

УДК 303.094

DOI:10.25729/ESI.2023.32.4.005

Логика множеств и логика волн в когнитивно-поведенческом моделировании

Суров Илья Алексеевич

Университет ИТМО, Россия, Санкт-Петербург, ilya.a.surov@itmo.ru

Аннотация. Когнитивно-поведенческие процессы часто выходят за рамки классических моделей, предполагающих рациональную алгоритмичность человека. В статье предпринят пересмотр логических установок, обуславливающих эти ограничения. Показано, что одной из таких установок является использование классической теории вероятностей и логики множеств (в том числе нечётких), иногда ошибочно рассматриваемых как безальтернативные. Соответственно общеприродному дуализму дискретность – непрерывность и частица – волна, такой альтернативой является волновая логика и соответствующее ей вероятностное исчисление. Эффективность этой логики в поведенческом моделировании показана на примере экспериментов «дилемма заключённого» и «двухэтапная игра». Волновая вероятностная модель добавляет к логике множеств дополнительный интерференционный фактор, предсказывающий наблюдаемые в этих экспериментах отклонения от классической рациональности. Определяющие этот фактор фазы когнитивных волн кодируют субъективно-смысловые закономерности естественного мышления, не учитываемые в классических моделях. Эти новые закономерности позволяют использовать волновую модель для прогнозирования вероятностей принятия «иррациональных» решений, в том числе, в новых экспериментальных условиях. Рассмотренные свойства логики волн, общие для оптических, голографических и квантовых подходов к обработке информации, открывают новые возможности в задачах когнитивно-поведенческого моделирования и анализа данных.

Ключевые слова: волновая логика, когнитивная интерференция, поведенческое моделирование, вероятностное прогнозирование, теория множеств, рациональность

Цитирование: Суров И.А. Логика множеств и логика волн в когнитивно-поведенческом моделировании / И.А. Суров // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 4(32). – С. 51-66. – DOI:10.25729/ESI.2023.32.4.005.

Введение. Управление социально-экономическими системами опирается на модели, прогнозирующие когнитивно-поведенческую динамику действующих лиц. Трудность такого моделирования состоит в том, что, в отличие от механики инертных и детерминированных систем (камень, робот, электростанция без операторов), течение этих процессов предопределено законами физики не полностью. Их прогнозирование требует привлечения субъективно-смысловых категорий психологии, социологии и других гуманитарных наук. Такие описания, однако, обычно не имеют математического выражения, что затрудняет их использование на практике. В этой связи встаёт вопрос о пересмотре фундаментальных предпосылок используемой при этом математики, обуславливающих ограниченность имеющихся количественных моделей.

Одной из таких предпосылок является выбор используемой логики. По умолчанию обычно применяется так называемая булева логика, согласно которой любое событие обязано быть либо истинным, либо ложным [1]. Эта логика и выражающая её алгебра множеств лежат в основе классической теории вероятности и рационального экономического поведения [2, 3]. Социально-экономические кризисы последних десятилетий указывают на усугубляющуюся неадекватность этих теорий, не позволяющих предвидеть и управлять течением общественно-важных процессов. Выясняется, что красивое здание социально-экономических наук во многом основано на мифах, имеющих с реальностью мало общего [4–7].

Для решения этих проблем разработан ряд теоретических подходов на волновых, голографических и квантовых принципах. Удалось построить, в частности, количественные модели принятия иррациональных решений [8, 9], неклассической динамики рыночных цен [10, 11], лавинных информационно-поведенческих процессов [12, 13] и феноменальной устойчивости биологических, экологических и социальных систем [14, 15]. Исследуются механизмы

информационно-полевого взаимодействия людей и сообществ [16–20], разрабатываются новые парадигмы субъективно-денежной ценности [21, 22] и общественных отношений [23, 24]. Систематическое развитие этих подходов, однако, затруднено отсутствием общего логического основания, которое бы проявило причины получаемых преимуществ и позволило использовать их более эффективно.

В статье представлен вариант такого основания в виде логики волновых процессов или *логики волн*. Принципы этой логики показаны на примере поведенческих экспериментов «двухэтапная игра» и «дилемма заключённого», описанных в разделе 1. Описание этих данных в рамках логики множеств и классической теории вероятности приведено в разделе 2. Вероятностная модель на основе волновой логики и её апробация в описательном и предсказательном режимах представлены в разделах 3 и 4. В разделе 5 обсуждается материальный носитель когнитивных волн, а также рассмотрены информационно-смысловые свойства волновой логики.

1. Экспериментальные данные. В качестве примера далее использованы эксперименты «двухэтапная игра» и «дилемма заключённого» [25], хорошо известные в когнитивных исследованиях. В каждом из них целевое двухвариантное решение типа «делать – не делать» принимается в трёх различных ситуациях – контекстах.

1.1 Двухэтапная игра. В двухэтапной игре испытуемый принимает решение участвовать или не участвовать в следующем коне игры в орлянку, задача которой состоит в угадывании стороны подброшенной монеты. В случае выигрыша испытуемый получает 200 условных единиц, а в случае проигрыша теряет 100 единиц. В рассматриваемом случае «честной» игры вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы, так что математическое ожидание выигрыша составляет $0,5 * 200 + 0,5 * (-100) = 50$. Положительность этой величины указывает на то, что рациональным решением является участие в игре независимо от предыстории.

На практике это ожидание не выполняется и решение об участии (A) рассматривается в трёх ситуациях: когда предыдущий кон выигран (B_1), когда предыдущий кон проигран (B_2), и когда исход предыдущего кона неизвестен (B_1 или B_2). В каждом случае решение принимается выборкой испытуемых, на основе чего вычисляются значения вероятностей $p(A|B_1)$, $p(A|B_2)$ и $p(A)$ соответственно. Эти величины, полученные в 12 постановках эксперимента, показаны в левой части таблицы 1. Постановки 1-3: [26], 4-7: [27], 8-10: [28], 11: [29]. 12: среднее по экспериментам в работе [30]. Как отмечено выше, во всех случаях решения испытуемых отклоняются от рационального ожидания $p(A|B_1) = p(A|B_2) = p(A) = 1$.

1.2 Дилемма заключённого. В «дилемме заключённого» испытуемый и его напарник находятся под следствием. Испытуемому предлагается принять решение о предательстве напарника (A) или молчании в трёх ситуациях: когда напарник молчит (B_1); когда напарник его предал (B_2); когда поведение напарника неизвестно (B_1 или B_2). При этом испытуемому сообщается, что если оба подсудимых молчат, то они получают сравнительно небольшое наказание, например, в виде 1 года тюремного заключения; если оба предали, то оба получают по 3 года; если же один предал, а второй промолчал, то первый выходит на свободу, а второй садится на 10 лет.

Согласно этим правилам, оптимальным решением в любом случае является предательство, так что рациональное поведение соответствует вероятностям $p(A|B_1) = p(A|B_2) = p(A) = 1$, как и в двухэтапной игре. Результаты 12 постановок этого эксперимента представлены в правой части таблицы 1. Постановка 1: [25], 2-3 [31], 4: [32], 5: [33], 6-10: [34], 11-12: [35]. Во всех случаях решения отклоняются от рационального ожидания.

Таблица 1. Результаты 12 постановок экспериментов «двухэтапная игра» и «дилемма заключённого»

№	Двухэтапная игра					Дилемма заключённого				
	$p(A B_1)$	$p(A B_2)$	$p(A)$	Δ	$\delta,^\circ$	$p(A B_1)$	$p(A B_2)$	$p(A)$	Δ	$\delta,^\circ$
1	0,69	0,57	0,38	0,25	113,5	0,84	0,97	0,63	0,28	107,7
2	0,75	0,69	0,73	-0,01	89,2	0,17	0,68	0,22	0,2	126,0
3	0,69	0,59	0,35	0,29	117,0	0,47	0,65	0,38	0,18	109,0
4	0,60	0,47	0,47	0,07	97,3	0,84	0,91	0,66	0,21	104,2
5	0,83	0,70	0,62	0,14	101,1	0,93	0,97	0,88	0,07	94,2
6	0,80	0,37	0,43	0,16	106,7	0,67	0,73	0,6	0,1	98,2
7	0,68	0,32	0,38	0,12	105,4	0,77	0,8	0,63	0,16	101,4
8	0,64	0,47	0,38	0,18	108,6	0,87	0,9	0,87	0,02	91,0
9	0,53	0,38	0,24	0,22	118,6	0,8	0,83	0,64	0,18	102,4
10	0,73	0,49	0,60	0,01	91,0	0,73	0,83	0,77	0,01	90,7
11	0,30	0,24	0,17	0,1	111,9	0,87	0,94	0,85	0,05	93,2
12	0,59	0,71	0,70	-0,05	85,7	0,89	0,93	0,86	0,06	93,5
Ср.	0,65	0,50	0,45	0,12	104	0,74	0,85	0,67	0,13	101

2. Классическая вероятность и логика множеств.

2.1 Элементарная модель. Классическая вероятностная модель для эксперимента «двухэтапная игра» (разд. 1.1) строится на основе теоретико-множественного представления событий. Следуя аксиоматике А.Н. Колмогорова [2], отождествим элементарное событие с пространственным положением всех задействованных в эксперименте предметов и тел, включая монету и речевой аппарат игрока. Полное множество Ω таких элементарных событий показано на рис. 1А прямоугольником, площадь которого соответствует вероятностной мере единица. Исходам предыдущего кона «выигрыш» B_1 и «проигрыш» B_2 соответствуют подмножества Ω , охватывающие соответствующие им положения монеты и ответы игрока. Эти исходы являются взаимоисключающими, так что вероятностная мера их одновременного наблюдения, то есть площадь пересечения соответствующих частей прямоугольника, равна нулю: $p(B_1 \cap B_2) = 0$. Полагая другие исходы эксперимента («на ребро» и т.д.) невероятными, эти два сложных события полностью охватывают множество элементарных событий Ω , так что вероятность объединения этих событий, то есть сумма их площадей, равна единице: $p(B_1 \cup B_2) = p(\Omega) = 1$. Соответственно, вероятности условий B_1 и B_2 подчиняются соотношению:

$$p(B_1) = 1 - p(B_2) = x, \quad 0 \leq x \leq 1, \tag{1}$$

где параметр x – априорная вероятность условия B_1 – введён для краткости дальнейших формул.

Аналогично событиям B_1 и B_2 , решение A играть в следующем коне представлено на рис. 1 областью, частично пересекающейся с альтернативными условиями B_1 и B_2 ¹. Соответственно, вероятность этого решения $p(A) = p(A|B_1 \cup B_2)$ должна равняться сумме площадей этих пересечений:

$$p(A) = p(A \cap B_1) + p(A \cap B_2), \tag{2}$$

что соответствует распределительному закону, то есть свойству дистрибутивности булевой логики [36].

Согласно формуле Байеса, слагаемые в этом выражении представляются в виде произведения условных и априорных вероятностей:

¹ При этом предполагается, что с момента завершения предыдущего кона результатом B_1 или B_2 множество элементарных событий Ω и заданная на нём вероятностная мера не изменились.

$$p(A \cap B_k) = p(A|B_k) * p(B_k), \quad k \in \{1,2\} \quad (3)$$

так что формула (2) принимает вид

$$p(A) = \sum_{k=1,2} p(A|B_k)p(B_k) = p(A|B_1) * x + p(A|B_2) * (1 - x), \quad (4)$$

известный как закон полной вероятности: вероятность события A есть сумма его вероятностей при всех возможных условиях, помноженных на априорные вероятности этих условий [36]. В случае «честной» игры $x = 0,5$ формула (4) принимает вид:

$$p(A) = \frac{p(A|B_1) + p(A|B_2)}{2}, \quad (5)$$

согласно которому вероятность $p(A)$ игры при неизвестном исходе есть среднее от вероятностей игры при выигрыше и проигрыше предыдущего кона. В общем случае (4) вероятность $p(A)$ может лежать в любой точке интервала от $p(A|B_1)$ до $p(A|B_2)$ в зависимости от параметра x (1).

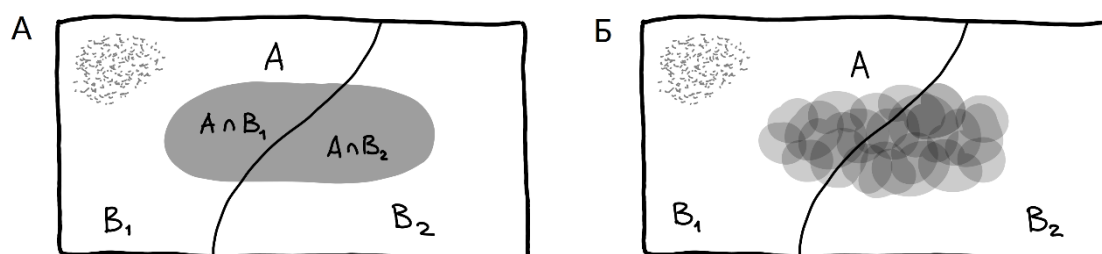


Рис. 1. Классическая вероятностная модель двухэтапной игры и дилеммы заключённого (разд. 1), построенная на основе логики чётких (А) и нечётких (Б) множеств

2.2. Нечёткая логика. Для приближения представленной модели к логике естественного мышления используется аппарат нечётких множеств, согласно которому принадлежность элементарного события x к сложному событию A описывается не дискретными значениями 1 или 0, а непрерывной функцией принадлежности $\mu_A(x)$ [37, 38]. Соответственно, «нечёткое» событие A на множестве Ω изображается не резко очерченной фигурой как показано на рис. 1А, а градиентным облаком как на рис. 1Б. Вероятность $p(A)$ тогда можно отождествить с интегралом функции $\mu_A(x)$ по множеству событий Ω .

Поскольку условия B_1 и B_2 по-прежнему являются взаимоисключающими, граница между соответствующими областями пространства событий на рис. 1Б остаётся такой же чёткой, как и на рис. 1А. В том же предположении статичности пространства событий (сноска 1) совместные вероятности $p(A \cap B_k)$ в правой части (2) тогда равны интегралам функции принадлежности $\mu_A(x)$ по областям B_k пространства Ω . Поскольку области B_1 и B_2 не пересекаются, эти величины по-прежнему связаны с условными вероятностями $p(A|B_k)$ правилом Байеса (3), в силу чего соотношения (4) и (5) сохраняют свою силу.

2.3. Проблема. Предсказания (4) и (5) логики множеств проверяемы на основе экспериментальных данных, представленных в разделе 1. Для первой постановки эксперимента по двухэтапной игре (первая строка таблицы 1) среднее от условных вероятностей $p(A|B_1) = 0,69$ и $p(A|B_2) = 0,57$ есть 0,63, что согласно (5) должно совпадать с вероятностью $p(A)$ игры при неизвестном исходе предыдущего кона. Фактически измеренное значение этой величины, однако, составило 0,38 при отклонении от классического ожидания $\Delta = 0,63 - 0,38 = 0,25$. Как видно из таблицы 1, подобное расхождение имеет место для остальных постановок. Замечательно, что при этом измеренная вероятность $p(A)$ не только отличается от среднего по

условным вероятностям, но меньше наименьшей из них. Этот результат нельзя объяснить даже более общим выражением (4), полагая, например, что субъективно-воспринимаемая вероятность выигрыша x отличается от заданной в условии $x = 0,5$.

Аналогичное нарушение имеет место в эксперименте «дилемма заключённого», постановки которого представлены в правой части таблицы 1. Во всех случаях разность Δ между правой и левой сторонами (5) отлична от нуля. Эти результаты статистически достоверно указывают на непригодность вероятностной модели, построенной в разделе 2.1. Нарушения такого типа имеют место не только в обыденно-бытовых решениях, но и в экспертной аналитике экономических, экологических и политических процессов [25, 39]. При этом нарушается не только дистрибутивность, но и коммутативность, монотонность, закон исключённого третьего и другие свойства логики множеств [9].

Эти результаты, однако, не означают, что объяснение данных рассмотренного типа в рамках классической теории вероятности и байесовского вывода в принципе невозможно. Такое объяснение возможно на основе моделей с большим числом параметров, определяющих логику принятия решений аналогично, например, теории перспектив [40]. Дополнительные степени свободы делают такие модели более гибкими, однако одновременно с этим снижают их интерпретируемость и теоретическую ценность. Модель [41], например, позволяет описать 14 типов «иррационального» поведения с помощью 11 подгоночных параметров, определяемых на основе тренировочного массива данных. В пределе такая логика ведёт к моделям машинного обучения, кодирующим логику принятия решений внутренним состоянием нейронной сети. Интерпретация «чёрных ящиков» такого типа на сегодняшний день является нерешённой задачей, а их теоретическая ценность близка к нулю.

Эти и другие проблемы обусловили необходимость пересмотра логико-множественных оснований современных моделей естественного и искусственного мышления [42, 43]. Результаты такого пересмотра осмыслены в работах [44, 45] где установлено, что критическим недостатком таких моделей является статичность событийного пространства Ω . В представленной модели место этого предположения отмечено сноской 1. Фактически, предположение статичности исключает возможность появления в ходе рассматриваемого процесса новых возможностей, в результате чего его модельное течение сводится к выборке из фиксированного множества Ω различных комбинаций элементарных событий². Нарушения этого предположения и строящихся на его основе вероятностных моделей обусловлены творческим (неалгоритмическим) поведением живых организмов, участвующих в процессе.

3. Волновая логика и вероятностная модель. Естественные основания и практические ограничения логических моделей хорошо изучены в физике, где логика множеств выражается в атомистической парадигме. Элементами физических множеств являются, например, молекулы и атомы в составе твёрдых тел, жидкостей и газов. При этом явления природы объясняются более или менее сложным движением частиц в пространстве согласно законам Ньютона. Такая логика частиц позволила получить математические модели классической механики, термодинамики и физики сплошных сред.

Для ряда явлений оптики, электромагнетизма и квантовой механики, однако, такой подход оказался неприменим, в связи с чем для них разработаны различные разделы физики *волн*. Модели соответствующих явлений строятся на основе понятия о поле – непрерывной сущности, обладающей энергией и несущей информацию³. В отличие от плотного вещества, физические поля (электрические, магнитные, гравитационные и другие) не состоят из частиц, в

² Предположение статичности обусловлено фундаментальной установкой абсолютной предопределённости (детерминизма), характерной для механистического мировоззрения [63].

³ В обыденном языке полю соответствует понятие «дух», обозначающее невидимые силы и свойства, присущие живой природе [64, с. 518].

связи с чем логика множеств для их описания не подходит. События в полевых процессах подчиняются принципиально другой, волновой логике или *логике волн*, также нашедшей математическое выражение. Для целей этой статьи достаточно рассмотреть следующую простейшую модель.

3.1 Интерференция волн. Физическим аналогом рассматриваемых экспериментов является классический эксперимент по изучению волновой природы света, известный как двухщелевая интерференция Т. Юнга. В этом эксперименте (1803 год) источник света освещает экран по другую сторону от препятствия с двумя щелевидными апертурами, как показано на рис. 2. В логике множеств интенсивность света на экране определяется потоком приходящих частиц, который равен сумме потоков, приходящих от каждой щели. На практике, однако, вместо наложения двух засветок наблюдается периодическое распределение интенсивности, схематично показанное в правой части рисунка. При этом на экране появляются области, где интенсивность меньше каждой из складывающихся компонент, а также больше их суммы, что нельзя объяснить в рамках частичной (корпускулярной) теории света. Это явление аналогично выходу поведенческих вероятностей $p(A)$ за рамки интервала между $p(A|B_1)$ и $p(A|B_2)$.

Модель, описывающая поведение света в эксперименте Юнга, строится так. Положим, что источник света порождает расходящуюся *волну* возмущения некоторой среды (воздух, вода, «светоносный эфир», «физический вакуум»), амплитуда которой зависит от времени по гармоническому закону $E \cos(\omega t)$. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля [46, гл. 4], поле на экране складывается из частей исходной волны, прошедших через щели в препятствии. В рассматриваемую точку на экране эти вторичные волны исходной частоты ω прибывают с амплитудами:

$$\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{2x} * E_1 \cos(\omega t + \phi_1) \\ A_2 &= \sqrt{2(1-x)} * E_2 \cos(\omega t + \phi_2), \end{aligned} \tag{6}$$

зависящими от набегов фаз ϕ_k на пройденных путях и соответствующих ослаблений исходной амплитуды E . В этом ослаблении параметр $0 \leq x \leq 1$ учитывает относительное открытие щелей, осуществляемое, например, вертикальным смещением средней части препятствия, как показано слева на рис. 2.

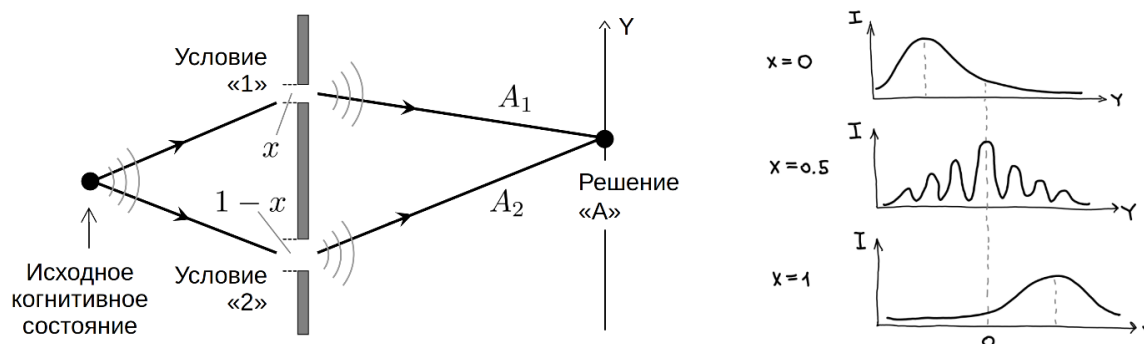


Рис. 2. Двухщелевая интерференция света как физический прототип волновой когнитивно-поведенческой модели. Источнику излучения соответствует исходное когнитивное состояние субъекта. Условиям B_k соответствуют альтернативные пути распространения (когнитивных) волн. Целевое решение «А» соответствует некоторой точке на экране Y . Справа: *интенсивность сигнала на экране при различных положениях препятствия x*

Если открыта только одна из щелей ($x = 1$ или $x = 0$), то интенсивность света в рассматриваемой точке определяется (усреднённым по времени) *квадратом* соответствующей амплитуды (6):

$$I_k = \langle A_k^2 \rangle = 2E_k^2 \left\langle \frac{1 + \cos 2(\omega t + \phi_k)}{2} \right\rangle = E_k^2. \quad (7)$$

Если же открыты обе щели, то интенсивность света в той же точке порождается общей волной суммарной амплитуды, как:

$$I = \langle (A_1 + A_2)^2 \rangle = xE_1^2 + (1-x)E_2^2 + 2\sqrt{x(1-x)}E_1E_2 \cos(\phi_2 - \phi_1). \quad (8)$$

Первые два слагаемых в правой части (8) соответствуют интенсивностям отдельных источников (7), взвешенных относительными ширинами щелей. Третье слагаемое есть так называемый *интерференционный член*, характерный для логики волн.

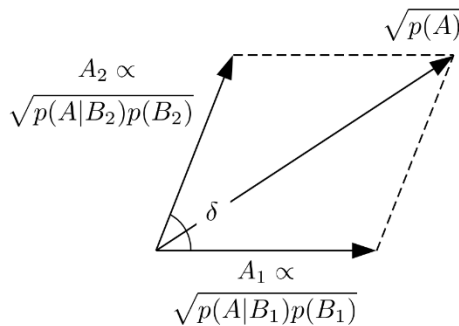
Форма выражения (8) позволяет изобразить его в графическом виде, как показано на рис. 3А, 3Б. Согласно этой схеме амплитуды источников (5) без временной зависимости складываются векторным образом, в результате чего модуль суммарного вектора зависит от угла между слагаемыми. Этот угол $\delta = \phi_2 - \phi_1$, равный разности фаз интерферирующих волн, является отличительным параметром волновой модели.

Штриховками обозначены области конструктивной и деструктивной интерференции с экстремумами в указанных точках. Предсказание классической вероятностной модели (4) показано наклонной прямой

3.2 Когнитивно-поведенческая формулировка. Как отмечено выше, отклонение интенсивности света на экране от предсказания корпускулярной теории аналогично выходу вероятностей $p(A)$ за рамки интервала между $p(A|B_1)$ и $p(A|B_2)$, рассмотренному в разделе 2.3. Это сходство позволяет объяснить когнитивно-поведенческие нарушения логики множеств на основе волновой оптики. Для этого элементы представленной физической модели соотносятся с элементами экспериментов по двухэтапной игре (раздел 1.1) и дилемме заключённого (раздел 1.2) следующим образом.

Источнику света соответствует исходное психическое, или когнитивное состояние человека, представляемое точкой в некотором психическом пространстве. Принятию целевого решения в этом пространстве соответствует переход из исходной точки в точку А на экране, как показано на рис. 2. Аналогично распространению света, этот переход имеет характер волнового процесса, который назовём *когнитивной волной*. Как и в физике, эта волна может достигнуть точки А по двум различным путям, соответствующим различным состояниям промежуточного условия B_k .

А



Б

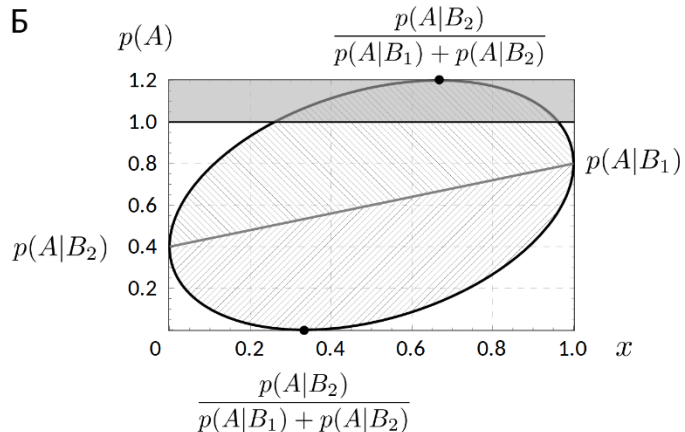


Рис. 3. А: Векторная диаграмма интерференции когнитивных волн (6), (8), порождающей волновую вероятностную модель (10), (11).

Рис. 3. Б: Диапазон значений вероятности $p(A)$ при фиксированных $p(A|B_1) = 0.8$ и $p(A|B_2) = 0.4$, объяснимый с помощью волновой модели (10), в зависимости от вероятности $x = p(B_1)$.

Вероятностям принятия решений во всех случаях соответствует интенсивность сигнала в точке А, также принимающая (в отличие от амплитуд когнитивных волн) неотрицательные значения, а именно, интенсивности света от каждой из щелей по отдельности соответствуют условным вероятностям решения А при условиях B_1 и B_2 , тогда как вероятность решения А при неизвестном условии соответствует интенсивности от обеих щелей одновременно:

$$I_k = E_k^2 = p(A|B_k), \quad I = p(A). \quad (9)$$

Априорные вероятности условий B_k определяются параметром открытия щелей x (рис. 2), определяющим относительный вес альтернативных траекторий в когнитивном пространстве согласно формуле (1). Посредством замен (1) и (9) выражение для интенсивности света (8) переходит в соотношение поведенческих вероятностей:

$$p(A) = \sum_{k=1,2} p(A|B_k)p(B_k) + 2 \sqrt{\prod_{k=1,2} p(A|B_k)p(B_k)} \cos \delta. \quad (10)$$

В простейшем и основном случае $p(B_1) = p(B_2) = 0,5$ это выражение принимает вид:

$$p(A) = \frac{p(A|B_1) + p(A|B_2)}{2} + \sqrt{p(A|B_1) * p(A|B_2)} \cos \delta. \quad (11)$$

Первым слагаемым в правых частях (10) и (11) являются предсказания классической вероятностной модели (4) и (5), которые обычно отождествляются с рациональной логикой принятия решений [47]. Соответственно, вторые слагаемые в правых частях (10) и (11) позволяют описать *иррациональную* компоненту естественного мышления. Эта компонента, иногда называемая фактором привлекательности [48], и отличает логику волн от логики множеств.

Ключевым параметром волновой модели является разность фаз δ , определяющая соотношение вероятностей целевого решения $p(A)$, $p(A|B_1)$ и $p(A|B_2)$ в различных условиях. В симметричном случае (11) он вычисляется, как:

$$\cos \delta = \frac{2p(A) - p(A|B_1) - p(A|B_2)}{2\sqrt{p(A|B_1) * p(A|B_2)}}, \quad (12)$$

что завершает построение волновой модели в описательном (подгоночном) режиме.

Величина отклонения поведенческих вероятностей от классических прогнозов (4) и (5), которую можно описать волновой моделью, ограничивается максимальной величиной второго слагаемого в (10) и (11). В формуле (12) это соответствует равенству $\cos \delta = \pm 1$. В общем случае (10) допустимый диапазон вероятности $p(A)$ при фиксированных $p(A|B_1) = 0,8$ и $p(A|B_2) = 0,4$ показан на рис. 3Б в зависимости от параметра x (1). За границами этого диапазона (белая область за границами штриховки) решения уравнений (10), (12) в действительных числах не существует, что ограничивает степень иррациональности, описываемую в рамках представленной модели⁴.

4. Результаты

4.1 Описательное моделирование. Представленная в разд. 3 волновая модель (10), (11) построена для каждой постановки двухэтапной игры и дилеммы заключённого. Согласно условиям экспериментов (разд. 1), в обоих случаях использовалось значение $x = 0,5$, соответствующее равновероятному осуществлению условий B_1 и B_2 . При этом уравнение (12) решается в действительных числах для всех постановок. Полученные значения фазового параметра δ приведены в таблице 1.

⁴ Для снятия этого ограничения рассматривается возможность так называемой гиперболической интерференции [65], физические предпосылки для которой, однако, не ясны.

В большинстве постановок параметр δ превышает 90° , что соответствует отрицательному значению интерференционного члена в (11). Это означает, что фактическое значение вероятности $p(A)$ меньше рационального ожидания (4), соответствующего на рис. 3Б середине серой прямой. Для произвольных значений x этому режиму «деструктивной» интерференции соответствует нижняя половина эллипса на рис. 3Б, в которой амплитуды когнитивных волн (рис. 2А) складываются в противофазе и частично подавляют друг друга. На векторной диаграмме (рис. 2Б) это соответствует тупому углу между амплитудами A_1 и A_2 . Для каждой постановки обоих экспериментов такие диаграммы показаны на рис. 4.

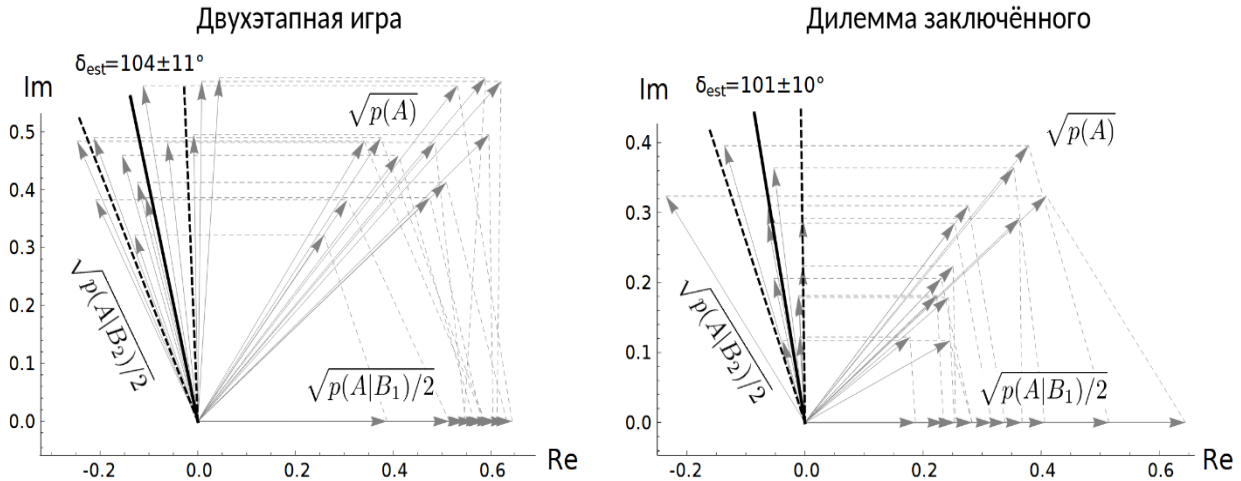


Рис. 4. Векторные диаграммы (рис. 3А) волновой модели (11) для каждой постановки экспериментов по двухэтапной игре и дилемме заключённого согласно таблице 1

4.2 Фазовая стабильность и прогнозное моделирование. Векторные диаграммы на рис. 4 характерны угловой группировкой амплитуд $\sqrt{p(A|B_2)}/2$. Для двухэтапной игры и дилеммы заключённого соответствующие разбросы составляют $104 \pm 11^\circ$ и $101 \pm 10^\circ$ соответственно. Эта устойчивость фазового параметра δ может быть экстраполирована на новые эксперименты такого же типа. Полагая величину δ лежащей в указанном диапазоне, формула (11) тогда позволяет рассчитать вероятность $p(A)$ на основе значений $p(A|B_1)$ и $p(A|B_2)$ для новых постановок двухэтапной игры. Возможность такого прогноза проверена в эксперименте [29], для которого условные вероятности составили $p(A|B_1) = 0,30$ и $p(A|B_2) = 0,24$. Спрогнозированный интервал $p(A)_{\text{прог}} = 0,19 \pm 0,03$ накрыл фактически измеренное значение $p(A)_{\text{факт}} = 0,17$. В работе [49] сходная точность получена для других экспериментов подобного типа.

Данные, представленные в таблице 1, позволяют проверить эту методику прогнозного моделирования более полно. Для обоих экспериментов использовался следующий алгоритм:

1. Выбрать одну из 12 постановок эксперимента;
2. Взять среднее значение фазового параметра δ для остальных 11 постановок;
3. Использовать его для предсказания $p(A)$ в выбранной постановке, как показано выше.

Таким образом, исход каждой постановки эксперимента «прогнозируется» на основе остальных 11 постановок того же самого эксперимента. На рис. 5 полученные прогнозные значения показаны в сравнении с фактическими величинами в таблице 1.

Для двухэтапной игры среднеквадратичное отклонение прогноза от факта $p(A)$ составило 0,12, то есть 26% от средней величины $p(A)$. Для дилеммы заключённого эти величины составили 0,11 и 33% соответственно. Полученная точность близка к точности линейной ре-

грессии с тремя свободными параметрами, по результатам которой среднее квадратическое отклонение прогноза от факта составило 0,12 для обоих экспериментов. Волновая модель, однако, существенно превосходит линейную регрессию по доле объяснённой дисперсии (коэффициенту детерминации R^2). Для двухэтапной игры и дилеммы заключённого R^2 возрастает с 0,50 до 0,55 и с 0,52 до 0,79 соответственно.

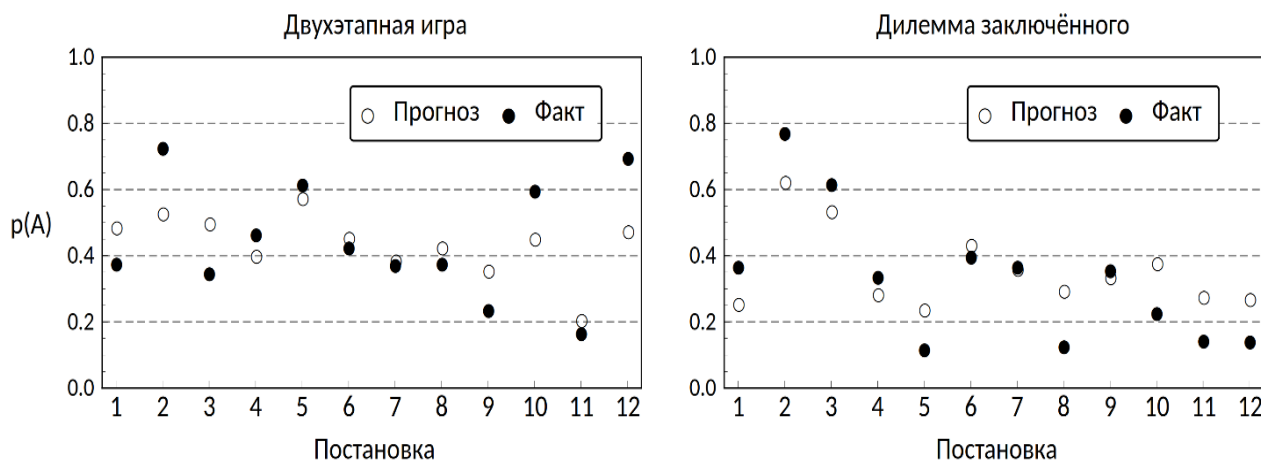


Рис. 5. Прогнозирование иррациональных решений на основе устойчивых величин интерференционной фазы δ волновой вероятностной модели. Прогнозные и фактические значения вероятности целевого решения «А» для постановок двухэтапной игры (слева) и дилеммы заключённого (справа) показаны белыми и чёрными точками

5 Носитель и семантика логики волн

5.1 Носитель когнитивных волн. Как показано в разделе 4, вероятностные соотношения (10) – (12) могут использоваться для поведенческого моделирования формально, не уточняя материальный носитель когнитивных волн и механизм их интерференции. Однозначных ответов на эти вопросы в настоящее время нет. В качестве гипотезы рассматриваются электромагнитные колебания в нервной системе организмов, включая волновую динамику нейронных ансамблей и потенциалов действия [49–51]. Эта гипотеза сопрягает волновую логику с многочисленными моделями нейрофизиологии, среди которых особо интересны фазово-чувствительные [52–55].

Знание биологических носителей, тем не менее, желательно для дальнейшего развития представленной модели. От этих носителей зависит, например, время усреднения в (7) и (8), в этих выражениях устремлённое к бесконечности. Кроме того, реальные волны ограниченного пространственного размера всегда имеют ненулевую спектральную ширину и конечную длину когерентности. Учёт этих эффектов ведёт к частичному подавлению интерференционных членов в выражениях (8), (10) и (11), приближая их к классическим аналогам (4) и (5); то же самое имеет место при расхождении частот интерферирующих волн. В результате появляется возможность моделирования логик с переменным соотношением волнового и частичного аспектов, тогда как логика множеств и логика волн становятся предельными случаями этой обобщённой модели аналогично соотношению волновой оптики и её геометрического предела, а также квантовой и классической механики [56]. Эти и другие биофизические параллели подсказывают перспективные направления развития волновой логики на принципах естественного мышления. Сходным образом возможно использование моделей электромагнетизма, акустики, волновой и квантовой оптики, лазерной физики и взаимодействия излучения с веществом [12, 57, 58].

5.2 Семантика логики волн. Волна есть одна из наиболее простых и распространённых форм движения множества частиц. Без частицы нет волны, а у любого состояния частиц есть

Список источников

1. Челпанов Г.И. Учебник Логики (1915)/ Г.И. Челпанов. – М.: Научная библиотека, 2010. – 128 с.
2. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей / А.Н. Колмогоров. – М. – Л. : ОНТИ, 1936. – 80 с.
3. von Neumann J., Morgenstern O. Theory of games and economic behavior. Princeton University Press, 1953.
4. Bouchaud J.P. Economics needs a scientific revolution. Nature, 2008, vol. 455, iss. 7217, pp. 1181.
5. Bouchaud J.P. The (unfortunate) complexity of the economy. Physics World, 2009, vol. 22, iss. 04, pp. 28-32.
6. Orrell D. Economyths: ten ways that economics gets it wrong. New Jersey, Wiley, 2010.
7. Stewart P. Why science does not get you. The nonergodic social world and the limit to measurement. World futures, 2022.
8. Khrennikov A. Ubiquitous quantum structure. From psychology to finance. Heidelberg, Springer, 2010, 216 p.
9. Суров И.А. Модели принятия решений в квантовой когнитивистике / И.А. Суров, А.П. Алоджанц. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2018. – 63 с.
10. Choustova O. Quantum probability and financial market. Information sciences, 2009, vol. 179, iss. 5.
11. Gonçalves C.P., Gonçalves C. An evolutionary quantum game model of financial market dynamics - theory and evidence. Capital markets: asset pricing and valuation (SSRN eJournal), 2008, vol. 31, iss. 11.
12. Khrennikov A. Towards information lasers. Entropy, 2015, vol. 17, iss. 10, pp. 6969-6994.
13. Khrennikov A. Social laser model: from color revolutions to Brexit and election of Donald Trump. Kybernetes, 2018, vol. 47, iss. 2, pp. 273-288.
14. Khrennikov A. Order stability via Fröhlich condensation in bio, eco, and social systems: The quantum-like approach. BioSystems, 2022, vol. 212, pp. 104593.
15. Khrennikov A. Open quantum systems in biology, cognitive and social sciences. Cham: Springer, 2023, 371 p.
16. Bradley R.T., Pribram K.H. Communication and stability in social collectives. Journal of Social and evolutionary systems, 1998, vol. 21, iss. 1, pp. 29-81.
17. Bradley R.T. Detecting the identity signature of secret social groups: Holographic processes and the communication of member affiliation. World futures: journal of general evolution, 2010, vol. 66, iss. 2, pp. 124-162.
18. Sallach D.L. Modeling emotional dynamics: currency versus field. Rationality and society, 2008, vol. 20, iss. 3, pp. 343-365.
19. Plikynas D. A virtual field-based conceptual framework for the simulation of complex social systems. Journal of Systems science and complexity, 2010, vol. 23, iss. 2, pp. 232-248.
20. Plikynas D., Basinskas G., Laukaitis A. Towards oscillations-based simulation of social systems: a neurodynamic approach. Connection science, 2015, vol. 27, iss. 2, pp. 188-211.
21. Orrell D. A Quantum theory of money and value. Economic thought, 2016, vol. 5, iss. 2, pp. 19-28.
22. Orrell D. The color of money: threshold effects in quantum economics. Quantum reports, 2021, vol. 3, iss. 2.
23. Orrell D. The value of value: A quantum approach to economics, security and international relations. Security dialogue, 2020, vol. 51, iss. 5, pp. 482-498.
24. Wendt A. The mind-body problem and social science: Motivating a quantum social theory. Journal for the Theory of social behaviour, 2018, vol. 48, iss. 2, pp. 188-204.
25. Shafir E., Tversky A. Thinking through uncertainty: Nonconsequential reasoning and choice. Cognitive psychology, 1992, vol. 24, iss. 4, pp. 449-474.
26. Tversky A., Shafir E. The disjunction effect in choice under uncertainty. Psychological science, 1992, vol. 3, iss. 5, pp. 305-309.
27. Kuhberger A., Komunská D., Perner J. The disjunction effect: does it exist for two-step gambles? Organizational behavior and human decision processes, 2001, vol. 85, iss. 2, pp. 250-264.
28. Lambdin C., Burdsal C. The disjunction effect reexamined: Relevant methodological issues and the fallacy of unspecified percentage comparisons. Organizational behavior and human decision processes, 2007, vol. 103, iss. 2, pp. 268-276.
29. Surov I.A., Pilkevich S.V., Alodjants A.P., Khmelevsky S.V. Quantum phase stability in human cognition. Frontiers in psychology, 2019, vol. 10.
30. Broekaert J.B., Busemeyer J.R., Pothos E.M. The disjunction effect in two-stage simulated gambles. An experimental study and comparison of a heuristic logistic, Markov and quantum-like model. Cognitive psychology, 2020, vol. 117, pp. 101262.
31. Croson R.T.A. The Disjunction effect and reason-based choice in games. Organizational behavior and human decision processes, 1999, vol. 80, iss. 2, pp. 118-133.
32. Busemeyer J.R., Matthews M., Wang Z. A quantum information processing explanation of disjunction effects. 28th Annual conference of the cognitive science society and the 5th International conference of cognitive science, 2006, iss. 1999, pp. 131-135.

33. Hristova E., Grinberg M. Disjunction effect in prisoner's dilemma: Evidences from an eye-tracking study. 30th Annual conference of the cognitive science society, 2008, pp. 1225-1230.
34. Li S., Taplin J.E. Examining whether there is a disjunction effect in Prisoner's Dilemma games. Chinese journal of Psychology, 2002, vol. 44, iss. 1, pp. 25-46.
35. Pothos E.M., Perry G., Corr P.J. Understanding cooperation in the Prisoner's Dilemma game. Personality and individual differences, 2011, vol. 51, iss. 3, pp. 210-215.
36. Khrennikov A. Quantum-like modeling of cognition. Frontiers in physics, 2015, vol. 3, iss. 77, pp. 77.
37. Zohuri B., Moghaddam M. What is fuzzy logic and how it works. In business resilience system (BRS): Driven Through boolean, fuzzy logics and cloud computation. Cham: Springer, 2017, pp. 199-219.
38. Kahraman C., Öztayşi B., Çevik Onar S. A comprehensive literature review of 50 years of fuzzy set theory. International journal of Computational intelligence systems, 2016, vol. 9, pp. 3-24.
39. Tversky A., Kahneman D. Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. Psychological review, 1983, vol. 90, iss. 4, pp. 293-315.
40. Kahneman D., Tversky A. Prospect theory. An analysis of decision under risk. Econometrica, 1979, vol. 47, iss. 2, pp. 263-291.
41. Erev I., Ert E., Plonsky O. From anomalies to forecasts: Toward a descriptive model of decisions under risk, under ambiguity, and from experience. Psychological review, 2017, vol. 124, iss. 4, pp. 369-409.
42. Blass A., Gurevich Y. Why sets? Pillars of computer science, Berlin, Springer, 2008, vol. 4800 LNCS, pp. 179-198.
43. Potter M. Set theory and its philosophy: a critical introduction, Oxford university Press, 2004.
44. Kauffman S.A., Gare A. Beyond descartes and newton: recovering life and humanity. Progress in biophysics and molecular biology, 2015, vol. 119, iss. 3, pp. 219-244.
45. Kauffman S., Roli A. The world is not a theorem. Entropy, 2021, vol. 23, iss. 11, pp. 1-9.
46. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы/ И.Е. Иродов. – М : Бинном, 2015. – 265 с.
47. Khrennikov A. Quantum-like cognition and rationality: biological and artificial intelligence systems. Quantum computing in the arts and humanities, Cham: Springer, 2022, pp. 153-178.
48. Yukalov V.I., Sornette D. Manipulating decision making of typical agents. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics: systems, 2014, vol. 44, iss. 9, pp. 1155-1168.
49. Shan Z. Brainwave phase stability: predictive modeling of irrational decision. Frontiers in psychology, 2022.
50. Barrett T.W. The cortex as interferometer: the transmission of amplitude, frequency and phase in cortical structures. Neuropsychologia, 1969, vol. 7, iss. 2, pp. 135-148.
51. Fries P. Rhythms for cognition: communication through coherence. Neuron, 2015, vol. 88, iss. 1, pp. 220–235.
52. Tiesinga P.H., Sejnowski T.J. Mechanisms for phase shifting in cortical networks and their role in communication through coherence. Frontiers in human neuroscience, 2010, vol. 4.
53. Neuling T. [et al.] Good vibrations: oscillatory phase shapes perception. NeuroImage, 2012, vol. 63, iss. 2, pp. 771–778.
54. Ten Oever S. [et al.] Phase-coded oscillatory ordering promotes the separation of closely matched representations to optimize perceptual discrimination. iScience, 2020, vol. 23, iss. 7.
55. Korotkov A.G., Levanova T.A., Zaks M.A., Maksimov A.G., Osipov G.V. Dynamics in a phase model of half-center oscillator: Two neurons with excitatory coupling. Communications in nonlinear science and numerical simulation, 2022, vol. 104.
56. Orefice A., Giovanelli R., Ditto D. The dynamics of wave-particle duality. Journal of Applied mathematics and physics, 2018, vol. 06, iss. 9, pp. 1840-1859.
57. Smith W.F. Waves and oscillations a prelude to quantum mechanics. Oxford University Press, 2010.
58. Мандель Л. Оптическая когерентность и квантовая оптика / Мандель Л., Вольф Э. – М.: Физматлит, 2000. – 896 с.
59. Мелик-Гайказян И.В. Информационные процессы и реальность / И.В. Мелик-Гайказян. – М : Наука, 1998. – 192 с.
60. Корогодина В.И. Информация как основа жизни / В.И. Корогодина, В.Л. Корогодина. – Дубна : Издательский центр «Феникс», 2000. – 208 с.
61. Kavasidis I., Palazzo S., Spampinato pp., Giordano D., Shah M. Brain2Image: converting brain signals into images. Proceedings of the 25th ACM international conference on multimedia, ACM, 2017, pp. 1809-1817.
62. Суров И.А. Какая разница? Прагматическая формализация смысла / И.А. Суров // Искусственный интеллект и принятие решений, 2023. – № 1. – С. 78-89.

Суров Илья Алексеевич. Кандидат физ.-мат. наук, доцент, университет ИТМО. Область научных интересов: когнитивно-поведенческое моделирование, квантовая семантика. AuthorID: 819354, SPIN: 5003-7439, ORCID: 0000-0001-5690-7507, ilya.a.surov@itmo.ru, 197101, Россия, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, 49А.

Logic of sets and logic of waves in cognitive-behavioral modeling**Ilya A. Surov**ITMO University, Russia, Saint Petersburg, *ilya.a.surov@itmo.ru*

Abstract. Cognitive-behavioral processes routinely deviate from classical models, assuming the deterministic rationality of actors. The paper revises the logical foundations behind these limitations. A major such premise is shown to be the use of classical probability theory and the logic of sets (including fuzzy ones) behind it, sometimes mistakenly considered as the only option. According to the natural dualism of discreteness – continuity and particle – wave, another possibility is the logic of waves and the corresponding probability calculus. The efficiency of this logic in cognitive-behavioral modeling is demonstrated in the experiments «prisoner’s dilemma» and «two-stage gamble». A wave-like probabilistic model complements the logic of sets with an additional factor, quantifying violations of classical rationality in these experiments. Phases of the interfering cognitive waves in this model account for the subjectively-semantic regularities of natural thinking, ignored in classical approaches. These new regularities enable probabilistic forecast of «irrational» decisions in novel contexts. Unique features of wave logic, common to optical, holographic, and quantum algorithms of information, open novel prospects for cognitive-behavioral modeling and data analysis.

Keywords: wave logic, cognitive interference, behavioral modeling, probabilistic prognosis, set calculus, rationality

References

1. Chelpanov G.I. Uchebnyk Logiki [Tutorial in Logic] (1915). Moscow: Nauchnaya biblioteka [Science Library], 2010. 128 p.
2. Kolmogorov A.N. Osnovnyye ponyatiya teorii veroyatnostey [Basic concepts of probability theory]. M., L., ONTI, 1936, 80 p.
3. von Neumann J., Morgenstern O. Theory of games and economic behavior. Princeton University Press, 1953.
4. Bouchaud J.P. Economics needs a scientific revolution. *Nature*, 2008, vol. 455, iss. 7217, pp. 1181.
5. Bouchaud J.P. The (unfortunate) complexity of the economy. *Physics World*, 2009, vol. 22, iss. 04, pp. 28-32.
6. Orrell D. Economyths: ten ways that economics gets it wrong. New Jersey, Wiley, 2010.
7. Stewart P. Why science does not get you. The nonergodic social world and the limit to measurement. *World futures*, 2022.
8. Khrennikov A. Ubiquitous quantum structure. From psychology to finance. Heidelberg, Springer, 2010, 216 p.
9. Surov I.A., Alodjants A.P. Modeli prinyatiya reshenij v kvantovoj kognitivistike [Models of decision making in quantum cognition]. Saint-Petersburg, ITMO University, 2018, 63 p.
10. Choustova O. Quantum probability and financial market. *Information sciences*, 2009, vol. 179, iss. 5.
11. Gonçalves C.P., Gonçalves C. An evolutionary quantum game model of financial market dynamics - theory and evidence. *Capital markets: asset pricing and valuation (SSRN eJournal)*, 2008, vol. 31, iss. 11.
12. Khrennikov A. Towards information lasers. *Entropy*, 2015, vol. 17, iss. 10, pp. 6969-6994.
13. Khrennikov A. Social laser model: from color revolutions to Brexit and election of Donald Trump. *Kybernetes*, 2018, vol. 47, iss. 2, pp. 273-288.
14. Khrennikov A. Order stability via Fröhlich condensation in bio, eco, and social systems: The quantum-like approach. *BioSystems*, 2022, vol. 212, pp. 104593.
15. Khrennikov A. Open quantum systems in biology, cognitive and social sciences. Cham: Springer, 2023. 371 p.
16. Bradley R.T., Pribram K.H. Communication and stability in social collectives. *Journal of Social and evolutionary systems*, 1998, vol. 21, iss. 1, pp. 29-81.
17. Bradley R.T. Detecting the identity signature of secret social groups: Holographic processes and the communication of member affiliation. *World futures: journal of general evolution*, 2010, vol. 66, iss. 2, pp. 124-162.
18. Sallach D.L. Modeling emotional dynamics: currency versus field. *Rationality and society*, 2008, vol. 20, iss. 3, pp. 343-365.
19. Plikynas D. A virtual field-based conceptual framework for the simulation of complex social systems. *Journal of Systems science and complexity*, 2010, vol. 23, iss. 2, pp. 232-248.
20. Plikynas D., Basinskas G., Laukaitis A. Towards oscillations-based simulation of social systems: a neurodynamic approach. *Connection science*, 2015, vol. 27, iss. 2, pp. 188-211.
21. Orrell D. A Quantum theory of money and value. *Economic thought*, 2016, vol. 5, iss. 2, pp. 19-28.
22. Orrell D. The color of money: threshold effects in quantum economics. *Quantum reports*, 2021, vol. 3, iss. 2.

23. Orrell D. The value of value: A quantum approach to economics, security and international relations. *Security dialogue*, 2020, vol. 51, iss. 5, pp. 482-498.
24. Wendt A. The mind–body problem and social science: Motivating a quantum social theory. *Journal for the Theory of social behaviour*, 2018, vol. 48, iss. 2, pp. 188-204.
25. Shafir E., Tversky A. Thinking through uncertainty: Nonconsequential reasoning and choice. *Cognitive psychology*, 1992, vol. 24, iss. 4, pp. 449-474.
26. Tversky A., Shafir E. The disjunction effect in choice under uncertainty. *Psychological science*, 1992, vol. 3, iss. 5, pp. 305-309.
27. Kuhberger A., Komunská D., Perner J. The disjunction effect: does it exist for two-step gambles? *Organizational behavior and human decision processes*, 2001, vol. 85, iss. 2, pp. 250-264.
28. Lambdin C., Burdsal C. The disjunction effect reexamined: Relevant methodological issues and the fallacy of unspecified percentage comparisons. *Organizational behavior and human decision processes*, 2007, vol. 103, iss. 2, pp. 268-276.
29. Surov I.A., Pilkevich S.V., Alodjants A.P., Khmelevsky S.V. Quantum phase stability in human cognition. *Frontiers in psychology*, 2019, vol. 10.
30. Broekaert J.B., Busemeyer J.R., Pothos E.M. The disjunction effect in two-stage simulated gambles. An experimental study and comparison of a heuristic logistic, Markov and quantum-like model. *Cognitive psychology*, 2020, vol. 117, pp. 101262.
31. Croson R.T.A. The Disjunction effect and reason-based choice in games. *Organizational behavior and human decision processes*, 1999, vol. 80, iss. 2, pp. 118-133.
32. Busemeyer J.R., Matthews M., Wang Z. A quantum information processing explanation of disjunction effects. 28th Annual conference of the cognitive science society and the 5th International conference of cognitive science, 2006, iss. 1999, pp. 131-135.
33. Hristova E., Grinberg M. Disjunction effect in prisoner's dilemma: Evidences from an eye-tracking study. 30th Annual conference of the cognitive science society, 2008, pp. 1225-1230.
34. Li S., Taplin J.E. Examining whether there is a disjunction effect in Prisoner's Dilemma games. *Chinese journal of Psychology*, 2002, vol. 44, iss. 1, pp. 25-46.
35. Pothos E.M., Perry G., Corr P.J. Understanding cooperation in the Prisoner's Dilemma game. *Personality and individual differences*, 2011, vol. 51, iss. 3, pp. 210-215.
36. Khrennikov A. Quantum-like modeling of cognition. *Frontiers in physics*, 2015, vol. 3, iss. 77, pp. 77.
37. Zohuri B., Moghaddam M. What is fuzzy logic and how it works. In *business resilience system (BRS): Driven Through boolean, fuzzy logics and cloud computation*. Cham: Springer, 2017, pp. 199-219.
38. Kahraman C., Öztayşi B., Çevik Onar S. A comprehensive literature review of 50 years of fuzzy set theory. *International journal of Computational intelligence systems*, 2016, vol. 9, pp. 3-24.
39. Tversky A., Kahneman D. Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological review*, 1983, vol. 90, iss. 4, pp. 293-315.
40. Kahneman D., Tversky A. Prospect theory. An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 1979, vol. 47, iss. 2, pp. 263-291.
41. Erev I., Ert E., Plonsky O. From anomalies to forecasts: Toward a descriptive model of decisions under risk, under ambiguity, and from experience. *Psychological review*, 2017, vol. 124, iss. 4, pp. 369-409.
42. Blass A., Gurevich Y. *Why sets? Pillars of computer science*, Berlin, Springer, 2008, vol. 4800 LNCS, pp. 179-198.
43. Potter M. *Set theory and its philosophy: a critical introduction*, Oxford university Press, 2004.
44. Kauffman S.A., Gare A. Beyond descartes and newton: recovering life and humanity. *Progress in biophysics and molecular biology*, 2015, vol. 119, iss. 3, pp. 219-244.
45. Kauffman S., Roli A. The world is not a theorem. *Entropy*, 2021, vol. 23, iss. 11, pp. 1-9.
46. Irodov I.E. *Volnovye processy. Osnovnye zakony [Wave processes. Basic laws]*. M., Binom, 2015, 265 p.
47. Khrennikov A. Quantum-like cognition and rationality: biological and artificial intelligence systems. *Quantum computing in the arts and humanities*, Cham: Springer, 2022, pp. 153-178.
48. Yukalov V.I., Sornette D. Manipulating decision making of typical agents. *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics: systems*, 2014, vol. 44, iss. 9, pp. 1155-1168.
49. Shan Z. Brainwave phase stability: predictive modeling of irrational decision. *Frontiers in psychology*, 2022.
50. Barrett T.W. The cortex as interferometer: the transmission of amplitude, frequency and phase in cortical structures. *Neuropsychologia*, 1969, vol. 7, iss. 2, pp. 135-148.
51. Fries P. Rhythms for cognition: communication through coherence. *Neuron*, 2015, vol. 88, iss. 1, pp. 220–235.
52. Tiesinga P.H., Sejnowski T.J. Mechanisms for phase shifting in cortical networks and their role in communication through coherence. *Frontiers in human neuroscience*, 2010, vol. 4.

53. Neuling T. [et al.] Good vibrations: oscillatory phase shapes perception. *NeuroImage*, 2012, vol. 63, iss. 2, pp. 771–778.
54. Ten Oever S. [et al.] Phase-coded oscillatory ordering promotes the separation of closely matched representations to optimize perceptual discrimination. *iScience*, 2020, vol. 23, iss. 7.
55. Korotkov A.G., Levanova T.A., Zaks M.A., Maksimov A.G., Osipov G.V. Dynamics in a phase model of half-center oscillator: Two neurons with excitatory coupling. *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, 2022, vol. 104.
56. Orefice A., Giovanelli R., Ditto D. The dynamics of wave-particle duality. *Journal of Applied mathematics and physics*, 2018, vol. 06, iss. 9, pp. 1840-1859.
57. Smith W.F. *Waves and oscillations a prelude to quantum mechanics*. Oxford University Press, 2010
58. Mandel L., Wolf E. *Opticheskaya kogerentnost' i kvantovaya optika [Optical coherence and quantum optics]*. М., Fizmatlit, 2000, 896 p.
59. Melik-Gajkazyan I.V. *Informacionnye processy i real'nost' [Information processes and reality]*. Moscow, Nauka [Science], 1998, 192 p.
60. Korogodin V.I., Korogodina V.L. *Informaciya kak osnova zhizni [Information as the basis of life]*. Dubna, Izdatel'skiy tsentr "Feniks" [Publishing center "Phoenix"], 2000, 208 p.
61. Kavasidis I., Palazzo S., Spampinato pp., Giordano D., Shah M. Brain2Image: converting brain signals into images. *Proceedings of the 25th ACM international conference on multimedia*, ACM, 2017, pp. 1809-1817.
62. Surov I.A. Kakaya raznica? Pragmaticheskaya formalizaciya smysla [What is the difference? Pragmatic formalization of meaning]. *Iskusstvennyy intellekt i prinyatiye resheniy [Artificial intelligence and decision making]*, 2023, iss. 1, pp. 78-89.

Surov Ilya Alekseevich. *PhD in physics and mathematics, associate professor, ITMO university. Research interests: cognitive modeling, quantum semantics. AuthorID: 819354, SPIN: 5003-7439, ORCID: 0000-0001-5690-7507, ilya.a.surov@itmo.ru, 197101 Russia, Saint Petersburg, Kronverksky Prospekt, 49A.*

Статья поступила в редакцию 11.07.2023; одобрена после рецензирования 08.12.2023; принята к публикации 16.12.2023.

The article was submitted 07/11/2023; approved after reviewing 12/08/2023; accepted for publication 12/16/2023.