрее, но дает квазиоптимальное решение. Ниже представлен код описания и решения поставленной задачи по второй модели на языке Python.

**Листинг 1.** Описание и решение модели (4), (6)

```
# Создаем модель
model = LpProblem("transport-problem-with-critical-time", LpMinimize)
# Инициализируем переменные решения:
X = {} # Будет хранить количества рейсов каждого маршрута
for a in A: # Заполняем словари переменными
    for b in B:
        var_name = "x_" + a + "_" + b # Название переменной
        X[a, b] = pulp.LpVariable(var_name, lowBound=0, cat="Integer") #
Инициализация переменной
# Задаем целевую функцию
lst_mult = [C[key] / G[key] * var for key, var in X.items()]
obj_expression = pulp.lpSum(lst_mult)
model.setObjective(obj_expression) # Добавили в модель

for a in A: # Создаем ограничение для каждого поставщика
    constr_name = f"{a}_constraint" # Название ограничения
    lst_vars = [X[a, b] for b in B]
    model += pulp.lpSum(lst_vars) <= expenses[a], constr_name # Все запасы
должны быть использованы

    constr_name = f"S{a}_constraint" # Название ограничения
    lst_vars = [X[a, b] * T[a, b] / G[a, b] for b in B]
    model += pulp.lpSum(lst_vars) <= s, constr_name # Затраты по времени каж-
дого поставщика должны не превышать s
```

```
for b in B: # Создаем ограничение для каждого потребителя
    constr_name = f"{b}_constraint" # Название ограничения
    lst_vars = [X[a, b] for a in A]
    model += pulp.lpSum(lst_vars) == expenses[b], constr_name # Все запросы
должны быть удовлетворены

# Решаем задачу оптимизации с помощью решателя
if timeCalculation != 0:
    model.solve(PULP_CBC_CMD(msg=1, maxSeconds=math.ceil(timeCalculation/periodCount)))
else:
    model.solve()
```

**Заключение.** В статье предложен алгоритм формирования годового плана поставок товаров поставщикам, которые могут быть недоступными в определенные периоды. Расход на перевозку товаров рассчитывается, исходя из количества рейсов, совершенных для перевозки грузов. Для расчета плана поставок в каждом периоде предложены две модели Т-задачи. В случае, когда организация строго ограничена в средствах, рекомендуется использовать более точную, исходя из данной постановки задачи, модель для вычисления оптимального опорного плана, переменные решения которой – количества рейсов. Если скорость вычисления наиболее значима, чем затраты на перевозку, то предлагается использовать для вычисления оптимального плана перевозок модель с сокращенным количеством переменных решения, обозначающих количество перевозимого груза. Чтобы в каждом периоде Т-задача решалась корректно, предложенный алгоритм предусматривает этап перераспределения товаров до вычисления опорных планов в каждом периоде.

#### Список источников

1. Болбаков Р.Г. Транспортная задача спроса и предложения / Р.Г. Болбаков, В.Я. Цветков // ИТНОУ: Информационные технологии в науке, образовании и управлении, 2018. – № 6 (10). – С. 83-88.
2. Зайченко Ю.П. Исследование операций: учеб. для вузов / Ю.П. Зайченко. – 3-е изд., перераб. и доп. – Киев: Выща шк., 1988. – 552 с.
3. Хэмди А. Таха Введение в исследование операций: в 2 кн. / Хэмди А. Таха; пер. с англ. В. Я. Алтаева и др. – М.: Мир, 1988. – 912 с.
4. Петрунин С.В. Решение транспортных задач ПС-методом при ограничениях на переменные // Научный вестник МГТУ ГА, 2014. – № 202.
5. Шапкин А.С. Математические методы и модели исследования операций: Учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 7-е изд. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и Ко», 2019. – С. 398 с.
6. Золотарюк А.В. Математическая модель многокритериальной оптимизации транспортных перевозок. / А.В. Золотарюк // Инновационные технологии в науке и образовании, 2015. – № 1(1). – С. 317-320
7. Нечитайло Н.М. Задачи транспортного типа по критерию времени с учётом характеристик применяемых транспортных средств / Н.М. Нечитайло // Мир транспорта, 2021. – Т. 19. – № 3 (94). – С. 74-80.
8. Кубил В.Н. Обзор динамических задач маршрутизации транспорта / В.Н. Кубил, Ю.О. Чернышев // Программные продукты и системы, 2020. – Т. 33. – № 3. – С. 491-501.
9. Костюк Ю.Л. Приближенные алгоритмы решения сбалансированной задачи к коммивояжеров / Ю.Л. Костюк, М.С. Пожидаев // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, 2008. – № 1(2). – С. 106–112.
10. Пожидаев М.С. Сбалансированная эвристика для решения задачи маршрутизации транспорта с учетом грузоподъемности / Ю.Л. Костюк, М.С. Пожидаев // Вестник ТГУ. УВТиИ. – 2010. – №3. – С. 65-72
11. Тюрин А.Ю. Модели транспортного обслуживания в цепях поставок пищевой промышленности / А.Ю. Тюрин // Вестн. КузГТУ, 2011. – № 4. – С.89-92.
12. Meindl B., Templ M. Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems. Institut f. Statistik u. Wahrscheinlichkeitstheorie, Austria, 2012, 13 p.

*Маланова Татьяна Валерьевна. К.т.н., Иркутский национальный исследовательский технический университет, доцент центра программной инженерии, AuthorID: 530825, ORCID: 0000-0002-1586-2530, malanova\_tanya@mail.ru. 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83.*

**Бахвалов Сергей Владимирович.** К.т.н., Иркутский национальный исследовательский технический университет, доцент центра программной инженерии, AuthorID: 169991, ORCID:0009-0009-83961926, bsv@istu.edu, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83.

**Янхаев Данил Вадимович.** Магистрант, Иркутский национальный исследовательский технический университет, yanhaev2000@gmail.com, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83.

**Аршинский Вадим Леонидович.** К.т.н., Иркутский национальный исследовательский технический университет, доцент центра программной инженерии, AuthorID: 520305. arshinskyv@istu.edu, ORCID: 0000-0001-7832-1582 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова 83.

UDC 004.942

DOI:10.25729/ESI.2024.35.3.013

## Planning product supplies for the year, taking into account minimizing transportation costs

Tatyana V. Malanova, Sergey V. Bakhvalov, Danil V. Yanhaev, Vadim L. Arshinsky

Irkutsk national research state technical university,  
Russia, Irkutsk, malanova\_tanya@mail.ru

**Abstract.** The article examines the problem of planning the transportation of goods from suppliers to consumers for a year, divided into several periods, during which it is necessary to remove a certain part of the goods. The goods are exported over several flights. To solve this problem, it is proposed to use two models of the transport problem, each of which has a time constraint added. In one of them, the variables are the number of flights, and in the other, the amount of cargo transported from each consumer to each supplier. For the correct application of these models in each period, it is proposed to prepare input data by carrying out a preliminary stage that ensures the fulfillment of the balance condition of the transport task. An example is shown.

**Keywords:** linear programming problem, transportation problem, mathematical modeling, operations research, transportation management

### References

1. Bolbakov R.G., Tsvetkov V. Ya., Bolbakov R.G. Transportnaya zadacha sprosa i predlozheniya [Transport demand and supply problem]. ITNOU, Informatsionnye tekhnologii v nauke, obrazovanii i upravlenii [Information technologies in science, education and management], 2018, no. 6 (10). pp. 83-88.
2. Zaychenko Yu.P. Issledovanie operatsiy: ucheb. dlya vuzov [Operations research], Kiev, Vyshcha shk. [Kyiv, Higher school], 1988, 552 p.
3. Hamdy A. Taha Vvedeniye v issledovaniye operatsiy [Introduction to operations research]. Moscow, Mir, 1988, 912 p.
4. Petrunin S.V. Resheniye transportnykh zadach PS-metodom pri ogranicheniyakh na peremennyye [Solution of transportation problems with bounded-variables using PC-method]. Nauchnyy vestnik MGTU GA [Scientific bulletin of the MSTU CA], 2014, no.202, pp. 53-57.
5. Shapkin A.S., Shapkin V.A. Matematicheskie metody i modeli issledovaniya operatsiy [Mathematical methods and models of operations research]. 7-ye izd. M., Izdatel'sko-torgovaya korporatsiya "Dashkov i Ko" [7 publ., Moscow, Publ. trading corporation "Dashkov i Ko"], 2019, 398 p.
6. Zolotaryuk A.V. Matematicheskaya model' mnogokriterial'noy optimizatsii transportnykh perevozok [Mathematical model of multi-criteria optimization of transport transportation]. Innovatsionnye tekhnologii v nauke i obrazovanii [Innovative technologies in science and education], 2015, no. 1(1). pp. 317-320
7. Nechitaylo N.M. Zadachi transportnogo tipa po kriteriyu vremeni s uchetom kharakteristik primenyaemykh transportnykh sredstv [Transport type tasks based on the time criterion, taking into account the characteristics of the transport vehicles used]. Mir transporta [World of transport and transportation], 2021, vol. 19, no. 3 (94), pp. 74-80.

8. Kubil V.N., Chernyshev Yu.O. Obzor dinamicheskikh zadach marshrutizatsii transporta [A review of dynamic vehicle routing problems]. Programmnyye produkty i sistemy [Software & Systems], 2020, vol. 33, no. 3, pp. 491–501.
9. Kostyuk Yu.L., Pozhidaev M.S. Priblizhennyye algoritmy resheniya sbalansirovannoy zadachi k kommivoyazherov [Approximate algorithms for solving the balanced k traveling salesman problem]. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika [Bulletin of Tomsk state university. Management, computing and information science], 2008, no. 1(2), pp. 106–112.
10. Pozhidaev M.S., Kostyuk Yu.L. Sbalansirovannaya evristika dlya resheniya zadachi marshrutizatsii transporta s uchetom gruzopod"emnosti [Balanced heuristics for solving the problem of transport routing taking into account carrying capacity]. Vestnik TGU. UVTII [Bulletin TSU. MC&IS], 2010, no. 3, pp. 65-72.
11. Tyurin A.Yu. Utilization of advanced methods of food industry goods transportation routing. Vestn. KuzGTU [Bulletin of Kuzbass state technical university], 2011, no.4, pp.89-92.
12. Meindl B., Templ M. Analysis of commercial and free and open source solvers for linear optimization problems. Institut f. Statistik u. Wahrscheinlichkeitstheorie, Austria, 2012, 13 p.

**Malanova Tatyana Valeryevna.** Candidate of technical sciences, associate professor at software engineering center, institute of information technology and data analysis, Irkutsk national research technical university, AuthorID: 530825, ORCID: 0000-0002-1586-2530, malanova\_tanya@mail.ru, 664074, Russian Federation, Irkutsk, Lermontov Str., 83.

**Bakhvalov Sergey Vladimirovich.** Candidate of technical sciences, associate professor at software engineering center, institute of information technology and data analysis, Irkutsk national research technical university, AuthorID: 169991, ORCID:0009-0009-83961926, bsv@istu.edu, 664074, Russian Federation, Irkutsk, Lermontov Str., 83.

**Yanhaev Danil Vavimovich.** Master's student, institute of information technology and data analysis, Irkutsk national research technical university, yanhaev2000@gmail.com, 664074, Russian Federation, Irkutsk, Lermontov Str., 83.

**Arshinsky Vadim Leonidoich.** Candidate of technical sciences, associate professor at software engineering center, institute of information technology and data analysis, Irkutsk national research technical university, AuthorID: 520305, ORCID: 0000-0001-7832-1582, arshinskyv@istu.edu, 664074, Russian Federation, Irkutsk, Lermontov Str., 83.

Статья поступила в редакцию 03.04.2024; одобрена после рецензирования 16.09.2024; принята к публикации 08.10.2024.

The article was submitted 04/03/2024; approved after reviewing 09/16/2024; accepted for publication 10/08/2024.