

Математическое моделирование в энергетике

УДК 519-7

DOI:10.25729/ESI.2023.32.4.007

Математическое моделирование чувствительности собственных колебаний конструкций с учетом вращения и неравномерного нагрева

Репецкий Олег Владимирович, Хоанг Динь Кыонг

Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского,

Россия, Иркутск, *hoangcuonghd95@gmail.com*

Аннотация. В данной работе разработаны математические модели и проведено тестирование чувствительности колебаний пластины с учетом вращения, неравномерного нагрева с распространением численного анализа на радиальные рабочие колеса турбомашин. Сначала, исследовалось влияние линейного и квадратичного закона изменения температуры на статические и динамические характеристики пластины с помощью программ BLADIS + и ANSYS. Эти результаты расчета собственных частот согласованы в двух программах и с аналитическим решением. В процессе расчета отмечается, что собственные частоты пластины уменьшаются с квадратичным законом изменения температуры, но увеличиваются с учетом вращения. Для понимания влияния вращения и неравномерного нагрева на чувствительность с помощью программ SOLIDWORKS, ANSYS WORKBENCH и MATLAB моделируются режимы вибрации и их чувствительность к изменению исследуемых частот. Принято на основании результатов тестирования пластины, которые показали хорошую сходимость расчета собственных частот, распространить созданные математические модели и комплексы программ на радиальные рабочие колеса реальных турбомашин. Данный покрывной диск колеса характеризуется наибольшей степенью деформации с учетом вращения, а зона снижения частот колебаний уменьшается на верхней кромке лопаток, но увеличивается в середине входной кромки лопаток с учетом вращения и неравномерного нагрева. Таким образом, полученные расчеты чувствительности колебаний пластины и реального рабочего радиального колеса от изменения массы в узлах конечно-элементной модели с учетом вращения и неравномерного нагрева позволяют сократить объем дорогостоящих экспериментальных исследований и уменьшить сроки конструирования новых машин.

Ключевые слова: конечно-элементная модель, надежность, пластина, радиальное рабочее колесо, турбомашин, частота колебаний, чувствительность.

Цитирование: Репецкий О.В. Математическое моделирование чувствительности собственных колебаний конструкций с учетом вращения и неравномерного нагрева / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 4(32). – С. 79-90. – DOI:10.25729/ESI.2023.32.4.007.

Введение. В реальных условиях примерно 60% отказов двигателей в эксплуатации связано с разрушением или поломкой деталей ротора из-за их недостаточной прочности. Поврежденными деталями часто являются высоконагруженные элементы радиальных роторов, а именно, рабочие лопатки, в которых накапливается повреждаемость от влияния центробежных сил, температурного нагрева и аэродинамического влияния [1, 2, 3]. Из этого количества поломок примерно 70% деталей разрушается вследствие их вибраций. Задача обеспечения высокой прочности и долговечности радиальных рабочих лопаток с разнообразием их геометрических форм требует дальнейшего анализа.

Исследования разных авторов показали, что анализ чувствительности собственных колебаний роторных конструкций – это путь к улучшению прочностных характеристик энергетических турбомашин [1, 4-6], так как результаты этих исследований позволяют целенаправленно влиять на их вибрационный спектр. Исследование чувствительности является очень полезным инструментом в ряде численных процедур, таких, как идентификация параметров, обновление модели, оптимальное проектирование и др. [4, 7, 8]. Анализ чувствительности является известным численным подходом, предназначенным для исследования упругих конструкций, вычисляемых на основе аналитических частотных характеристик по отношению к набору конструктивных параметров [5, 9]. Комплексное

исследование чувствительности собственных колебаний конструкций с учетом эксплуатационных факторов дает достаточный прогноз и точность при проектировании новых турбомашин для авиационного, химического, транспортного и энергетического машиностроения [6].

Анализ чувствительности конструкций часто применяется и исследуется на стадии проектирования конструкций турбин. Используя расчеты чувствительности, разработчики заранее имитируют различные варианты проектирования элементов, удовлетворяющие всем требованиям. Эти расчеты также позволяют многократно изменять конструкцию и проводить проверочный расчет на прочность до окончательного получения завершения проекта [6, 10]. Анализ чувствительности также позволяет создать эффективные модели преднамеренной расстройки, снизить уровни возникающих напряжений и увеличить долговечность машин [11-13]. Использование математических моделей для анализа чувствительности позволяет целенаправленно устанавливать расстройку параметров, сократить объем дорогостоящих экспериментальных исследований, уменьшить сроки конструирования новых машин по критериям эффективности, надежности и ресурсосбережения их высоконагруженных агрегатов [2].

Наибольшее развитие анализа чувствительности получило в работах Репецкого О.В., Костюк А.Г., Хог Э., Чой К. и их соавторов [1, 5-7, 10, 14]. Анализируя общие результаты этих исследований, полагаем, что наиболее универсальным и широко применяемым на практике методом расчета механических систем является метод конечных элементов (МКЭ). Также следует отметить, что фактически отсутствует анализ чувствительности собственных колебаний конструкций роторов энергетических турбомашин с учетом вращения и неравномерного нагрева. В этой связи, разработка математических моделей для исследования чувствительности колебаний роторов энергетических турбомашин с учетом вращения, и неравномерного нагрева является актуальной научной задачей, требующей своего решения.

Таким образом, в данной публикации разработаны математические модели и проведено тестирование чувствительности колебаний пластины с учетом вращения, и неравномерного нагрева с распространением численного анализа на радиальные рабочие колеса турбомашин. С помощью программы SOLIDWORKS, ANSYS WORKBENCH и MATLAB моделируются режимы вибрации, и анализируется их чувствительность к изменению исследуемых частот. Результаты показывают, что собственные частоты чувствительны к изменению степени деформации.

Собственные частоты колебаний вычисляются из уравнения [3, 15]:

$$M\ddot{\delta} + K\delta = 0, \quad (1)$$

где δ – вектор перемещений, K и M – матрицы жесткости и массы.

Исправленный проект при анализе чувствительности собственных частот колебаний имеет параметры:

$$X_1 = X_0 + \delta X. \quad (2)$$

где X_0 – исходный вариант, X_1 – измененный вариант исследования.

Выражение для вычисления чувствительности частот собственных колебаний имеет вид:

$$\frac{df}{dX_i} = \frac{df}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dX_i} = \frac{1}{4\pi\sqrt{\lambda}} \cdot \frac{d\lambda}{dX_i}, \quad (3)$$

где $\lambda = (2\pi f)^2$ – собственное значение.

Для определения зависимости расположения зон чувствительности частот колебаний от распределения масс предложена математическая зависимость вида:

$$\Delta f_k^{\max} = \frac{f_k^{\max} - f_0}{f_0}, \quad \Delta f_k^{\min} = \frac{f_k^{\min} - f_0}{f_0}, \quad (4)$$

где Δf_k^{\min} и Δf_k^{\max} – минимальное и максимальное значение чувствительности собственной частоты; f_0, f_k – значение собственных частот колебаний лопадки без учета и с учетом влияния вращения и неравномерного нагрева в каждом k -ом узле конечного элемента.

1. Тестирование пластины на влияние температуры и вращения. Как показывают исследования многих авторов, метод конечных элементов (МКЭ) предлагается как приближенный метод решения задач на прочность и долговечность роторов турбомашин. МКЭ имеет достаточно общий алгоритм, который позволяет быстро выполнить расчеты различных вариантов сложных конструкций, и прост в использовании [16-18]. МКЭ удачно конкурирует с методом граничных элементов за счет преимуществ при анализе конструкций сложной геометрии и задач, где почти каждый элемент исследуемой среды обладает различными свойствами. В данной работе МКЭ применен для решения задачи тестирования колебаний пластины на вращение и температуру.

Собственные частоты колебаний с учетом вращения и неравномерного нагрева в статическом НДС вычисляются из уравнения [3, 6]:

$$(K_E + K_G + K_R)\delta = F_\Omega + F_T + F_G, \quad (5)$$

а для свободной вибрации:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + (K_E + K_G + K_R)\delta = 0, \quad (6)$$

где δ – вектор перемещений, K_E и M – матрицы жесткости и массы, соответственно, K_G – матрица геометрической жесткости, зависящая от скорости вращения и температуры, K_R – дополнительная матрица жесткости (псевдомасса), возникающая в результате вращения, F_Ω, F_T, F_G – векторы, соответствующие силам вращения, температуры и давления газа соответственно, C – матрица демпфирования.

Для тестирования алгоритма учета неравномерного нагрева рассмотрена задача нагружения консольной пластины температурой. Длина пластины – 0.069 м, ширина – 0.0175 м, толщина – 0.004 м, модуль упругости материала – $2.0 \cdot 10^5$ МПа, плотность – $7.85 \cdot 10^3$ кг/м³, коэффициент Пуассона – 0.3 [19]. Исследовалось влияние квадратичного закона изменения температуры на статические и динамические характеристики пластины (рис.1). По высоте пластины выдерживался квадратичный закон распределения температуры.

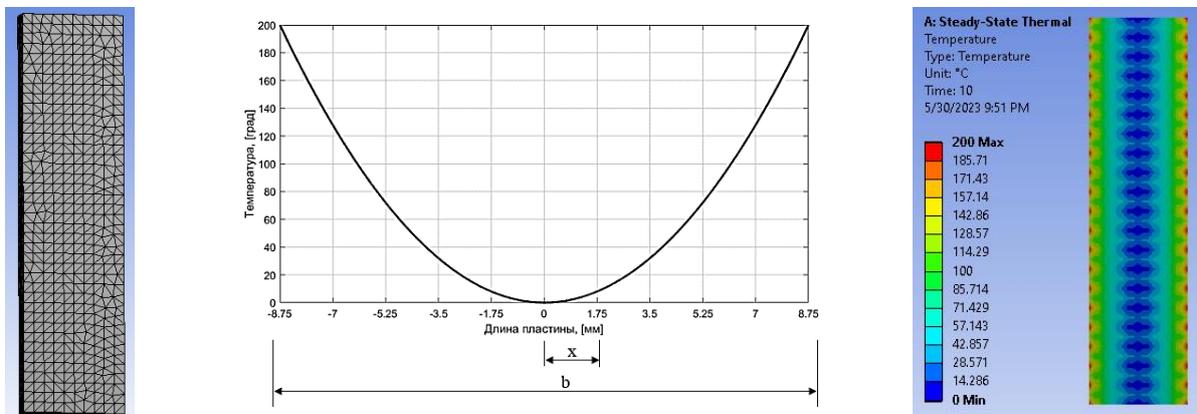


Рис. 1. Распределение температуры по хорде пластины

Квадратичный закон изменения температуры из работы [19] имеет вид:

$$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2, \quad (7)$$

где T – температура нагрева в конкретной точке, T_{\max} – максимальная температура нагрева при тестировании, x – расстояние от середины до края пластины, b – ширина (хорда) пластины.

В таблице 1 исследовалось влияние линейного и квадратичного закона изменения температуры на собственные частоты колебаний пластины. Видно, что собственные частоты с учетом температуры пластины неплохо согласуются в программах BLADIS + [20] и ANSYS. Собственные частоты с учетом квадратичного закона изменения температуры уменьшаются в сравнении с $T = 20^{\circ}\text{C}$.

Таблица 1. Собственные частоты с учетом нагрева пластины

Форма колебаний	Температура нагрева	Собственные частоты, Гц		
		BLADIS +	ANSYS	Отклонение, %
1И	$T = 20^{\circ}\text{C}$	635.8	638.73	+0.46
	$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2$	578.6	579.31	+0.12
2И	$T = 20^{\circ}\text{C}$	4505.5	4480.8	-0.55
	$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2$	4459.2	4478.2	+0.43
3И	$T = 20^{\circ}\text{C}$	13072.2	13086	+0.11
	$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2$	13025.3	13080	+0.42
1К	$T = 20^{\circ}\text{C}$	5663.9	5646.7	-0.30
	$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2$	5468.2	5415.3	-0.97
1ИК	$T = 20^{\circ}\text{C}$	17713.4	17773	+0.34
	$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2$	17569.5	16870	-3.98
2ИК	$T = 20^{\circ}\text{C}$	31708.8	31800	+0.29
	$T = T_{\max} x^2 / (b/2)^2$	31557.9	31482	-0.24

Согласно классическому подходу [19], линейное изменение температуры не создает напряжений в стержне. При увеличении температуры или перепада температур между верхней и нижней поверхностями пластина увеличивает свою длину и расширяется к корневому сечению. Также наблюдается интенсивный изгиб в плоскости наименьшей жесткости.

При анализе колебаний получено, что влияние нагрева наиболее существенно сказывается на изгибных колебаниях в плоскости минимальной жесткости. В меньшей мере изменяются крутильные колебания. При изгибно-крутильных колебаниях происходит незначительное снижение собственных частот. При изгибе в плоскости максимальной жесткости снижение частот не проходит. Первые формы колебаний пластины без нагрева представлены на Рис. 2.

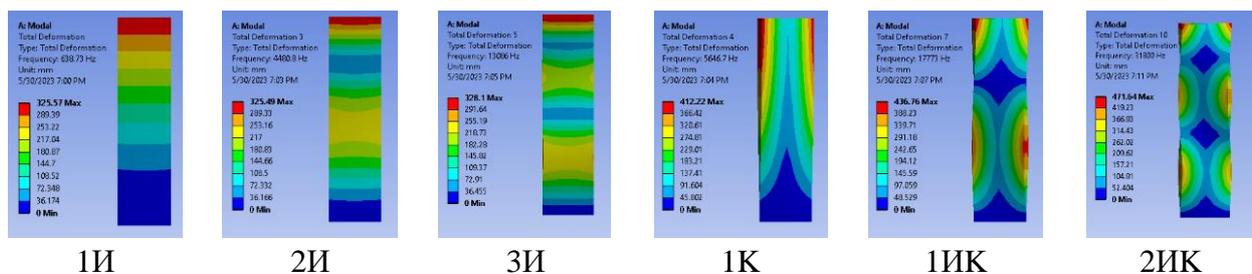


Рис. 2. Некоторые формы колебаний пластины

Для тестирования алгоритма учета вращения была рассмотрена консольная пластина постоянной толщины. Исследуемая модель пластины с жесткой заделкой в корне аппроксимировалась программой BLADIS + (КЭ STIO18), как двумерная модель [3]. В

трехмерной конечно-элементной модели применялся конечный элемент ТЕТ10 программы ANSYS WORKBENCH. Результаты расчетов по МКЭ и аналитическому решению [19, 21, 22] приведены в таблице 2. Отмечается, что собственные частоты пластины увеличиваются с учетом вращения и достаточно хорошо совпадают с аналитическим решением.

Таблица 2. Собственные частоты с учетом вращения пластины

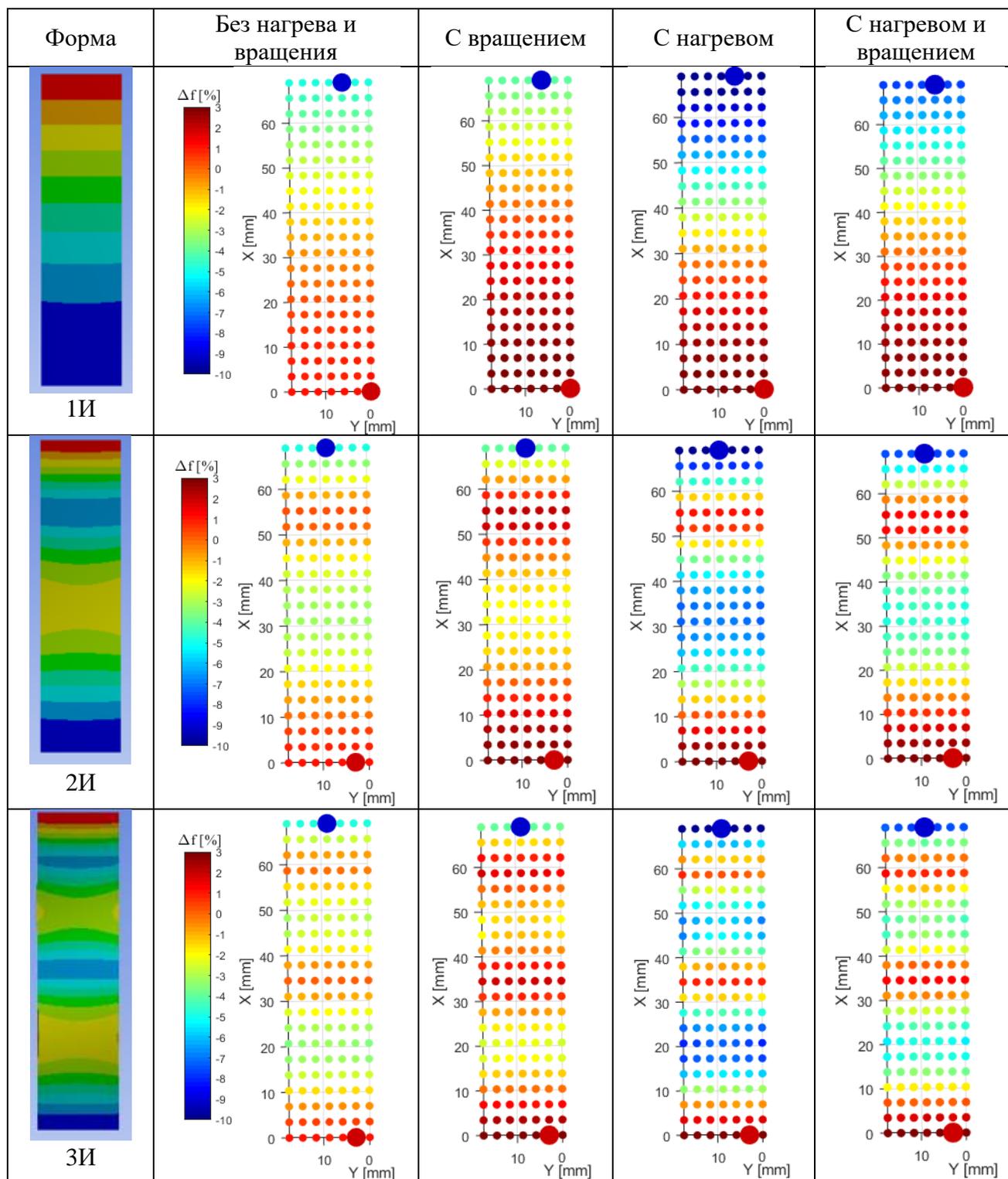
Формы колебаний	Скорость вращения пластины, рад/с						
	0	500	$\Delta f, \%$	1000	$\Delta f, \%$	1500	$\Delta f, \%$
Аналитическое решение							
1И	715	735	+2.8	792	+10.8	879	+22.9
2И	4784	4787	+0.1	4796	+0.25	4811	+0.57
1К	5612	5614	+0.05	5622	+0.18	5635	+0.42
МКЭ (BLADIS +)							
1И	715	736	+2.9	797	+11.5	889	+24.4
2И	4784	4806	+0.4	4870	+1.8	4976	+4.0
1К	5612	5617	+0.08	5615	+0.05	5631	+0.34
МКЭ (ANSYS)							
1И	714.6	726.61	+1.68	788.91	+10.40	881.29	+23.33
2И	4782.8	4792.3	+0.20	4855.4	+1.52	4903.6	+2.53
1К	5611.7	5613.6	+0.03	5616.2	+0.08	5632.8	+0.38

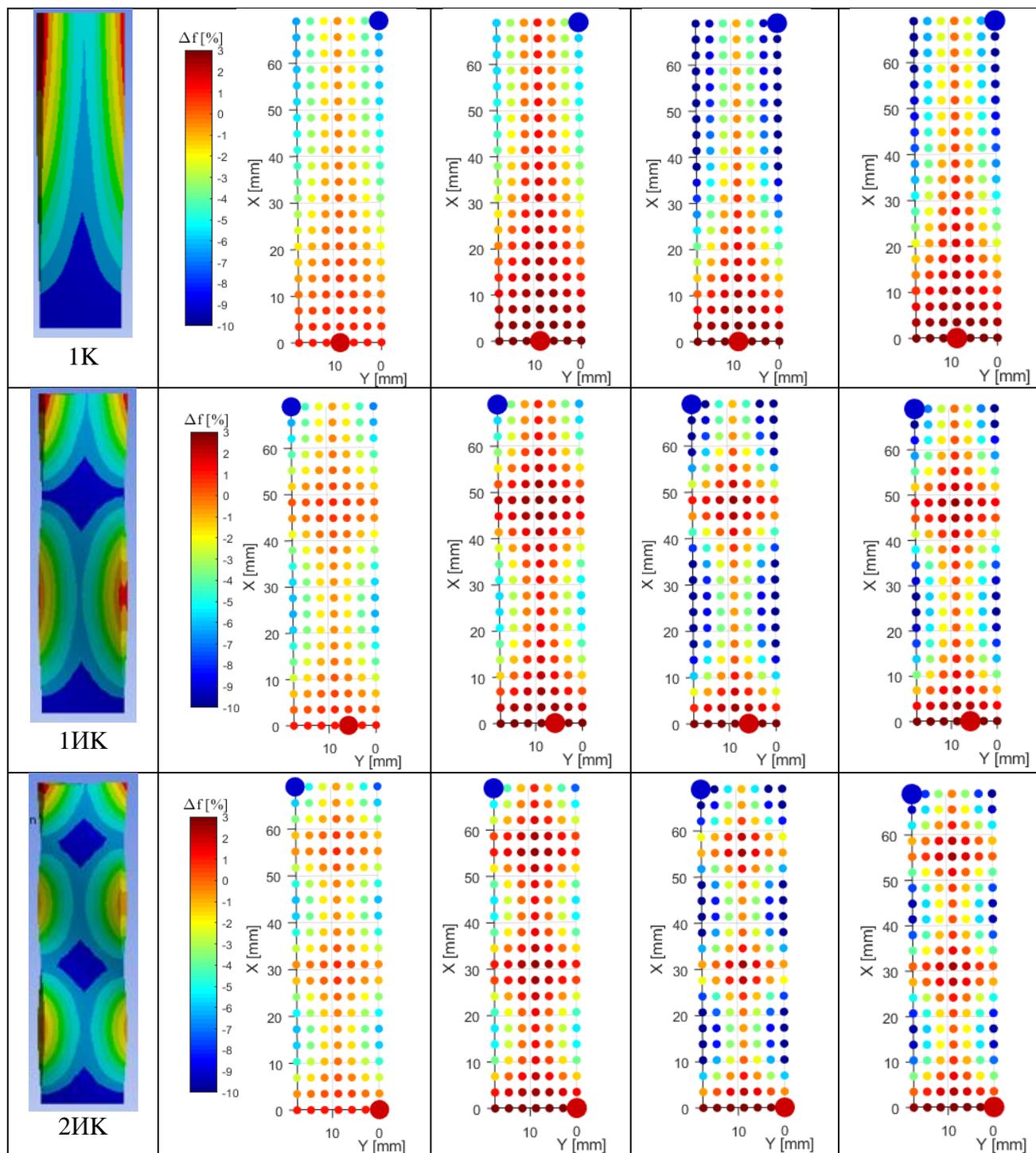
2. Анализ чувствительности пластины. Представлены шесть первых форм колебаний для анализа чувствительности пластины. Соответствующие частоты колебаний пластины приведены в таблице 1. Чувствительность просчитана и показана для пластины, где видны точки максимального и минимального изменения частот для каждой исследованной формы колебаний. Изменение цвета от красного до синего в каждом узле означает проценты отклонения частот колебаний пластины. Зона синего цвета означает максимальное снижение частоты, а красный цвет – минимальное снижение частоты колебаний. Выполнен расчет чувствительности пластины в условиях: вращение пластины $\omega = 0...500 \text{ рад/с}$, температура нагрева $T = 0...200^\circ \text{C}$ (уравнение 7).

В таблице 3 показаны результаты анализа чувствительности пластины без вращения, с вращением, с температурой и суммарным влиянием вращения и температуры. Выполненный анализ проведен как с помощью известных программных средств, так и на основе оригинальной авторской программы «Sens_Rad» [2]. Видно, что зоны распределения чувствительности пластины изменяются. Зоны повышения частот (красный цвет $\Delta f > 0$) расширяются с учетом вращения, а с учетом нагрева, расширяются зоны снижения частот (синий цвет $\Delta f < 0$). Зоны распределения чувствительности пластины комбинируются в процессе учета суммарного вращения и температуры.

Отмечается, что зоны синего цвета согласуются с зонами деформации пластины (узловыми линиями). Если зона характеризуется наибольшим снижением частот колебаний, то имеется большая степень деформации пластины. С другой стороны, зона, характеризующая наибольшим повышением частот, имеет меньшую степень деформации пластины. Таким образом, зонами снижения частот являются опасные зоны, которые передают наибольшую деформацию пластины. Согласно результатам таблицы видно, что пластина с учетом вращения имеет меньшую степень деформации (для выбранных условий), чем с учетом температурного нагрева. Однако это может измениться при других условиях нагружения.

Таблица 3. Результаты анализа чувствительности пластины





3. Анализ чувствительности покрывного диска и лопаток радиального колеса. Для

понимания влияния вращения на частоту радиального колеса, в данной работе представлен расчет чувствительности покрывного диска колеса без учета и с учетом вращения. Объектом исследования является радиальное рабочее колесо с 10-ю лопатками, изготовленное фирмой “Schiele”, специализирующейся на производстве агрегатов для химической промышленности и вентиляционного оборудования. Конечно-элементная модель радиального рабочего колеса с 10-ю лопатками представлена на рис. 3 [2]. Выбрана скорость вращения колеса $\omega = 0 \dots 60$ 1/с.

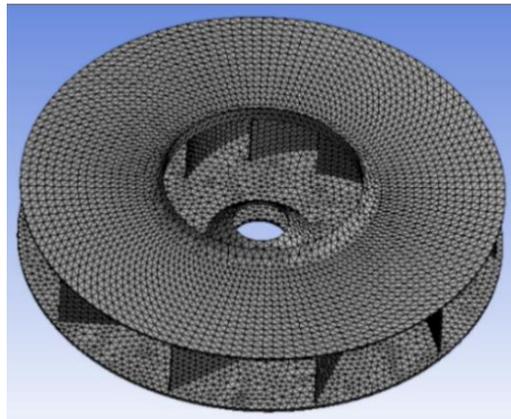
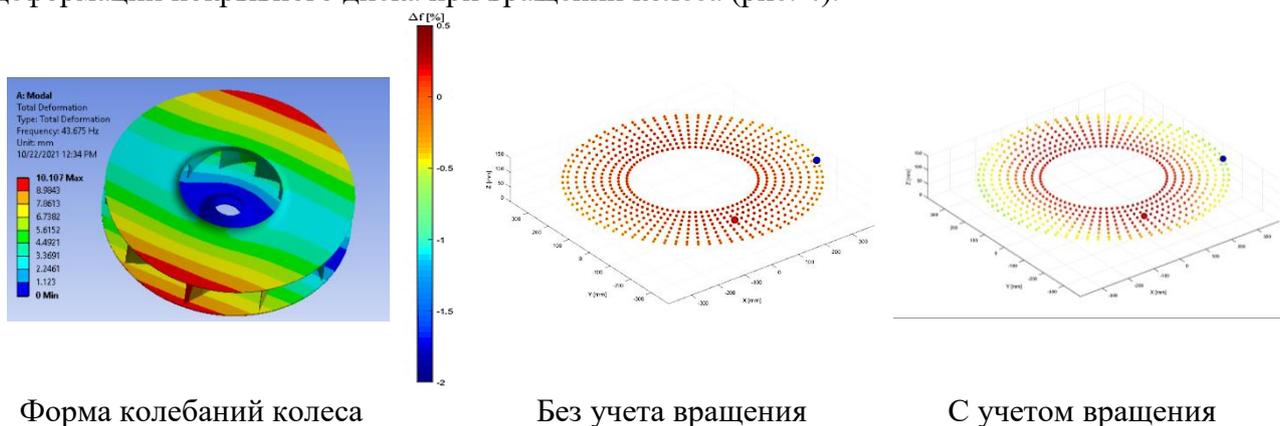


Рис. 3. Конечно-элементная модель радиального рабочего колеса с 10-ю лопатками

Материал радиального рабочего колеса – сталь, модуль Юнга – $2.1 \cdot 10^5$ МПа, плотность – 7850 кг/м^3 , коэффициент Пуассона – 0.3. Конструкция объекта жестко закреплена по ободу диска. В конечно-элементной модели применяется конечный элемент TET10 программы ANSYS WORKBENCH с общим количеством конечных элементов 58382 и 115590 узловыми точками [2, 23].

Отмечается, что зоны изменения цвета с учетом вращения покрывного диска колеса согласуются с зонами деформации покрывного диска (узловыми линиями). Если зона характеризуется наибольшим снижением частот колебаний, то имеется большая степень деформации покрывного диска при вращении колеса (рис. 4).



Форма колебаний колеса

Без учета вращения

С учетом вращения

Рис. 4. Форма колебаний и анализ чувствительности покрывного диска колеса

В процессе исследования чувствительности лопаток радиального рабочего колеса с учетом вращения $\omega = 0..60 \text{ 1/с}$ и неравномерного нагрева лопаток $T = 0..200^{\circ}\text{C}$ выявлено, что зона снижения частот колебаний (синий цвет) уменьшается на верхней кромке лопаток, но увеличивается в середине входной кромки (рис. 5). Данные результаты показывают, что середина входной кромки лопаток испытывает большую степень деформации с учетом суммарного вращения и неравномерного нагрева.

Дальнейшим этапом исследования будет анализ негативного влияния на работоспособность конструкции от зоны чувствительности данного радиального колеса с учетом вращения и неравномерного нагрева лопаток, что позволит выявить новые закономерности в чувствительности таких конструкций с учетом основных эксплуатационных факторов.

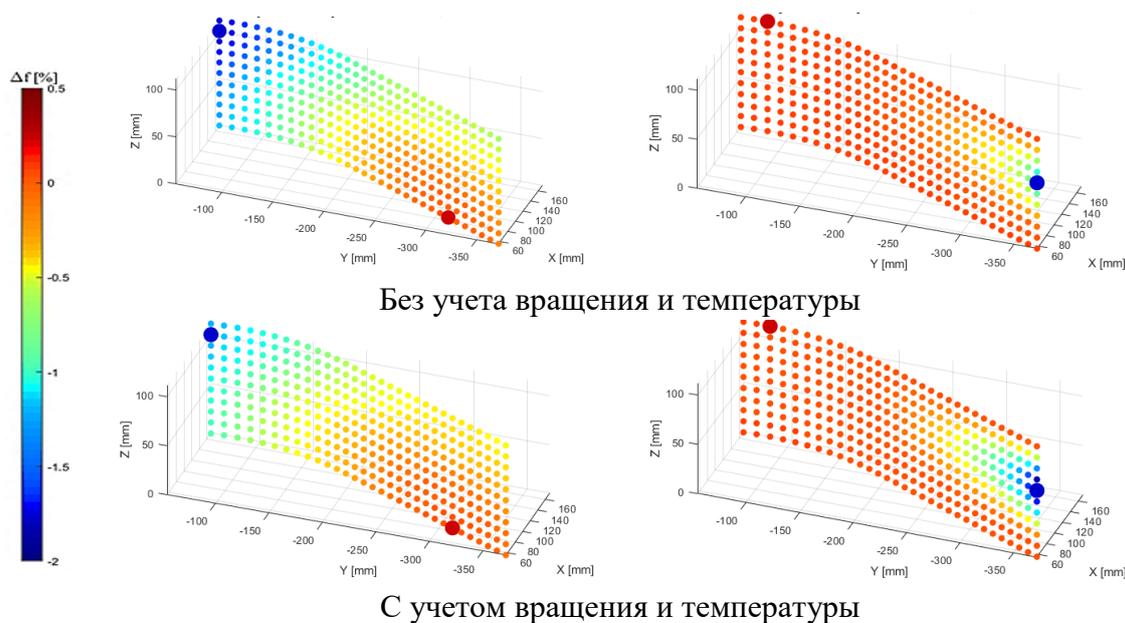


Рис. 5. Анализ чувствительности лопаток радиального рабочего колеса

Заключение. В настоящей работе разработаны математические модели и проведено тестирование чувствительности колебаний модельной пластины с учетом вращения, и неравномерного нагрева с распространением численного анализа на радиальные рабочие колеса турбомашин. Представлен расчет для тестирования собственных частот пластины в двух программах BLADIS +, ANSYS и аналитическое решение. Собственные частоты пластины прогнозируемо уменьшаются с квадратичным законом изменения температуры, но увеличиваются с учетом вращения. Проанализирована чувствительность к изменению массы основных форм колебаний пластины и покрывного диска радиального колеса с учетом вращения и неравномерного нагрева. Показаны зоны максимального и минимального изменения частот для каждой исследованной формы колебаний. Представлены зоны наибольшего снижения частот колебаний пластины, покрывного диска колеса и лопаток радиального рабочего колеса, для которых имеется большая степень деформации конструкции. Полученные результаты позволяют сократить объем дорогостоящих экспериментальных исследований радиального колеса и уменьшить сроки конструирования новых машин по критериям эффективности, надежности, технологии и ресурсосбережения высоконагруженных агрегатов машин.

Список источников

1. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин / А.Г. Костюк. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 476 с.
2. Репецкий О.В. Компьютерное моделирование и численный анализ чувствительности радиальных колес турбомашин / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг // Вестник НГИЭИ, 2022. – № 7 (134). – С. 22-36.
3. Репецкий О.В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин / О.В. Репецкий. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1999. – 301 с.
4. Kenyon J.A., Griffin J.H. Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning. Journal of engineering for gas turbines and power, 2003, no. 1 (125), pp. 113-120.
5. Repetskii O., Zainchkovski K. The sensitivity analysis for life estimation of turbine blades. ASME 1997 Turbo asia conference, 1997, 11 p.
6. Хог Э. Анализ чувствительности при проектировании конструкций / Э. Хог, 11,1217К. Чой, В. Комков. – М.: Мир, 1988. – 428 с.
7. Костюк А.Г. Колебания в турбомашинах / А.Г. Костюк. – М.: Издательский дом МЭИ, 1961. – 201 с.
8. Tan Y., Zang C., Petrov E.P. Mistuning sensitivity and optimization for bladed disks using high-fidelity models. Mechanical systems and signal processing, 2019, vol. 124, pp. 502-523.
9. Markus W., Johannes E., Oliver V., Ralf L. Automatic numerical analyses and optimization of operating maps applied to a radial compressor. ASME turbo expo 2019: turbomachinery technical conference and exposition, GT2019-91408, V02DT46A014, 12 p.

10. Хог Э. Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкций / Э. Хог, Я. Арора. – М.: Мир, 1983. – 480 с.
11. Beck A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Daniel L.J. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. *Journal of engineering for gas turbines and power*, 2022, no. 3 (144), 9 p.
12. Besem F.M., Kielb R.E., Key N.L. Forced response sensitivity of a mistuned rotor from an embedded compressor stage. *Journal of turbomachinery*, 2016, no. 3 (138), 10 p.
13. Kaneko Y. Study on vibration characteristics of single crystal blade and directionally solidified blade. *ASME Journal of engineering for gas turbines and power*, 2011, vol. 6, pp. 931-940.
14. Репецкий О.В. Исследования влияния расстройки параметров на долговечность рабочих колес турбомашин с учетом анализа чувствительности / О.В. Репецкий, В.В. Нгуен // *Вестник НГИЭИ*, 2020. – № 10(113). – С. 5-16.
15. Когаев В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
16. Мяченков В.И. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов / В.И. Мяченков. – М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.
17. Irrerier H., Repetskii O. Vibration and life estimation of rotor structures. *International federation for the promotion of mechanism and machine science (IFTOMM)*, 1998, pp. 456-464.
18. Ewins D.J. Vibration characteristics of bladed disc assemblies. *Journal of mechanical engineering science*, 1973, no. 5 (12), pp. 165-186.
19. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки / С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер. – М.: Наука, 1965. – 635 с.
20. Repetskii O., Ryjikov I. Modeling and simulation of dynamic processes with the help of program package BLADIS+. *Innovations and advanced techniques in systems, computing sciences and software engineering*, 2008, pp. 219-220.
21. Еловенко Д.А., Экспериментальное исследование модели автоклава для гидротермального синтеза минералов / Д.А. Еловенко, П.Г. Пимштейн, О.В. Репецкий, Д.В. Татаринев // *Вестник Байкальского союза стипендиатов DAAD (Байкальский государственный университет экономики и права)*, 2010. – № 1. – С. 11-19.
22. Repetsky O.V., Nguyen T.Q., Ryzhikov I.N. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks. *Proceedings of the international conference actual issues of mechanical engineering 2017(AIME 2017)*, 2017, pp. 702-707
23. Repetskii O.V., Hoang D.C. Physical and mathematical modeling and computer analysis of radial impellers for chemical and power engineering, taking into account ecology. *IOP conference series: earth and environmental science*, 2022, vol. 990, 012044, 6 p.

Репецкий Олег Владимирович. Доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям Иркутского государственного аграрного университета им. А.А. Ежовского, AuthorID: 118300, SPIN: 6232-8930, ORCID: 0000-0003-2560-2721, repetskii@igsha.ru, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

Хоанг Динь Кьонг. Аспирант кафедры Электрооборудования и физики, Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежовского, AuthorID: 1132852; SPIN: 6487-4299; ORCID: 0000-0003-0232-8723, hoangcuonghd95@gmail.com, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

UDC 519-7

DOI:10.25729/ESI.2023.32.4.007

Mathematical modeling of the sensitivity of natural vibrations of structures, taking into account rotation and heating

Oleg V. Repetskii, Dinh Cuong Hoang

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky,

Russia, Irkutsk, *hoangcuonghd95@gmail.com*

Abstract. In this work, mathematical models have been developed and the sensitivity of plate vibrations has been tested taking into account rotation, heating with the extension of numerical analysis to radial wheels of turbomachines. First, the influence of the linear and quadratic law of temperature change on the static and dynamic

characteristics of the plate was studied using the BLADIS + and ANSYS programs. These results of the calculation of natural frequencies are consistent in two programs and with an analytical solution. During the calculation, it is noted that the natural frequencies of the plate decrease with a quadratic law of temperature change, but increase with rotation. To understand the effect of rotation and heating on sensitivity using the program SOLIDWORKS, ANSYS WORKBENCH, and MATLAB simulate vibration modes and their sensitivity to changes in the studied frequencies. From the results of testing the plate, which showed good convergence of the calculation of natural frequencies, it was decided to extend the created mathematical models and software packages to the real radial wheels of turbomachines. This cover disc is characterized by the greatest degree of deformation, taking into account rotation. And the zone of reduction in vibration frequencies decreases at the upper edge of the blades, but increases in the middle of the leading edge of the blades, taking into account rotation and uneven heating. Thus, the obtained calculations of the analysis sensitivity on the plate and the real radial wheel, taking into account rotation and heating make it possible to reduce the volume of expensive experimental studies and reduce the time for designing new machines according to the criteria of efficiency, reliability, technology and resource saving of highly loaded machine units.

Keywords: finite element model, reliability, plate, radial wheel, turbomachine, frequency vibration, sensitivity

References

1. Kostyuk A.G. *Dinamika i prochnost' turbomashin* [Dynamics and strength of turbomachines]. Moscow, Izdatel'skiy dom MEI [Publishing House MPEI], 2007, 476 p.
2. Repetskii O.V., Hoang D.C. *Komp'yuternoye modelirovaniye i chislennyy analiz chuvstvitel'nosti radial'nykh koles turbomashin* [Computer simulation and numerical analysis of the sensitivity of radial wheels turbomachines]. *Vestnik NGIEI*, 2022, vol. 134, no. 7, pp. 22–36.
3. Repetskii O.V. *Komp'yuternyy analiz dinamiki i prochnosti turbomashin* [Computer analysis of the dynamics and strength of turbomachines]. Irkutsk: Izd-vo IrGTU, 1999, 301 p.
4. Kenyon J.A., Griffin J.H. Forced response of turbine engine bladed disks and sensitivity to harmonic mistuning. *Journal of engineering for gas turbines and power*, 2003, no. 1 (125), pp. 113- 120.
5. Repetskii O., Zainchkovski K. The sensitivity analysis for life estimation of turbine blades. ASME 1997 Turbo asia conference, 1997, 11p.
6. Khog E., Choy K., Komkov V. *Analiz chuvstvitel'nosti pri proyektirovanii konstruktsiy* [Sensitivity analysis in the design of structures]. Moscow, Mir, 1988, 428 p.
7. Kostyuk A. G. *Kolebaniya v turbomashinakh* [Vibrations in turbomachines]. Moscow, Izdatel'skiy dom MEI [Publishing House MPEI], 1961, 201 p.
8. Tan Y., Zang C., Petrov E.P. Mistuning sensitivity and optimization for bladed disks using high-fidelity models. *Mechanical systems and signal processing*, 2019, vol. 124, pp. 502-523.
9. Markus W., Johannes E., Oliver V., Ralf L. Automatic numerical analyses and optimization of operating maps applied to a radial compressor. ASME turbo expo 2019: turbomachinery technical conference and exposition, GT2019-91408, V02DT46A014, 12 p.
10. Khog E., Arora YA. *Prikladnoye optimal'noye proyektirovaniye: Mekhanicheskiye sistemy i konstruktsiy* [Applied optimal design: Mechanical systems and structures]. Moscow, Mir, 1983, 480 p.
11. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Daniel L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. *Journal of engineering for gas turbines and power*, 2022, vol. 144, no. 3, 9 p.
12. Besem F.M., Kielb R.E., Key N.L. Forced response sensitivity of a mistuned rotor from an embedded compressor stage. *Journal of turbomachinery*, 2016, no. 3 (138), 10 p.
13. Kaneko Y. Study on vibration characteristics of single crystal blade and directionally solidified blade. ASME *Journal of engineering for gas turbines and power*, 2011, vol. 6, pp. 931-940.
14. Repetskii O.V., Nguyen V.V. *Issledovaniya vliyaniya rasstroyki parametrov na dolgovechnost' rabochikh koles turbomashin s uchetom analiza chuvstvitel'nosti* [Study of the influence of parameter mismatch on the durability of turbomachinery impellers taking into account sensitivity analysis]. *Vestnik NGIEI*, 2020, no. 10(113), pp. 5-16.
15. Kogayev V.P., Makhutov N. A., Gusenkov A. P. *Raschety detaley mashin i konstruktsiy na prochnost' i dolgovechnost'* [Calculations of machine parts and structures for strength and durability]. Moscow, Mashinostroenie [Mechanical engineering], 1985, 224 p.
16. Myachenkov V.I. *Raschety mashinostroitel'nykh konstruktsiy metodom konechnykh elementov* [Calculations of machine-building structures by the finite element method]. Moscow, Mashinostroyeniye[Mechanical engineering], 1989, 520 p.
17. Irretier H., Repetskii O. Vibration and life estimation of rotor structures. *International federation for the promotion of mechanism and machine science (IFTOMM)*, 1998, pp. 456-464.

18. Ewins D.J. Vibration characteristics of bladed disc assemblies. *Journal of mechanical engineering science*, 1973, no. 5 (12), pp. 165-186.
19. Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kruger S. *Plastinki i obolochki [Plates and shells]*. Moscow, Nauka [Science], 1965, 635 p.
20. Repetskii O., Ryjikov I. Modeling and simulation of dynamic processes with the help of program package BLADIS+. *Innovations and advanced techniques in systems, computing sciences and software engineering*, 2008, pp. 219-220.
21. Elovenko D.A., Pimshtein P.G., Repetsky O.V., Tatarinov D.V. Eksperimental'noye issledovaniye modeli avtoklava dlya gidrotermal'nogo sinteza [Experimental study of the autoclave model for hydrothermal synthesis of minerals]. *Vestnik Baykal'skogo soyuza stipendiatov DAAD (Baykal'skiy gosudarstvennyy universitet ekonomiki i prava) [Bulletin of the Baikal Union of Scholars DAAD (Baikal State University of Economics and Law)]*, 2010, no. 1, pp. 11-19.
22. Repetskii O.V., Nguyen T.Q., Ryzhikov I.N. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks. *Proceedings of the international conference actual issues of mechanical engineering 2017(AIME 2017)*, 2017, pp. 702-707
23. Repetskii O.V., Hoang D.C. Physical and mathematical modeling and computer analysis of radial impellers for chemical and power engineering, taking into account ecology. *IOP conference series: earth and environmental science*, 2022, vol. 990, 012044, 6 p.

Repetskii Oleg Vladimirovich. *Doctor of technical sciences, professor, Vice-Rector for international relations, Irkutsk state Agrarian university named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 118300, SPIN: 6232–8930, ORCID: 0000–0003–2560–2721, repetskii@igsha.ru, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny settlement.*

Dinh Cuong Hoang. *Postgraduate student of the department Electrical power and physics, Irkutsk state Agrarian university named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 1132852, SPIN: 6487-4299, ORCID: 0000-0003-0232-8723, hoangcuonghd95@gmail.com, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny settlement.*

Статья поступила в редакцию 27.06.2023; одобрена после рецензирования 31.10.2023; принята к публикации 16.12.2023.

The article was submitted 06/27/2023; approved after reviewing 10/31/2023; accepted for publication 12/16/2023.