

Математическое моделирование интенсивности водопотребления различными типами водоразборных устройств

Поливанов Дмитрий Евгеньевич, Семенов Алексей Александрович,
Яркова Ольга Николаевна

Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет,
Россия, Санкт-Петербург, dmitry_polivanov@mail.ru

Аннотация. В статье представлены результаты исследования интенсивности водопотребления различными типами водоразборных устройств (смесителями кухонной мойки и ванны (душевой кабины), унитазом со смывным бачком, стиральной и посудомоечной машинами), использующими воду из системы водоснабжения. Выполнена оценка теоретических законов распределения величины секундного расхода воды и их параметров. Выполнена оценка однородности эмпирических выборок значений секундного расхода воды и теоретических законов распределения. Выполнен выбор наилучших теоретических законов распределения при уровне значимости $\alpha = 0.05$. В результате исследования была предложена классификация водоразборных устройств по изменчивости интенсивности водопотребления, а также оценены и обоснованы теоретические законы распределения, наилучшим образом описывающие интенсивность водопотребления различными типами водоразборных устройств.

Ключевые слова: математическое моделирование, вероятностная модель, теоретический закон распределения, система водоснабжения, стохастический характер

Цитирование: Поливанов Д.Е. Математическое моделирование интенсивности водопотребления различными типами водоразборных устройств / Д.Е. Поливанов, А.А. Семенов, О.Н. Яркова // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2024. – № 1(33). – С. 78-92. – DOI:10.25729/ESI.2024.33.1.007.

Введение. Водопотребление является одним из основных процессов, обеспечивающих удовлетворение ряда потребностей современного общества, а также неотъемлемой частью как производственного цикла промышленных предприятий, так и жизнедеятельности обычного человека.

Процесс реального водопотребления является сложным и многофакторным [1]. Непредсказуемость его изменчивости во времени может быть обусловлена огромным количеством причин, таких как: режим работы (жизни) потребителей, их количество [2], частота и продолжительность использования оборудования, характеристики используемого оборудования, давление в системе водоснабжения, этажность здания, срок эксплуатации системы водоснабжения и качество ее обслуживания [3], конкретный период водопотребления (время года, месяц, день недели), а также географические, климатические и социально-экономические условия и культурные привычки (психофизиологические факторы) [4].

Большое количество причин, от которых зависит фактическое водопотребление, в совокупности с отсутствием возможности их учета, как величин, однозначно влияющих на конечный результат, определяют стохастическую природу процесса водопотребления. Случайность и неопределенность данного процесса подчеркивалась в работах многих отечественных (например, в работе С.Н. Карамбинова, Д.А. Манукьяна, Л.Б. Бекишевой [5], работе Н.Н. Новицкого, О.В. Вантеевой [6]) и зарубежных авторов (например, в работе I. Vertommen, R. Magini, M. Cunha [7], работе S.G. Buchberger, L. Wu [8] и работе S. Alvisi, M. Franchini, A. Marinelli [9]), занимающихся вопросами определения расхода воды в системах водоснабжения и разработки математических моделей водопотребления.

Другое объяснение стохастической природы водопотребления заключается в неопределенности и случайности составляющих данного процесса, к которым относятся интенсивность, продолжительность и частота использования водоразборных устройств (водоразборной аппаратуры и бытового оборудования) [8].

Совокупность вышеперечисленных факторов делает прогнозирование водопотребления сложной, но в то же самое время базовой задачей, решение которой требует значительных объемов экспериментальных исследований и тем самым осложняет создание достоверной математической модели спроса на воду [1, 10, 11].

При этом, насколько бы сложной ни была данная задача, ее решение не может быть оставлено без внимания. Моделирование водопотребления важно при рассмотрении целого ряда вопросов, таких, как: экономия воды в регионах с ее нехваткой и рациональное управление водными ресурсами [12], обеспечение надежного водоснабжения, экономия энергоресурсов предприятий водопроводно-канализационного хозяйства и иных организаций [13], минимизация капитальных затрат на возведение сетей и сооружений водоснабжения [14], обеспечение достаточных скоростей движения воды в трубопроводах для минимизации накопления в них отложений [15], предотвращение потери качества транспортируемой потребителю воды [16] и т.д.

Исследования и попытки прогнозирования водопотребления предпринимались, начиная с тридцатых годов двадцатого века. Одними из основоположников данных исследований были С. А. Курсин (СССР) и Р. Б. Хантер (США) [17]. Впоследствии, их теория была развита и доработана Л. А. Шопенским на основании проведенного комплекса исследований в шестидесятых – семидесятых годах двадцатого века. Разработанная Л. А. Шопенским методика расчета была заложена в основу нормативных документов, регламентирующих расчет расходов в системах водоснабжения [17, 18]. За время своего существования, данная методика претерпела некоторые незначительные изменения и используется в практике отечественного проектирования для выполнения расчета расходов в системах водоснабжения по настоящее время [17].

Исследованию и вероятностному моделированию процесса водопотребления также посвящен и ряд публикаций зарубежных авторов. В относительно недавних исследованиях (1995 – 2023 гг.) достаточно успешно применялась общая гипотеза о том, что процесс водопотребления может быть представлен в виде последовательности прямоугольных импульсов. При этом разными авторами разрабатывались и использовались разные модели.

Одними из первых стохастическую модель водопотребления предложили Buchberger и Wu [8]. По мнению авторов, спрос на воду в жилом здании на одну семью может быть описан при помощи неоднородного Пуассоновского процесса (PPR). Данная модель показала неплохие результаты при оценке ее адекватности [19], но имела и ряд недостатков [3].

В 2003 году Alvisi, Franchini и Marinelli предложили использовать для описания процесса водопотребления кластерный стохастический процесс Неймана – Скотта (NSRP) [9], а в 2005 году Blokker и Vreeburg разработали прогнозирующую модель конечного использования [15].

Со временем интерес к моделированию процесса водопотребления все возрастает, а вопросы разработки наиболее исчерпывающей и точной модели водопотребления становятся все более актуальными [20]. Например, в [4] авторы, продолжая развивать модель конечного использования, выполнили более точную оценку потребления воды в домохозяйствах за счет мониторинга с высоким временным разрешением (интервал регистрации событий составил 1 секунду).

В любом случае, для разработки имитационной вероятностной математической модели водопотребления требуется выполнить оценку и обоснование теоретических законов распределения (и их параметров) значений каждой из составляющих процесса водопотребления (интенсивности, продолжительности и частоты использования водоразборных устройств).

В настоящей статье представлены результаты исследования интенсивности водопотребления различными типами водоразборных устройств (смесителями кухонной мойки и ванны (душевой кабины), унитазом со смывным бачком, стиральной и посудомоечной машинами),

использующими воду из системы водоснабжения при давлении не ниже установленного в действующих нормативных документах.

Целью работы является оценка и обоснование теоретических законов распределения величины расхода воды, возникающего при эксплуатации водоразборных устройств, установленных в отдельных точках системы внутреннего водоснабжения зданий (элементарных расходов).

Объектом исследования являются наиболее распространенные типы водоразборных устройств.

Предметом исследования является величина секундного расхода воды различными водоразборными устройствами.

Задачами исследования являются:

- получение статистических данных о значениях секундного расхода воды, возникающих при работе наиболее распространенных типов водоразборных устройств;
- построение графиков (гистограмм и кривых) плотности распределения значений секундного расхода воды на основе эмпирических данных;
- классификация водоразборных устройств по характеру изменчивости значений секундного расхода воды в процессе эксплуатации;
- выявление закономерностей режимов водопотребления различными типами водоразборных устройств (оценка и обоснование законов распределения значений секундного расхода воды).

1. Материалы и методы. При выполнении исследования был получен набор статистических данных, содержащий сведения о зарегистрированной величине расхода воды в трубопроводах холодного и горячего водоснабжения в местах их непосредственного подключения к водоразборным устройствам. Исследование проводилось на наиболее распространенных типах водоразборных устройств, таких как:

- 1) смеситель кухонной мойки;
- 2) смеситель ванны (душевой кабины);
- 3) унитаз со смывным бачком;
- 4) стиральная машина;
- 5) посудомоечная машина.

Наблюдение за системой водоснабжения выполнялось круглосуточно, без перерывов. Регистрация значений расхода воды в трубопроводах производилась каждую секунду. Сбор, обработка, запись, временное хранение и последующая передача данных выполнялись автоматизированным способом при помощи системы, разработанной автором данной статьи и подробно описанной в [21], а также сети Internet. Количество измерений, выполненных каждым датчиком, определялось суммарным временем работы конкретного водоразборного устройства в рассматриваемый период времени и, в силу стохастической природы процесса водопотребления, является случайной величиной. Периоды времени, когда расход воды в трубопроводах отсутствовал (время простоя) системой игнорировались. Контроль корректности передаваемых данных выполнялся при помощи видеофиксации работы приборов учета водопотребления, являющихся поверенным средством измерения. Конкретное время (период) и продолжительность выполняемых мероприятий по контролю выбирались случайным образом.

Длительность эксперимента (проводимого исследования) составила 93 дня (период с 05.06.2023 г. по 02.10.2023 г. включительно без учета дней, в которые система водоснабжения не использовалась).

Исследование режима работы наиболее распространенных типов водоразборных устройств было выполнено в следующих условиях:

- назначение здания – жилое;
- место расположения водоразборных устройств – квартира;
- типы смесителей – рычажные (наборный и настенный с душевой сеткой на гибком шланге);
- количество потребителей – 2 человека;
- давление в системе холодного водоснабжения – 196,13 – 215,75 кПа;
- давление в системе горячего водоснабжения – 264,78 – 284,39 кПа;
- места установки датчиков – трубопроводы систем холодного и горячего водоснабжения непосредственно перед подключением к каждой из исследуемых водоразборных точек.

Условия проведения эксперимента выбирались таким образом, чтобы была возможность наблюдения за процессом водопотребления при давлении в системе водоснабжения не ниже установленного в действующих нормативных документах.

Для обработки и анализа полученных данных использовались методы теории вероятностей и математической статистики. Обработка данных выполнялась в разработанной авторами программе на языке C#, а визуализация результатов и статистический анализ – в разработанной авторами программе на языке R.

Полученный в результате исследования общий набор статистических данных о величине секундного расхода воды в трубопроводах холодного и горячего водоснабжения был разделен на группы по типам водоразборных устройств, для которых выполнялись измерения. Затем данные были обработаны и сгруппированы по интервалам. Количество интервалов для группировки данных определялось по правилу Стерджеса [22]:

$$k = 1 + 3.322 \cdot \lg n,$$

где k – оптимальное количество интервалов, n – объем выборки.

Полученное значение было округлено до ближайшего меньшего целого числа.

Визуализация результатов, а именно построение гистограмм и кривых плотности вероятности по обработанным эмпирическим данным, выполнялась в среде разработки R Studio в разработанной авторами программе на языке R.

Первичная оценка теоретических законов распределения величины секундного расхода воды в трубопроводе была выполнена в результате использования комбинации следующих двух способов [23]:

- 1) в результате анализа статистических оценок эмпирических данных;
- 2) на основании сравнительной оценки графиков плотности и функции распределения, построенных по эмпирическим данным, с известными теоретическими законами распределения.

Также, при выдвижении гипотезы о теоретических законах распределения, авторы руководствовались, в том числе, соображениями о природе исследуемых процессов с учетом ранее опубликованных работ других авторов [4, 8, 9, 15, 24].

Оценка параметров рассматриваемых видов распределений выполнялась методом максимального правдоподобия. Выбор данного метода обусловлен его наилучшими асимптотическими свойствами [25].

Представление любого набора эмпирических данных в виде теоретического закона распределения всегда является некоторым приближением и фактические отклонения эмпирических значений от теоретических неизбежны. Причиной отклонений является тот факт, что количество непрерывных законов распределения, используемых в задачах статистического анализа, немногим превышает 100. В прикладных же исследованиях используется порядка 30. Совершенно естественно, что данные законы не могут в точности описать все случайные величины, которые встречаются на практике [26].

При этом имеющиеся методы математической статистики позволяют оценить однородность эмпирических данных и теоретических законов распределения при заданном уровне значимости, который был принят $\alpha = 0.05$.

В данном исследовании для оценки однородности эмпирических данных и теоретических законов распределения был применен критерий Колмогорова [27]. Статистика критерия определялась по формуле:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|,$$

где $F_n(x)$ и $F(x)$ – эмпирическая и теоретическая функции распределения соответственно, D_n – статистика критерия.

Расчет уровня значимости и статистики критерия был выполнен в разработанной авторами программе на языке R с помощью функции «ks.test» из пакета «stats». При этом были учтены особенности применения статистических методов для выборок большого объема, изложенные в [25, 28].

Степень соответствия экспериментальных данных теоретическому закону распределения определялась по методу, изложенному в [29]. Оценка принадлежности эмпирических выборок нормальному закону распределения выполнялась на основании рассчитанного критерия Шапиро – Уилка. Учитывая, что большой объем рассматриваемых выборок может вызвать проблемы в применении приведенного критерия [25], оценка однородности эмпирических данных и теоретических законов распределения была выполнена по репрезентативным выборкам меньшего объема [28].

В результате анализа значений полученных статистик и p_{value} , рассчитанных в разработанной авторами программе на языке R, был сделан вывод о наиболее вероятном теоретическом законе распределения значений секундного расхода воды для каждого типа водоразборных устройств.

2. Результаты и обсуждение. В ходе выполненного исследования было получено 324349 результатов измерений секундного расхода воды для всех рассматриваемых водоразборных точек. Количество выполненных измерений с распределением по типам водоразборных устройств, а также сведения о количестве интервалов для группировки результатов измерений, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Количество выполненных измерений для каждого из водоразборных устройств

Место установки датчика расхода воды	Условное обозначение места установки датчика	Количество выполненных измерений
Трубопровод холодного водоснабжения, подающий воду к смесителю кухонной мойки	СмКх	32 125
Трубопровод горячего водоснабжения, подающий воду к смесителю кухонной мойки	СмКг	25 247
Трубопровод холодного водоснабжения, подающий воду к смесителю ванны	СмВх	53 001
Трубопровод горячего водоснабжения, подающий воду к смесителю ванны	СмВг	78 751
Трубопровод холодного водоснабжения, подающий воду к смывному бачку унитаза	Ух	105 746

Трубопровод холодного водоснабжения, подающий воду к посудомоечной машине	Пмх	15 542
Трубопровод холодного водоснабжения, подающий воду к стиральной машине	Стх	13 937

Дальнейший анализ полученных значений выполнялся отдельно для каждого типа водоразборных устройств. В результате выполненной проверки корректности фиксируемых значений расхода в 100 % случаев был получен удовлетворительный результат. Максимальные отклонения сопоставляемых значений (полученных автоматизированным способом и путем наблюдения за работой приборов учета) составили не более 0,5%, что является приемлемым результатом и не превышает указанной в паспорте погрешности измерений используемых приборов учета.

По обработанным и сгруппированным эмпирическим данным в программе, разработанной авторами на языке R в среде разработки R Studio, было выполнено построение графиков (гистограмм и кривых) плотности распределения значений секундного расхода воды для каждой из эмпирических выборок (рисунок 1). Ось ординат соответствует значениям плотности вероятности, ось абсцисс – значениям секундного расхода воды в трубопроводе (в л/с).

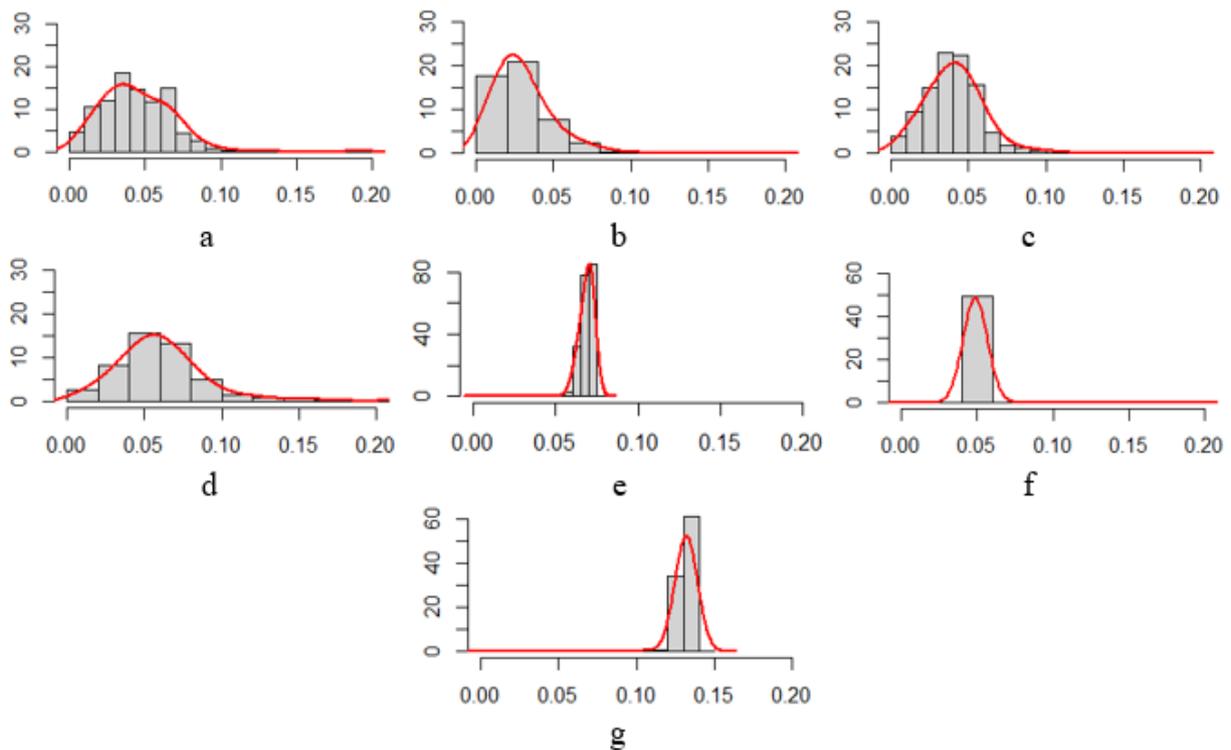


Рис. 1. Гистограммы и кривые плотности распределения эмпирических значений секундного расхода воды (а – СмКх, б – СмКг, с – СмВх, d – СмВг, e – Ух, f – Пмх, g – Стх)

Также, для повышения достоверности первичной оценки вида распределения, по полученным эмпирическим выборкам были определены оценки числовых характеристик случайной величины секундного расхода воды. Принимая во внимание тот факт, что все операции выполнялись с выборочной совокупностью, в процессе расчетов была сделана поправка и вычислены исправленные (несмещенные) числовые характеристики случайной величины.

Наименования числовых характеристик и значения их оценок, полученные по эмпирическим выборкам, приведены в таблице 2.

Таблица 2. Оценки основных числовых характеристик значений секундного расхода воды

Показатель	Место установки датчика расхода воды						
	СмКх	СмКг	СмВх	СмВг	Ух	Пмх	Стх
Характеристики положения							
Оценка моды $\hat{M}o_{q_0}$, л/с	0,069	0,023	0,036	0,052	0,072	0,049	0,133
Оценка медианы $\hat{M}e_{q_0}$, л/с	0,041	0,026	0,040	0,058	0,069	0,049	0,133
Оценка математического ожидания \hat{m}_{q_0} , л/с	0,047	0,030	0,041	0,063	0,069	0,049	0,129
Характеристики рассеяния							
Оценка дисперсии \hat{D}_{q_0} , (л/с) ²	0,00079	0,00040	0,00036	0,00126	0,00002	0,00006	0,00023
Оценка среднеквадратичного отклонения $\hat{\sigma}_{q_0}$, л/с	0,028	0,020	0,019	0,036	0,004	0,008	0,015
Оценка коэффициента вариации \hat{C}_v	0,60	0,66	0,46	0,56	0,06	0,155	0,118
Характеристики формы							
Оценка коэффициента асимметрии \hat{C}_s	1,91	2,41	1,04	1,85	-1,79	19,85	-6,25
Оценка эксцесса \hat{E}_{q_0}	6,99	13,38	3,44	5,67	11,84	472,39	41,30

Для смесителей кухни и ванны (душевой кабины), напротив, характерно достаточно большое значение коэффициента вариации, что говорит о высокой степени изменчивости значений секундного расхода воды. Характер изменчивости значений секундного расхода воды может быть наглядно продемонстрирован на диаграмме размаха, построенной для описанных выборок (рисунок 2).

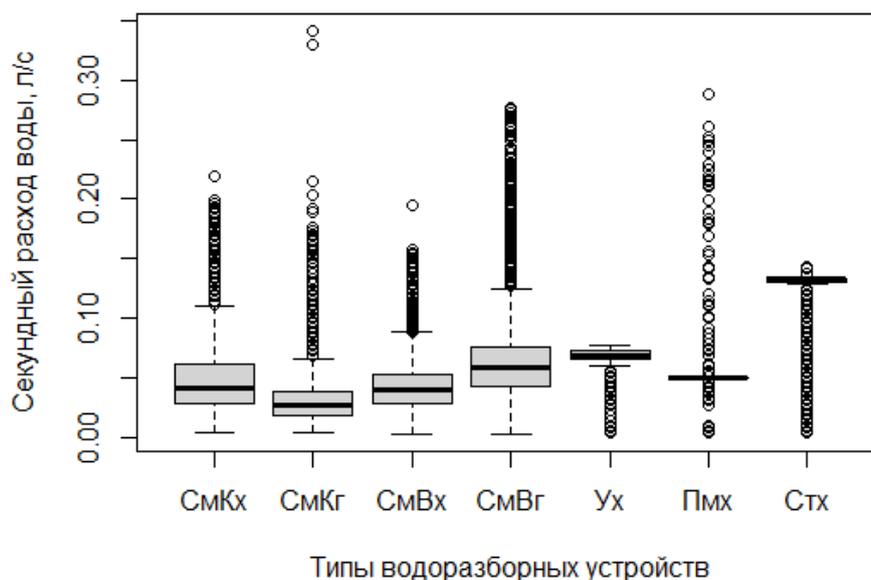


Рис. 2. Диаграмма размаха эмпирических выборок значений секундного расхода воды для различных типов водоразборных устройств

Таким образом, по характеру изменчивости значений секундного расхода воды в трубопроводах холодного и горячего водоснабжения, можно выделить две группы водоразборных устройств:

1. Стохастические – со случайным характером величины расхода воды (смесители и иные типы водоразборных устройств, значение секундного расхода воды в которых в основном определяется конкретным пользователем и его потребностями).

2. Условно детерминированные – с относительно постоянным характером расхода воды (смывной бачок унитаза, стиральная и посудомоечная машины и иные типы водоразборных устройств, значение секундного расхода воды в которых определяется в основном техническими характеристиками устройства, а также характеристиками системы водоснабжения).

Каждая из выделенных групп имеет ярко выраженные особенности изменчивости интенсивности водопотребления, которые должны быть учтены при разработке математических моделей. Для математической модели условно детерминированных водоразборных устройств авторы считают целесообразным не учитывать изменения значений секундного расхода воды, возникающие в процессе работы, и принимать значение фиксированным, определяя его по результатам исследований или по паспортным данным конкретного устройства.

Подобное допущение для стохастических типов устройств недопустимо, поскольку может вызвать сильное огрубление математической модели водопотребления как отдельного устройства, так и системы водоснабжения в целом, и, как следствие, привести к неверным результатам имитационного моделирования.

Выполненное исследование и анализ полученных результатов позволяют утверждать, что величина расхода воды стохастическими типами водоразборных устройств во многом зависит от конкретного пользователя и его потребностей в конкретный момент времени. По внешнему виду гистограмм и кривых, представленных на рисунке 1, можно предположить, что изменчивость значений секундного расхода воды стохастическими типами водоразборных устройств может быть описана одним из известных теоретических законов распределения.

В первую очередь авторами была проверена гипотеза о принадлежности эмпирических выборок закону нормального распределения, как наиболее распространенному. Данная гипотеза была отвергнута на основании рассчитанного критерия Шапиро – Уилка. Значение рассчитанного уровня значимости p_{value} для каждой выборки приведено в таблице 3.

Таблица 3. Значения p_{value} , полученные в результате выполнения теста Шапиро – Уилка

Наименование выборки	СмКх	СмКг	СмВх	СмВг
p_{value}	$3,1 \cdot 10^{-17}$	$6,9 \cdot 10^{-14}$	$8,5 \cdot 10^{-13}$	$3,1 \cdot 10^{-14}$

Анализ статистических оценок эмпирических выборок и сравнительная оценка графиков плотности и функции распределения, построенных по эмпирическим данным, с известными теоретическими законами распределения показали, что для дальнейшей проверки однородности в качестве нулевых гипотез о виде распределения могут быть приняты гипотезы о том, что рассматриваемые эмпирические выборки принадлежат следующим двухпараметрическим законам распределения:

- 1) логнормальному распределению ($X \sim \text{LogN}(\mu, \sigma^2)$);
- 2) распределению Вейбулла ($X \sim W(k, \lambda)$);
- 3) гамма-распределению ($X \sim \Gamma(k, \theta)$);
- 4) бета-распределению ($X \sim B(\alpha, \beta)$).

Значения оценок параметров представленных законов распределения для каждой из выборок представлены в таблице 4.

Таблица 4. Значения оценок параметров теоретических законов распределения

Наименование закона распределения	СмКх	СмКг	СмВх	СмВг
Логнормальное распределение	$\mu = -3,25$ $\sigma = 0,65$	$\mu = -3,69$ $\sigma = 0,65$	$\mu = -3,32$ $\sigma = 0,57$	$\mu = -2,91$ $\sigma = 0,61$
Распределение Вейбулла	$k = 1,76$ $\lambda = 0,05$	$k = 1,65$ $\lambda = 0,03$	$k = 2,24$ $\lambda = 0,05$	$k = 1,88$ $\lambda = 0,07$
Гамма-распределение	$k = 2,91$ $\theta = 0,016$	$k = 2,73$ $\theta = 0,011$	$k = 4,05$ $\theta = 0,010$	$k = 3,35$ $\theta = 0,019$
Бета-распределение	$\alpha = 2,78$ $\beta = 56,76$	$\alpha = 2,64$ $\beta = 84,34$	$\alpha = 3,91$ $\beta = 90,98$	$\alpha = 3,14$ $\beta = 46,30$

Результаты проверки однородности репрезентативных выборок и теоретических законов распределения, перечисленных в таблице 4, представлены в таблице 5. В числителе приведены значения p_{value} рассчитанные для критерия Колмогорова, в знаменателе – значения статистики, рассчитанной по методу, приведенному в [29] (среднеквадратическая величина ошибок).

Таблица 5. Значения p_{value} , полученные в результате выполнения теста Колмогорова и значения статистики, рассчитанные по методу, изложенному в [29]

Наименование закона распределения	СмКх	СмКг	СмВх	СмВг
Логнормальное распределение	$\frac{0,08}{0,0811}$	$\frac{0,06}{0,0294}$	$\frac{0,06}{0,0339}$	$\frac{0,09}{0,1024}$
Распределение Вейбулла	$\frac{0,05}{0,0227}$	$\frac{0,08}{0,0038}$	$\frac{0,15}{0,0127}$	$\frac{0,08}{0,0195}$
Гамма-распределение	$\frac{0,19}{0,0178}$	$\frac{0,19}{0,0026}$	$\frac{0,07}{0,0075}$	$\frac{0,51}{0,0135}$
Бета-распределение	$\frac{0,17}{0,0184}$	$\frac{0,22}{0,0027}$	$\frac{0,07}{0,0079}$	$\frac{0,37}{0,0143}$

Как видно из таблицы 5, отвергать ни одну нулевую гипотезу о принятом теоретическом законе распределения для любой из рассматриваемых эмпирических выборок оснований нет. Однако, для повышения достоверности математической модели интенсивности водопотребления должен быть выбран теоретический закон распределения, имеющий большую степень соответствия эмпирическим данным.

Метод, описанный в [29], позволяет оценить, какой из теоретических законов наилучшим образом описывает характер изменчивости расхода воды в рассматриваемых выборках. Суть данного метода состоит в отображении выборочной функции распределения на эталонную прямую $y = x$ [29].

По полученным результатам можно утверждать, что теоретическим законом, описывающим рассматриваемые выборки наилучшим образом, является:

- 1) для СмКх – гамма-распределение с параметрами $k = 2,91, \theta = 0,016$;
- 2) для СмКг – гамма-распределение с параметрами $k = 2,73, \theta = 0,011$;
- 3) для СмВх – гамма-распределение с параметрами $k = 4,05, \theta = 0,010$;
- 4) для СмВг – гамма-распределение с параметрами $k = 3,35, \theta = 0,019$.

Типы водоразборных устройств, их принадлежность к определенной группе и предложенный вариант математического описания плотности распределения значений интенсивности водопотребления представлены в таблице 6.

Таблица 6. Сводная таблица результатов исследования

Водоразборное устройство, тип системы водоснабжения	Группа устройства	Математическое описание плотности распределения значений интенсивности водопотребления (в л/с)
Смеситель кухонной мойки, ХВС	стохастические	$f(x) = \begin{cases} x^{1,91} \frac{e^{-x/0,016}}{0,016^{2,91} \Gamma(2,91)}, & x \geq 0^* \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
Смеситель кухонной мойки, ГВС	стохастические	$f(x) = \begin{cases} x^{1,73} \frac{e^{-x/0,011}}{0,011^{2,73} \Gamma(2,73)}, & x \geq 0^* \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
Смеситель ванны или душевой кабины, ХВС	стохастические	$f(x) = \begin{cases} x^{3,05} \frac{e^{-x/0,010}}{0,010^{4,05} \Gamma(4,05)}, & x \geq 0^* \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
Смеситель ванны или душевой кабины, ГВС	стохастические	$f(x) = \begin{cases} x^{2,35} \frac{e^{-x/0,019}}{0,019^{3,35} \Gamma(3,35)}, & x \geq 0^* \\ 0, & x < 0 \end{cases}$
Смывной бачок унитаза, ХВС	условно детерминированные	0,07**
Посудомоечная машина, ХВС	условно детерминированные	0,05**
Стиральная машина, ХВС	условно детерминированные	0,13**

Примечания к таблице 6:

* – $\Gamma(k)$ – гамма функция Эйлера.

** – детерминированное значение по результатам исследования или иное детерминированное значение в соответствии с паспортными данными конкретного устройства.

Общая характеристика водопотребления (суммарный расход воды) всего рассматриваемого помещения может быть получена путем сложения расходов воды всех установленных в помещении водоразборных устройств в конкретный момент времени. На иллюстрациях (рис. 3 и рис. 4) представлены графики фрагментов временных рядов секундного расхода воды в трубопроводах холодного и горячего водоснабжения в целом по рассматриваемому помещению.

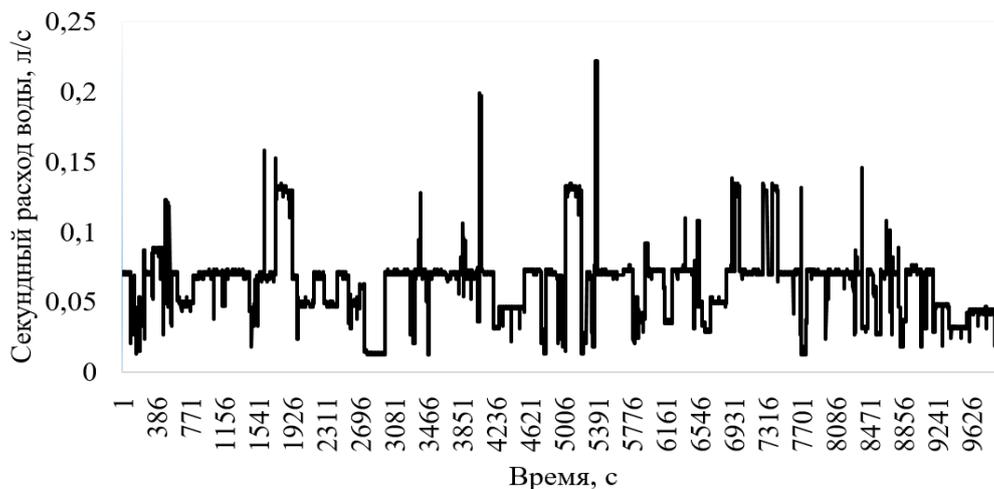


Рис. 3. Фрагмент временного ряда значений секундного расхода воды в трубопроводе холодного водоснабжения

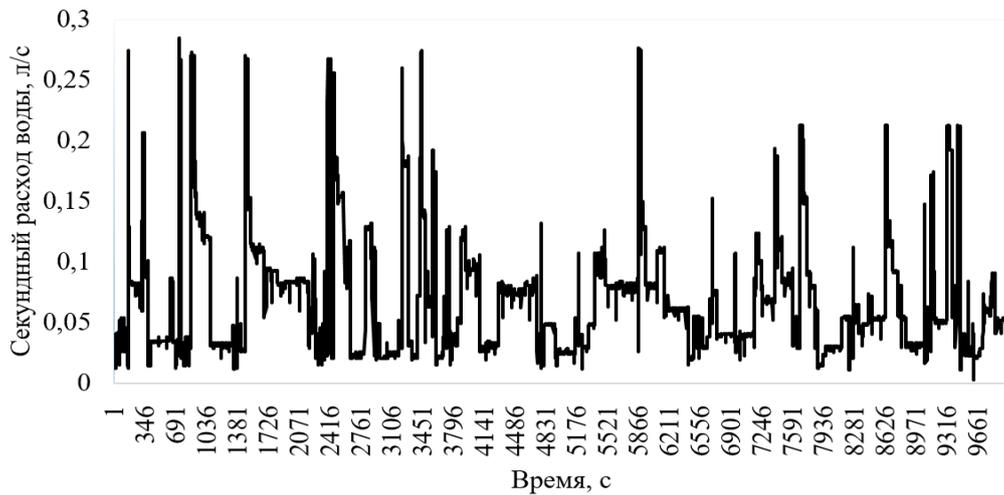


Рис. 4. Фрагмент временного ряда значений секундного расхода воды в трубопроводе горячего водоснабжения

Гистограммы и кривые эмпирической плотности распределения, построенные по сгруппированным и обработанным данным о величине расхода воды в трубопроводах холодного и горячего водоснабжения рассматриваемой квартиры представлены на рисунке 5. Ось ординат соответствует значениям плотности вероятности, ось абсцисс – значениям секундного расхода воды в трубопроводе (в л/с).

Из представленных данных видно, что суммарный расход воды, формирующийся в результате использования водоразборных устройств в помещении, как для холодного, так и для горячего водоснабжения изменяется в достаточно широких пределах даже при относительно постоянном давлении. Среднее значение расхода воды составило 0,063 л/с и 0,056 л/с, а среднеквадратичное отклонение – 0,028 л/с и 0,036 л/с для холодного и горячего водоснабжения соответственно.

Гипотеза о принадлежности полученных выборок нормальному закону распределения была отклонена, поскольку были выявлены статистически значимые отклонения.

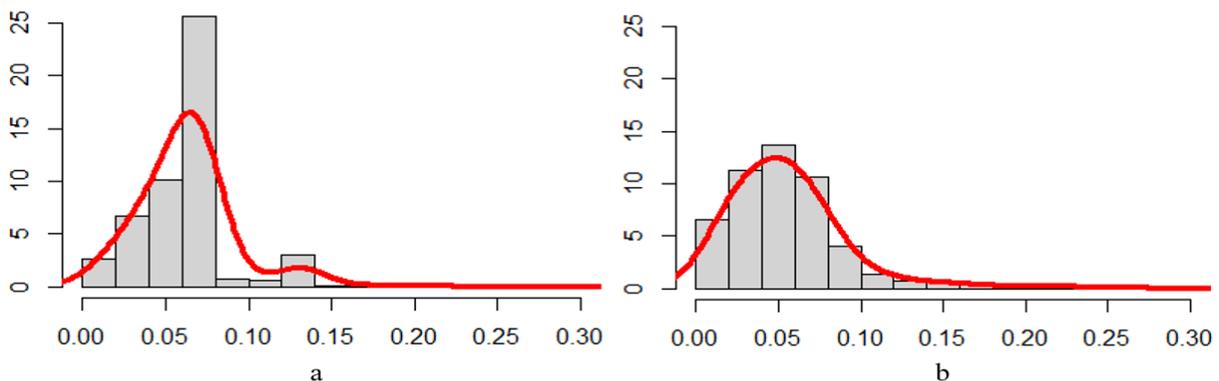


Рис. 5. Гистограммы и кривые плотности распределения эмпирических значений суммарного секундного расхода воды в трубопроводах систем водоснабжения (а – для системы ХВС, б – для системы ГВС)

Заключение. В ходе исследования были получены данные о секундном расходе воды во внутренних сетях горячего и холодного водоснабжения в местах их непосредственного подключения к таким водоразборным устройствам, как смесители кухонной мойки и ванны (душевой кабины), смывной бачок унитаза, посудомоечная и стиральная машины.

По полученным эмпирическим данным были построены графики (гистограммы и кривые) плотности распределения значений секундного расхода воды.

На основании анализа обработанных эмпирических данных и проверенных статистических гипотез о виде распределения предложена классификация водоразборных устройств с выделением двух групп (стохастические и условно детерминированные), а также предложен вариант математического описания интенсивности водопотребления рассматриваемых водоразборных устройств (приведено обоснование теоретических законов распределения величины секундного расхода воды).

Список источников

1. Исаев В.Н. Анализ методик определения расходов во внутреннем водопроводе / В.Н. Исаев, М.Г. Мхитарян // «АВОК» - общество инженеров: Сантехника, 2003. – № 5. – С. 6-11.
2. Карамбиров С.Н. О некоторых статистических закономерностях водопотребления в системах водоснабжения / С.Н. Карамбиров, Л.Б. Бекишева // Природообустройство, 2012. – № 4. – С. 45-48.
3. Vertommen I., Magini R., Cunha M., Guercio R. Water demand uncertainty: the scaling laws approach. Water Demand Uncertainty, Rijeka, Croatia, 2012, 160 p.
4. Mazzoni F., Alvisi S., Franchini M., Blokker M. Exploiting high-resolution data to investigate the characteristics of water consumption at the end-use level: A Dutch case study. Water Resources and Industry, 2023, vol. 29, p. 100198, DOI:10.1016/j.wri.2022.100198.
5. Карамбиров, С.Н. Оценка надежности подачи воды системами водоснабжения / С.Н. Карамбиров, Д.А. Манукьян, Л.Б. Бекишева // Доклады Российской академии сельскохозяйственных наук, 2013. – № 6. – С. 63-65.
6. Новицкий Н.Н. Моделирование стохастики потокораспределения в гидравлических цепях / Н.Н. Новицкий, О.В. Вантеева // Известия Российской академии наук. Энергетика, 2011. – № 2. – С. 122-131.
7. Vertommen I., Magini R., Cunha M. Scaling water consumption statistics. Journal of water resources planning and management, 2014, vol. 141, no. 5, DOI:10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000467.
8. Buchberger S.G., Wu L. Model for instantaneous residential water demands. Journal of hydraulic engineering, 1995, vol. 121, no. 3, pp. 232-246, DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1995)121:3(232).
9. Alvisi S., Franchini M., Marinelli A. A stochastic model for representing drinking water demand at residential level. Water resources management, 2003, vol. 17, pp. 197-222.
10. Vertommen I., Magini R., Cunha M. Generating water demand scenarios using scaling laws. Procedia Engineering, 2014, vol. 70, p. 1697, DOI:10.1016/j.proeng.2014.02.187.
11. Вантеева О.В. Вероятностные модели и методы анализа гидравлических режимов систем водоснабжения / О.В. Вантеева, Н.Н. Новицкий // Комунальне Господарство Міст. Технічні Науки Та Архітектура, 2011. – № 101. – С. 332-341.
12. Agarwal S., Patil J.P., Goyal V., Singh A. Assessment of water supply–demand using water evaluation and planning (WEAP) model for Ur river watershed, Madhya Pradesh, India. Journal of the Institution of engineers (India), Series A, 2019, vol. 100, pp. 21-32.
13. Cominola A., Giuliani M., Piga D. et al. Benefits and challenges of using smart meters for advancing residential water demand modeling and management: A review. Environmental modelling & software, 2015, vol. 72, pp. 198-214.
14. Gharabaghi S., Stahl E., Bonakdari H. Integrated nonlinear daily water demand forecast model (case study: City of Guelph, Canada). Journal of hydrology, 2019, vol. 579, p. 124182. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2019.124182.
15. Blokker E., Vreeburg J. Monte Carlo simulation of residential water demand: A stochastic end-use model. Impacts of global climate change, 2005, pp. 1-12.
16. Подпорин А.В. К вопросу обоснования расчетов проектных расходов воды в системах водоснабжения жилых и казарменных зон военных городков / А.В. Подпорин, Е.К. Сизон // Военный инженер, 2017. – № 4 (6). – С. 18-22.
17. Вербицкий А.С. Стандарт «Внутренний водопровод и канализация зданий» / А.С. Вербицкий // СНиП 2.04.01-85, 2007. – № 1. – С. 18-21.
18. Шопенский Л.А. Исследование режимов работы водопроводов жилых зданий: Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Л.А. Шопенский. – М.: НИИ сантехники МПСМ СССР, 1968. – 34 с.
19. Buchberger S.G., Wells G.J. Intensity, duration, and frequency of residential water demands. 1996, vol. 122, no. 1, pp. 11-19, DOI: 10.1061(ASCE)0733-9496(1996)122:1(11).
20. Mala-Jetmarova H., Sultanova N., Savic D. Lost in optimisation of water distribution systems? A literature review of system design. Water, 2018, vol. 10, no. 3, 307 p.

21. Поливанов Д.Е. BIM технологии с элементами программирования при анализе режимов работы внутренних сетей водоснабжения зданий / Д.Е. Поливанов, А.А. Семенов // BIM-моделирование в задачах строительства и архитектуры (BIMAC 2023) VI Международная научно-практическая конференции. – СПб.: СПбГАСУ, 2023. – С. 81-91. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=53844006> (дата обращения: 13.08.2023).
22. Sturges H.A. The choice of a class interval. Journal of the American statistical association, 1926, vol. 21, no. 153, pp. 65-66, DOI:10.1080/01621459.1926.10502161.
23. Волгин П.Н. Определение теоретического закона распределения случайных величин, используемых в имитационной модели / П.Н. Волгин, Т.Н. Масленникова // Морская радиоэлектроника, 2010. – № 3-4 (33-34). – С. 74-78.
24. Garcia V.J., Garcia-Bartual R., Cabrera E. et al. Stochastic model to evaluate residential water demands. Journal of water resources planning and management, 2004, vol. 130, no. 5, pp. 386-394.
25. Лемешко Б.Ю. К вопросу статистического анализа больших данных / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, М.А. Семенова // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика, 2018. – № 44. – С. 40-49. – DOI:10.17223/19988605/44/5.
26. Лемешко Б.Ю. Асимптотически оптимальное группирование наблюдений в критериях согласия / Б.Ю. Лемешко // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 1998. – Т. 64. – № 1. – С. 56-64.
27. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика: Сб. статей / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1986. – 535 с.
28. Лемешко Б.Ю. Критерии проверки статистических гипотез при анализе больших выборок: проблемы и их решение / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, И.В. Веретельникова, П.Ю. Блинов // Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН, 2019. – Критерии проверки статистических гипотез при анализе больших выборок. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42409411> (дата обращения: 25.10.2023).
29. Тырсин А.Н. Метод подбора наилучшего закона распределения непрерывной случайной величины на основе обратного отображения / А.Н. Тырсин // Вестник Южно-Уральского Государственного Университета. Серия: Математика. Механика. Физика, 2017. – Т. 9. – № 1. – С. 31-38. – DOI:10.14529/mmph170104.

Поливанов Дмитрий Евгеньевич. Аспирант кафедры Информационных систем и технологий Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета, AuthorID: 1164703, SPIN: 9742-1057, ORCID: 0000-0002-4215-1208, dmitry_polivanov@mail.ru, 190005, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4.

Семенов Алексей Александрович. Кандидат технических наук, доцент кафедры Информационных систем и технологий Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета, AuthorID: 648893, SPIN: 9057-9882, ORCID: 0000-0001-9490-7364, sw.semenov@gmail.com, 190005, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4.

Яркова Ольга Николаевна. Кандидат экономических наук, доцент кафедры Информационных систем и технологий Санкт-Петербургского государственного архитектурно-строительного университета, AuthorID: 568918, SPIN: 3146-5581, ORCID: 0000-0002-8745-3031, yarkova_on@mail.ru, 190005, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. 2-я Красноармейская, д. 4.

UDC 628.171.001.24+519.226

DOI:10.25729/ESI.2024.33.1.007

Mathematical modeling of the intensity of water consumption by various types of water collecting devices

Dmitry E. Polivanov, Alexey A. Semenov, Olga N. Yarkova

Saint Petersburg State University of architecture and civil engineering,
Russia, Saint Petersburg, dmitry_polivanov@mail.ru

Abstract. The article presents the results of a study of the intensity of water consumption by various types of water collection devices (kitchen sink and bath faucets (shower cabin), toilet bowl with flush tank, washing machine and dishwasher) using water from the water supply system. The evaluation of the theoretical laws of the distribution of the value of the second water flow and their parameters is carried out. The homogeneity of empirical samples of the values of the second water flow and theoretical distribution laws is estimated. The choice of the best

theoretical distribution laws is made at the significance level $\alpha = 0.05$. As a result of the study, a classification of water sampling devices was proposed according to the variability of the intensity of water consumption, as well as the theoretical distribution laws that best describe the intensity of water consumption by various types of water sampling devices were evaluated and justified.

Keywords: mathematical modeling, probabilistic model, theoretical distribution law, water supply system, stochastic character

References

1. Isaev V.N., Mkhitarayan M.G. Analiz metodik opredeleniya raskhodov vo vnutrennem vodoprovode [Analysis of methods for determining expenses in the internal water supply]. “AVOK” – obshchestvo inzhenerov, Santekhnika [“ABOK” – Society of Engineers, Plumbing], 2003, no. 5, pp. 6-11.
2. Karambirov S.N., Bekisheva L.B. O nekotorykh statisticheskikh zakonomernostyakh vodopotrebleniya v sistemah vodosnabzheniya [On some statistical patterns of water consumption in water supply systems]. Prirodoo-bustroystvo [Nature management], 2012, no. 4, pp. 45-48.
3. Vertommen I., Magini R., Cunha M., Guercio R. Water demand uncertainty: the scaling laws approach. Water Demand Uncertainty, Rijeka, Croatia, 2012, 160 p.
4. Mazzoni F., Alvisi S., Franchini M., Blokker M. Exploiting high-resolution data to investigate the characteristics of water consumption at the end-use level: A Dutch case study. Water Resources and Industry, 2023, vol. 29, p. 100198, DOI:10.1016/j.wri.2022.100198.
5. Karambirov S.N., Manukyan D.A., Bekisheva L.B. Ocenka nadezhnosti podachi vody sistemami vodosnabzheniya [Assessment of reliability of water supply by water supply systems]. Doklady Rossiyskoy akademii sel'skokho-zyaystvennykh nauk [Reports of the Russian academy of agricultural sciences], 2013, no. 6.
6. Novitsky N.N., Vanteeva O.V. Modelirovanie stohastiki potokoraspredeleniya v gidravlicheskikh cepyah [Modeling of flow distribution stochastics in hydraulic circuits]. Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Energetika [Proceedings of the Russian academy of sciences. Energy], 2011, no. 2, pp. 122-131.
7. Vertommen I., Magini R., Cunha M. Scaling water consumption statistics. Journal of water resources planning and management, 2014, vol. 141, no. 5, DOI:10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000467.
8. Buchberger S.G., Wu L. Model for instantaneous residential water demands. Journal of hydraulic engineering, 1995, vol. 121, no. 3, pp. 232-246, DOI:10.1061/(ASCE)0733-9429(1995)121:3(232).
9. Alvisi S., Franchini M., Marinelli A. A stochastic model for representing drinking water demand at residential level. Water resources management, 2003, vol. 17, pp. 197-222.
10. Vertommen I., Magini R., Cunha M. Generating water demand scenarios using scaling laws. Procedia Engineering, 2014, vol. 70, p. 1697, DOI:10.1016/j.proeng.2014.02.187.
11. Vanteeva O.V., Novitsky N.N. Veroyatnostnye modeli i metody analiza gidravlicheskikh rezhimov sistem vodosnabzheniya [Probabilistic models and methods of analysis of hydraulic modes of water supply systems]. Komunal'ne gospodarstvo mist. Tekhnichni nauki ta arkhitektura [Komunalne gospodarstvo mist. Technical sciences that architecture], 2011, no. 101, pp. 332-341.
12. Agarwal S., Patil J.P., Goyal V., Singh A. Assessment of water supply–demand using water evaluation and planning (WEAP) model for Ur river watershed, Madhya Pradesh, India. Journal of The Institution of engineers (India), Series A, 2019, vol. 100, pp. 21-32.
13. Cominola A., Giuliani M., Piga D. et al. Benefits and challenges of using smart meters for advancing residential water demand modeling and management: A review. Environmental modelling & software, 2015, vol. 72, pp. 198-214.
14. Gharabaghi S., Stahl E., Bonakdari H. Integrated nonlinear daily water demand forecast model (case study: City of Guelph, Canada). Journal of hydrology, 2019, vol. 579, p. 124182, DOI:10.1016/j.jhydrol.2019.124182.
15. Blokker E., Vreeburg J. Monte Carlo simulation of residential water demand: A stochastic end-use model. Impacts of global climate change, 2005, pp. 1-12.
16. Podporin A.V., Sizon E.K. K voprosu obosnovaniya raschetov proektnykh raskhodov vody v sistemah vodosnabzheniya zhilykh i kazarmennykh zon voennykh gorodkov [On the issue of substantiation of calculations of design water consumption in water supply systems of residential and barracks zones of military towns]. Voyennyi inzhener [Military engineer], 2017, no 4 (6), pp. 18-22.
17. Verbitsky A.S. Standart “Vnutrennij vodoprovod i kanalizaciya zdaniy” [Standard “Internal water supply and sewerage of buildings”]. SNiP 2.04.01-85, 2007, no. 1, pp. 18-21.
18. Chopensky L.A. Issledovanie rezhimov raboty vodoprovodov zhilykh zdaniy. Avtoreferat dissertatsii na soiskaniye uchenoy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Investigation of modes of operation of water pipes of residential buildings. Abstract of the dissertation for the degree of Candidate of Technical Sciences]. M., NII santekhniki MPSM SSSR [M., Research institute of sanitary engineering of the USSR MPSM], 1968, 34 p.

19. Buchberger, S.G., Wells G.J. Intensity, duration, and frequency of residential water demands, 1996, vol. 122, no. 1, pp. 11-19, DOI: 10.1061(ASCE)0733-9496(1996)122:1(11).
20. Mala-Jetmarova H., Sultanova N., Savic D. Lost in optimisation of water distribution systems? A literature review of system design. *Water*, 2018, vol. 10, no. 3, 307 p.
21. Polivanov D.E., Semenov A.A. BIM tehnologii s elementami programmirovaniya pri analize rezhimov raboty vnutrennih setej vodosnabzheniya zdaniy [BIM technologies with programming elements in the analysis of operating modes of internal water supply networks of buildings]. BIM-modelirovaniye v zadachakh stroitel'stva i arkhitektury (BIMAC 2023) VI Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii – BIM-modelirovaniye v zadachakh stroitel'stva i arkhitektury (BIMAC 2023). [BIM-modeling in construction and architecture tasks (BIMAC 2023) VI International Scientific and Practical Conference]. St. Petersburg: SPbGASU, 2023, pp. 81-91, available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=53844006> (accessed: 08/13/2023).
22. Sturges H.A. The choice of a class interval. *Journal of the American statistical association*, 1926, vol. 21, no. 153, pp. 65-66, DOI:10.1080/01621459.1926.10502161.
23. Volgin P.N., Maslennikova T.N. Opredelenie teoreticheskogo zakona raspredeleniya sluchajnykh velichin, ispol'zuemykh v imitacionnoy modeli [Definition of the theoretical distribution law of random variables used in the simulation model]. *Morskaya radioelektronika [Marine radio electronics]*, 2010, no. 3-4 (33-34), pp. 74-78.
24. Garcia V.J., Garcia-Bartual R., Cabrera E. et al. Stochastic model to evaluate residential water demands. *Journal of water resources planning and management*, 2004, vol. 130, no. 5, pp. 386-394.
25. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Semenova M.A. K voprosu statisticheskogo analiza bol'shih dannykh [On the issue of statistical analysis of big data]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika [Bulletin of Tomsk state university. Management, computer engineering and computer science]*, 2018, no. 44, pp. 40-49, DOI:10.17223/19988605/44/5.
26. Lemeshko B.Yu. Asimptoticheski optimal'noe gruppирование nablyudenij v kriteriyah soglasiya [Asymptotically optimal grouping of observations in the criteria of agreement]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov [Factory laboratory. Diagnostics of materials]*, 1998, vol. 64, no. 1, pp. 56-64.
27. Kolmogorov A.N. *Teoriya veroyatnostej i matematicheskaya statistika [Probability theory and mathematical statistics]*. Collection of articles. M., Nauka [Science], 1986, 535 p.
28. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Veretelnikova I.V., Blinov P.Y. Kriterii proverki statisticheskikh gipotez pri analize bol'shih vyborok: problemy i ih reshenie [Criteria for testing statistical hypotheses in the analysis of large samples: problems and their solution]. *Institut vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy geofiziki Sibirskogo otdeleniya RAN [Institute of computational mathematics and mathematical geophysics of the Siberian branch of the Russian academy of sciences]*, 2019, available at: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=42409411> (accessed: 10/25/2023).
29. Tyrsin A.N. Metod podbora nailuchshego zakona raspredeleniya nepreryvnoj sluchajnoj velichiny na osnove obratnogo otobrazheniya [Method of selecting the best distribution law of a continuous random variable based on the inverse mapping]. *Vestnik Yuzhno-ural'skogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Fizika [Bulletin of the South Ural state university. Mathematics. Mechanics. Physics]*, 2017, vol. 9, no. 1, pp. 31-38, DOI:10.14529/mmph170104.

Polivanov Dmitry Evgen'evich. Postgraduate student of the department of Information systems and technologies of St. Petersburg State University of architecture and civil engineering, AuthorID: 1164703, SPIN: 9742-1057, ORCID: 0000-0002-4215-1208, dmitry_polivanov@mail.ru, 190005, Russia, Saint Petersburg, 2nd Krasnoarmeyskaya str.4.

Semenov Alexey Alexandrovich. Candidate of technical sciences, Associate Professor of the department of Information systems and technologies of St. Petersburg State University of architecture and civil engineering, AuthorID: 648893, SPIN: 9057-9882, ORCID: 0000-0001-9490-7364, sw.semenov@gmail.com, 190005, Russia, Saint Petersburg, 2nd Krasnoarmeyskaya str.4.

Yarkova Olga Nikolaevna. Candidate of economic sciences, Associate Professor of the department of Information systems and technologies of St. Petersburg State University of architecture and civil engineering, AuthorID: 568918, SPIN: 3146-5581, ORCID: 0000-0002-8745-3031, yarkova_on@mail.ru, 190005, Russia, Saint Petersburg, 2nd Krasnoarmeyskaya str.4.

Статья поступила в редакцию 23.11.2023; одобрена после рецензирования 29.02.2024; принята к публикации 05.03.2024.

The article was submitted 11/23/2023; approved after reviewing 02/29/2024; accepted for publication 03/05/2024.