

УДК 517:519.8: 004: 63

DOI:10.25729/ESI.2023.31.3.012

О трех моделях линейного программирования применительно к производству аграрной продукции

Иваньо Ярослав Михайлович, Ковадло Илья Андреевич,

Федурин Нина Ивановна

Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского,

Россия, Иркутск, *iytex@rambler.ru, kovadlo95@gmail.com*

Аннотация. В статье рассматриваются три модели линейного программирования для оптимизации производства аграрной продукции в условиях неоднородности земель. Первая модель описывает сочетание отраслей растениеводства и животноводства. Вторая модель параметрического программирования позволяет планировать производство аграрной продукции на определенную перспективу. Третья модель характеризует ситуацию оптимизации получения аграрной продукции в условиях рисков. Приведены примеры реализации разработанных моделей.

Ключевые слова: моделирование производства, аграрная продукция, математическое моделирование, математическое моделирование

Цитирование: Иваньо Я.М. О трех моделях линейного программирования применительно к производству аграрной продукции / Я.М. Иваньо, И.А. Ковадло, Н.И. Федурин // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 3(31). – С.124-135. – DOI:10.25729/ESI.2023.31.3.012.

Введение. Современная экономика аграрного сектора все больше требует от руководителей умения видеть перспективы, принимать эффективные стратегические управленческие решения в сложившихся рискованных условиях хозяйствования [1]. Более того, специфические особенности самого сельского хозяйства объективно требуют учета факторов неопределенности при планировании сельскохозяйственного производства. Эффективным инструментом для решения сложных задач является моделирование разных сторон процессов экономики. Теорией и практическими аспектами применения задач оптимизации, в том числе задач линейного программирования, и их решения занимались многие исследователи [2 - 10].

При планировании производства аграрной продукции можно использовать задачи параметрического программирования при условии связи коэффициентов при неизвестных и (или) правых частях ограничений с параметром или параметрами [11 - 13].

Помимо этого, для более качественного учета факторов производственного риска хорошо себя зарекомендовали оптимизационные стохастические модели, описанные в работах [14 - 17]. В исследованиях [13, 18, 19, 20] обосновано значительное влияние на производство аграрной продукции качества и плодородия земель и их неоднородность.

Научная новизна работы заключается в обобщении трех видов моделей, которые связаны между собой благодаря возможности выделения в многолетних рядах некоторых производственно-экономических характеристик многоуровневых трендов [21], позволяющих моделировать усредненные, благоприятные и неблагоприятные ситуации производства аграрной продукции [22]. В отличие от многоуровневых моделей, приведенных в работе [22], эти модели учитывают неоднородность сельскохозяйственных угодий, обладающих разным плодородием [13, 20]. Кроме того, с помощью трендов последовательностей нижних уровней рядов определяются вероятностные события [21], которые учитываются при оптимизации производства аграрной продукции в условиях больших ущербов. Другими словами, в отличие от ранее разработанных моделей, предложенные модели отражают неоднородность земель в сочетании с особенностью иерархии рядов характеристик, описывая разные условия производства аграрной продукции. Практическое значение такого подхода к планированию связано с улучшением моделирования реальной ситуации за счет уменьшения неопределенности характеристик моделей. Преимущество предлагаемых моделей относительно других [6, 8, 9,

14] заключается в возможности привлечения для решения задачи значительно большего объема информации за счет современных средств мониторинга, определяющих состояние разных аспектов деятельности сельскохозяйственного товаропроизводителя.

Целью работы является описание трех моделей линейного программирования для оптимизации производства аграрной продукции в условиях неоднородности земель: сочетание отраслей растениеводства и животноводства; планирование аграрного производства на основе прогностических зависимостей и учета вероятных потерь урожая.

Материалы и методы. При построении математических моделей и решении задач привлечены следующие материалы: 1) производственно-экономические характеристики, описывающие производство аграрной продукции; 2) сведения о земельных ресурсах, их механическом, почвенном, химическом и биологическом составе; 3) данные об урожайности зерновых культур и другие. Для решения поставленных задач использованы методы математического программирования, теории вероятностей и математической статистики [2, 3, 23]. Дополнительно к этому осуществлялось выделение из рядов производственно-экономических характеристик последовательностей верхних и нижних уровней [21] согласно методу [24] для построения многоуровневых трендов. В группу событий выделены значения, располагающиеся ниже тренда последовательностей низких уровней рядов производственно-экономических характеристик. Для вероятностной оценки событий формировались ряды разностей фактических данных и значений тренда последовательности нижних уровней ряда. В качестве закона распределения использовано распределение Пирсона III типа.

При решении задач на примерах использованы данные условного сельскохозяйственного предприятия Усольского района и многолетние сельскохозяйственные характеристики муниципального образования за 1996 – 2022 годы.

Решением задачи параметрического программирования являются оптимальные планы объемов производства аграрной продукции на краткосрочную перспективу для усредненных и благоприятных ситуаций при максимизации прибыли.

При реализации модели стохастического программирования определялись оптимальные планы с учетом вероятных событий при максимизации прибыли. Другими словами, рассматривалось планирование в условия больших потерь урожая.

Решение задач по выделению многоуровневых трендов осуществлялось с помощью разработанного программного комплекса «Многоуровневое прогнозирование показателей аграрного производства», в создании которого участвовал один из авторов статьи. Что касается решения задач математического программирования, то для этого использован разработанный программный комплекс «Управление рисками при планировании аграрного производства» (Иванько Я.М., Петрова С.А., 2016), в котором применена библиотека `lp_solve`. Оба программных комплекса прошли тестирование и апробацию и получили свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Основные результаты. Для оптимизации производства аграрной продукции были разработаны три вида математических моделей, учитывающих неоднородность земельных ресурсов по плодородию.

В этих моделях в качестве целевой функции могут быть использованы доход или прибыль организации, муниципального района, природно-климатической зоны от деятельности сельскохозяйственных товаропроизводителей. Ограничением задачи математического программирования являются земельные, производственные и топливные ресурсы, соответствующие показателю продуктивности участков пашни.

Для решения задачи оптимизации производства аграрной продукции с учетом неоднородности земель разработаны три математические модели.

Линейная модель оптимизации сочетания производства растениеводческой и животноводческой продукции. Максимальная прибыль, получаемая от производства растениеводческой и животноводческой продукции равна:

$$f = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} c_{ijs} x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} c'_{klv} x_{klv} \quad (1)$$

где c_{ijs} – прибыль, получаемая с единицы площади поля i на участке j в виде продукции s (руб./га); c'_{klv} – прибыль, получаемая от производства единицы продукции вида v по технологии l от животного вида k (руб./гол.); x_{ijs}, x_{klv} – неизвестные задачи линейного программирования с размерностями га и гол..

Ограничения по ресурсам имеют вид:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijs} \leq A_s, \quad (2)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{v \in V} x_{klv} \leq B_k, \quad (3)$$

где A_s и B_k – имеющиеся в распоряжении предприятия земельные ресурсы для производства продукции s (га) и возможности по содержанию сельскохозяйственных животных вида k (гол.).

Неравенство по производству заданного объема продукции выглядит так:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \alpha_{ijs} x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} \beta_{klv} x_{klv} \geq D, \quad (4)$$

где α_{ijs} и β_{klv} – объемы производства с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s (т/га) и объемы производства животноводческой продукции v по технологии l от животного вида k (т/гол.); D – заданный объем получения продукции (т).

Ограничение по использованию трудовых ресурсов:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} d_{ijs} x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} w_{klv} x_{klv} \leq E, \quad (5)$$

где d_{ijs} и w_{klv} – трудозатраты на производство растениеводческой продукции s с единицы площади поля i на участке j (чел.ч/га) и животноводческой продукции v по технологии l от животного вида k (чел. ч/гол.); E – возможности использования трудозатрат (чел. ч).

Связь отраслей растениеводства и животноводства посредством введения ограничения по обеспеченности животных элементами питания:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} (u_{zjis} \alpha_{ijs} + \lambda_{zjis} m_{ijs}) x_{ijs} \geq \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} b_{zklv} x_{klv}, \quad (6)$$

где u_{zjis} – содержание элемента питания z в единице кормовой продукции, полученной от производства растениеводческой продукции s с единицы площади поля i на участке j (кг/т); α_{ijs} – объем производства с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s (т/га); λ_{zjis} – содержание элемента питания z в единице побочной кормовой продукции (кг/т); m_{ijs} – выход с единицы площади побочной кормовой продукции, полученной от производства кормов s с единицы площади поля i на участке j (т/га); b_{zjis} – минимальная потребность в элементе питания z единицы поголовья от производства животноводческой продукции v по технологии l животного вида k (кг/гол.). Причем $z \in Z$, где Z – количество элементов питания.

Очевидно, что неизвестные модели должны быть неотрицательными:

$$x_{ijs}, x_{klv} \geq 0. \quad (7)$$

Параметрическая модель оптимизации производства аграрной продукции. Модель (1) – (7) может быть преобразована при условии, что коэффициенты при неизвестных и/или ограничения связаны с параметрами. В этом случае задачу линейного программирования можно

преобразовать в задачу параметрического программирования. Опыт показывает, что во многих случаях трудозатраты на производство единицы продукции и урожайность сельскохозяйственных культур, которые входят в левые части ограничений, могут быть описаны значимыми трендами или авторегрессионными выражениями [11].

В этом случае целевая функция (1) останется неизменной. Аналогичным образом не претерпят преобразования ограничения (2), (3), (6) и (7). Что касается неравенств (4) и (5), то они примут следующий вид.

Неравенства по производству продукции и затратам ресурсов:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \alpha_{ijs}(t) x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} \beta_{klv}(t) x_{klv} \geq D(t), \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} d_{ijs}(t) x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} w_{klv}(t) x_{klv} \leq E(t), \quad (9)$$

где $\alpha_{ijs}(t)$ и $\beta_{klv}(t)$ – объемы производства с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s (т/га) и объемы производства животноводческой продукции v по технологии l от животного вида k (т/гол.); $D(t)$ – объем получения продукции (т), связанный с t ; $d_{ijs}(t)$ и $w_{klv}(t)$ – трудозатраты на производство растениеводческой продукции s (чел. ч/га) с единицы площади поля i на участке j и животноводческой продукции v по технологии l от животного вида k (чел. ч/гол.); $E(t)$ – возможности использования трудозатрат (чел. ч) в зависимости от t . В неравенствах (8) и (9) t – параметр, характеризующий время.

Приведенная модель является однопараметрической и предполагает, что некоторые коэффициенты левых частей ограничений характеризуются значимыми трендами. Решение задачи (1) – (3), (6) – (9) позволяет определять оптимальные планы, соответствующие максимальной прибыли в зависимости от параметра t . Поскольку с помощью тренда можно получить прогностические значения, их использование в экстремальной задаче позволяет с определенной точностью планировать производственные показатели.

Стохастическая модель оптимизации производства аграрной продукции с учетом рисков производства аграрной продукции. Помимо неоднородности участков земельных ресурсов в модели учитываются риски, связанные с неблагоприятными климатическими условиями и экстремальными событиями, а также вредителями и болезнями растений, заразными и незаразными болезнями сельскохозяйственных животных. Возможно сочетание биологических и гидрометеорологических событий в течение одного года.

С одной стороны, учет неоднородности земель способствует повышению уровня адекватности описания реальной ситуации при производстве аграрной продукции. Однако увеличение доходов сельскохозяйственного товаропроизводителя при правильном использовании разных по продуктивности участков не гарантирует отсутствия потерь, вызванных неблагоприятными гидрометеорологическими и биологическими событиями. Эти события с разной степенью влияют на производственно-экономические показатели хозяйства, муниципального района и природно-климатической зоны, включающей в себя группу районов. Особый интерес вызывает моделирование производства аграрной продукции при формировании редкого события.

Максимальный доход от производства растениеводческой и животноводческой продукции запишем как:

$$P[f(X, \varphi, \psi) \geq \chi], \quad (10)$$

где X – вектор неизвестных модели, включающий в себя x_{ijs} , x_{klv} – искомые переменные с размерностями га и гол., φ и ψ – векторы случайных коэффициентов, в которые входят $\varphi_{w_{ijs}}^p$ – вероятностная оценка потерь с единицы площади поля i на участке j в виде продукции s от

экстремального явления вида w (т/га) и ψ_{wklv}^p – вероятностная оценка потерь от производства единицы продукции вида v по технологии l от животного вида k , вызванные экстремальным явлением вида w (руб./гол.), P – вероятность; χ – некоторый порог целевой функции;

Ограничения по ресурсам:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijs} \leq A_s - \Phi_w^p, \quad (11)$$

$$\sum_{l \in L} \sum_{v \in V} x_{klv} \leq B_k - \Psi_w^p, \quad (12)$$

где A_s и B_k – имеющиеся в распоряжении предприятия земельные ресурсы (га) и возможности по содержанию сельскохозяйственных животных (гол.); Φ_w^p – вероятные потери площадей (га), подверженных экстремальным явлениям w , Ψ_w^p – вероятные потери продукции животноводства как результата влияния события w (гол.).

Неравенство по производству продукции можно записать как:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \alpha_{ijs} x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} \beta_{klv} x_{klv} - \sum_{w \in W} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} \omega_{wijs}^p x_{ijs} - \sum_{w \in W} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} \xi_{wklv}^p x_{klv} \geq D, \quad (13)$$

где α_{ijs} и β_{klv} – объемы производства с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s (т/га) и объемы производства животноводческой продукции v по технологии l от животного вида k (т/гол.); ω_{wijs}^p – вероятные потери продукции с единицы площади поля i на участке j вида s , вызванные событием w (т/га); ξ_{wklv}^p – вероятные потери производства животноводческой продукции v по технологии l от животного вида k под воздействием события w (т/гол.); D – заданный объем получения продукции (т).

Ограничение по использованию трудовых ресурсов запишем в виде:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} d_{ijs} x_{ijs} + \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} w_{klv} x_{klv} \leq E + \sum_{w \in W} M_w^p, \quad (14)$$

где d_{ijs} и w_{klv} – трудозатраты на производство растениеводческой продукции s с единицы площади поля i на участке j (чел. ч/га) и животноводческой продукции v по технологии l вида k (чел. ч/гол.); E – возможности использования трудозатрат (чел. ч); M_w^p – дополнительные трудозатраты по смягчению потерь от воздействия события w (чел. ч).

Связь отраслей растениеводства и животноводства посредством введения ограничения по обеспеченности животных элементами питания:

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} (u_{zjis} \alpha_{ijs} + \lambda_{zjis} m_{ijs} - u_{zjis} \rho_{ijs}^p - \lambda_{zjis} \theta_{ijs}^p) x_{ijs} \geq \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{v \in V} b_{zklv} x_{klv}, \quad (15)$$

где u_{zjis} – содержание элемента питания z в единице кормовой продукции, полученной от производства растениеводческой продукции s с единицы площади поля i на участке j (кг/т); α_{ijs} – объем производства с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s (т/га); λ_{zjis} – содержание элемента питания z в единице побочной кормовой продукции s , полученной с поля i на участке j (кг/т); m_{ijs} – выход с единицы площади побочной продукции, полученной от производства кормов s с единицы площади поля i на участке j (т/га); b_{zklv} – минимальная потребность в элементе питания z единицы поголовья от производства животноводческой продукции v по технологии l животного вида k (кг/гол.); ρ_{ijs}^p – вероятные (p) потери продукции с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s

(т/га); θ_{ijs}^p – вероятные (p) потери побочной продукции с единицы площади поля i на участке j растениеводческой продукции s (т/га), причем $z \in Z$.

Неотрицательность неизвестных модели описывается неравенством (7).

Информационное обеспечение моделей оптимизации производства аграрной продукции. Информационное обеспечение моделей оптимизации производства аграрной продукции включает в себя сбор, хранение и анализ данных. Для обеспечения модели достоверными сведениями можно использовать средства дистанционного зондирования земли, показатели датчиков сельскохозяйственной техники и мониторинга разных видов животных.

Важным этапом является сбор данных о физических, химических и биологических свойствах почвы, агроклиматических условиях, о развитии биомассы растений и урожая и других факторах, влияющих на результаты производства. Кроме того, необходимы экономические данные, связанные с затратами на производство, доходами, ценами на продукцию и топливо, семенами, удобрениями, техникой; технологическим перевооружением.

Для расширения возможностей использования моделей необходимо накапливать и хранить производственно-экономическую, агрометеорологическую, гидрологическую, экологическую, историко-архивную и другие виды информации. Поэтому создаются базы знаний и базы данных с большими объемами данных.

Примеры реализации моделей. Для разработки модели производства аграрной продукции были проанализированы основные характеристики условного предприятия:

- посевная площадь разных сельскохозяйственных культур;
- энергозатраты;
- объемы производства;
- трудозатраты;
- экономические характеристики;
- потери как результат влияния неблагоприятных условий,

Модель описывает предприятие с тремя неоднородными по плодородию полями для выращивания пшеницы, ячменя и овса, т.е. рассмотрена растениеводческая отрасль без животноводства. Каждое поле разделено на неоднородные участки, урожайность на каждом из которых имеет свои особенности. Поскольку модель позволяет оптимизировать площади или объемы производства растениеводческой продукции, при ее реализации использованы первое слагаемое целевой функции (1), ограничения (2), а также (7), (8) и (9) без учета отрасли животноводства.

Для построения задач параметрического программирования использованы тренды урожайности сельскохозяйственных культур, отображающие тенденции всего ряда и последовательности ложбин [24]. В качестве трендов определены логистическая и асимптотическая функции для описания коэффициентов $\alpha_{ijs}(t)$ неравенства (8):

$$\alpha_{ijs}(t) = \frac{a_{ijs}^{\max}}{(1 + e^{-\rho_{ijs}t})}, \quad (16)$$

$$\alpha_{ijs}(t) = a_{ijs}^{\max} - (a_{ijs}^{\max} - a_{ijs}^{\min})e^{-\rho_{ijs}t}, \quad (17)$$

где a_{ijs}^{\max} – уровень насыщения, a_{ijs}^{\min} – значение функции в начальный момент времени, ρ_{ijs} – скорость роста функции.

Уровень насыщения выделен по наибольшему значению урожайности зерновых культур с добавлением точности ее оценки.

В приведенном примере принято допущение, что трудозатраты на производство растениеводческой продукции s с единицы площади поля i на участке j $d_{ijs}(t)$, входящие в неравенство (9), являются постоянными за рассматриваемый период. При этом участки в пределах поля обладают однородностью. В качестве заблаговременности при прогнозировании урожайности зерновых культур принят 1 год.

Задача решена для уровней, характеризующих усредненную и низкую урожайность, согласно методике [24]. В таблице 1 приведены значения коэффициентов модели, используемые при оптимизации производства зерновых культур. Общая площадь зерновых составила 9800 га: пшеницы (4866 га), ячменя (3100 га) и овса (1934 га).

Таблица 1. Значения коэффициентов целевой функции и ограничений, используемых в моделях оптимизации производства зерновых культур на предприятии

Характеристика	Коэффициент использования сельскохозяйственных угодий	Затраты на горюче-смазочные материалы, руб./га	Оплата труда руб./га	Цена реализации зерна
Значение	1	2800 - 3400	3000 - 3500	4330 - 8600

В таблицах 2 и 3 приведены прогностические значения урожайности пшеницы, ячменя и овса для разных полей в усредненных и неблагоприятных условиях ведения производства. Рассмотрено семь разных полей пшеницы, четыре – ячменя и одно – овса. Оптимальные планы приведены в виде объемов производства, поскольку площади сельскохозяйственных угодий в задачах оставались неизменными.

Таблица 2. Результаты решения задачи параметрического программирования в усредненных условиях для зерновых культур

Характеристики	Пшеница						
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}
Урожайность ц/га	25,4	24,1	23,2	25,9	23,7	23,4	25,9
Объём ц.	11520,0	13350,0	8008,0	12870,0	16140,0	38584,0	18265,0
Характеристики	Ячмень				Овес	Доход	Прибыль
	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{31}		
Урожайность ц/га	24,5	24,7	24,4	24,5	23,1	70159,3 тыс. руб.	12022,4 тыс. руб.
Объём ц.	7425,2	18000,0	15207,5	50524,8	46260,0		

Согласно полученным результатам в усредненных условиях предприятие окажется с прибылью более 12 млн руб. В случае деятельности сельскохозяйственных товаропроизводителей в неблагоприятных условиях прибыль уменьшится на 42,4 % относительно усредненной ситуации, а потери урожая составят более 3400 т зерна или 13,4 %.

Таблица 3. Результаты решения задачи параметрического программирования при неблагоприятных условиях для зерновых культур

Характеристики	Пшеница						
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}
Урожайность ц/га	19,2	26,7	28,6	23,4	26,9	21,2	28,1
Объём ц.	10263,42	12093,42	6551,42	11613,80	14883,42	33327,42	17008,88
Характеристики	Ячмень				Овес	Доход	Прибыль
	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{31}		
Урожайность ц/га	22,60	19,50	21,70	22,70	17,70	63512,9 тыс. руб.	6925,4 тыс. руб.
Объём ц.	5968,62	16743,80	13950,92	45268,22	34270,6		

Помимо неблагоприятных ситуаций, тенденция которых может быть описана в виде значимого тренда, некоторые значения могут находиться ниже тренда последовательности нижних уровней ряда, представляя собой события [21]. Для оценки событий использованы законы распределения вероятностей, в конкретном случае – распределение Пирсона III типа. Определение вероятностей выделенных событий осуществляется на основе согласования аналитической функции распределения эмпирическим данным, полученным как разность фактических значений исходного ряда и значений тренда последовательности ложбин. После оценки значений и вероятностей событий формируется модель с целевой функцией и ограничениями, реализуемая с помощью программного комплекса «Управление рисками при планировании аграрного производства». В таблице 4 приведен один случай моделирования с оценками вероятностей наименьших урожайностей, наблюдавшихся на рассматриваемых полях (наихудший вариант производства зерна за почти 30-летний период). Согласно полученному результату, прибыль уменьшится почти на 75 % относительно усредненных условий, а потери зерновых превысят 23 %. Оптимальное решение соответствует усредненной вероятности 0,127.

Для моделирования других ситуаций с использованием метода статистических испытаний определяются разные сочетания вероятностей и соответствующие им урожайности сельскохозяйственных культур. Для каждой ситуации строится модель и рассчитывается оптимальное решение. При моделировании вероятностей можно использовать их диапазон $\langle 0,008 - 0,46 \rangle$, полученный на основе эмпирических данных. При необходимости этот диапазон можно изменить.

Таблица 4. Результаты решения задачи с вероятностными оценками с учетом влияния на производство событий

Характеристики	Пшеница						
	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}
Урожайность ц/га	15,3	15,5	17,8	18,9	15,8	19,6	18,4
Вероятность	0,0080	0,0090	0,020	0,027	0,044	0,050	0,20
Объём ц.	10763,20	7668,47	10035,00	8488,61	10475,74	34820,35	12748,63
Характеристики	Ячмень				Овес	Доход	Прибыль
	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{31}		
Урожайность ц/га	20,00	21,10	20,80	17,10	16,7	67192,5 тыс. руб.	3050,6 тыс. руб.
Вероятность	0,060	0,23	0,17	0,24	0,46		
Объём ц.	13560,00	2681,25	13020,00	37738,75	34226,52		

Заключение. Описаны три математические модели оптимизации производства аграрной продукции с учетом неоднородностей земельных ресурсов: линейная модель сочетания отраслей растениеводства и животноводства; параметрическая модель оптимизации производства аграрной продукции и модель оптимизации производства аграрной продукции в условиях влияния на производственные процессы экстремальных событий.

Приведены примеры решения предложенных моделей для оптимизации производства зерновой продукции с учетом неоднородности земельных ресурсов в усредненных, неблагоприятных условиях деятельности товаропроизводителей, а также с учетом влияния экстремальных событий на производство.

Выполнено сравнение результатов, полученных с помощью предложенных моделей.

Использование рассмотренных математических моделей позволяет оптимизировать разные ситуации производственной деятельности товаропроизводителя для принятия эффективных управленческих решений.

Список источников

1. Проблемы и перспективы развития АПК и сельских территорий. Монография. Изд-во: ООО “Центр развития научного сотрудничества” (Новосибирск), 2014. – 281с.
2. Афанасьев М.Ю. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: Учеб. пособие. / М.Ю. Афанасьев, Б.П. Суворов. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 444 с.
3. Ашманов С.А. Линейное программирование / С.А. Ашманов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 340 с.
4. Булатов В.П. Об одном эффективном методе выпуклого программирования / В.П. Булатов, Н.И. Федурин // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2, 2004. – Т. 11. – № 1. – С. 1-5.
5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Книга 1 / Ф.П. Васильев. – М.: МЦНМО, 2011. – 620 с.
6. Гатаулин А.М. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / А.М. Гатаулин, Г.В. Гавриков, Т.М. Сорокина и др. – М.: Агропромиздат, 1990. – 432 с.
7. Данциг Д. Линейное программирование, его применения и обобщения / Д. Данциг. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.
8. Кардаш В.А. Модели управления производственно-экономическими процессами в сельском хозяйстве / В.А. Кардаш. – М.: Экономика, 1981. – 183 с.
9. Иваньо Я.М. Решение задач управления аграрным производством в условиях неполной информации. Монография / Я.М. Иваньо, П.Г. Асалханов, М.Н. Барсукова [и др.] – Иркутск: Изд-во ИрГСХА, 2012. – 200 с.
10. Таха Х.А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ / Х.А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
11. Вараница-Городовская Ж.И. Модели оптимизации затрат труда на производство аграрной продукции с учетом нелинейных функций с экстремальными оценками / Ж.И. Вараница-Городовская, Я.М. Иваньо // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика, 2017. – № 3. – С. 21-31.
12. Иваньо Я.М. Задача параметрического программирования с моделями прогнозирования урожайности сельскохозяйственных культур / Я.М. Иваньо, С.А. Петрова, М.Н. Барсукова [и др.] // Прикладная информатика, 2021. – Т. 16. – № 6 (96). – С. 131-143. – DOI: 10.37791/2687-0649-2021-16-6-131-143.
13. Ковадло И.А. О модели параметрического программирования для производства аграрной продукции на неоднородных землях / И.А. Ковадло, Я.М. Иваньо // В сборнике: Развитие агропромышленного комплекса в условиях становления цифровой экономики в России и за рубежом. Материалы всероссийской (национальной) научно-практической конференции с международным участием, посвященной 85-летию со дня рождения Почетного работника высшего профессионального образования РФ, доктора экономических наук Винокурова Геннадия Михайловича. – Молодежный, 2021. – С. 135- 142.
14. Давыденко А.Ю. Эколого-математическая модель производства сельскохозяйственной продукции со случайными параметрами / А.Ю. Давыденко, Я.М. Иваньо, Е.А. Хогоева // Вестник ИрГСХА, 2014. – Вып. 61. – С. 115-121.
15. Носонов А.М. Современные методы моделирования развития сельскохозяйственной продукции / А.М. Носонов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: естественные науки, 2018. – № 3. – С. 62-74.
16. Ivanyo Ya., Asalkhanov P., Bendik N. Management of the Agro-industrial enterprise: optimization uncertainty expert assessments. International multi-conference on industrial engineering and modern technologies, FarEastCon, 2019, 7 p., DOI:10.1109/FarEastCon.2019.8934788.
17. Ivanyo Ya., Petrova S., Polkovskaya M. et al. Modeling of the production of agrarian products under the conditions of influence of droughts, rainfall and their combinations. Proceedings of the Vth International workshop “Critical infrastructures: contingency management, intelligent, agent-based, cloud computing and cyber security” (IWCI 2018). Advances in intelligent systems research, 2018, v. 158, pp. 78-84, DOI:10.2991/iwci-18.2018.
18. Сиротенко О.Д. Математическое моделирование водно-теплового режима и продуктивности агроэкосистем / О.Д. Сиротенко. – Л.: Гидрометеиздат, 1981. – 188 с.
19. Хлыстовский А.Д. Плодородие почвы при длительном применении удобрений и извести / А.Д. Хлыстовский. – М.: Наука, 1992. – 192 с.
20. Ivanyo Ya., Petrova S., Polkovskaya M. Optimization models of agricultural production with heterogeneous land resources. Journal of physics: Conference Series 18. “XVIII International conference on prospects of fundamental sciences development, PFSD 2021”, 2021, pp. 012041.
21. Иваньо Я.М. Об одном алгоритме выделения аномальных уровней временного ряда для оценки рисков / Я.М. Иваньо, С.А. Петрова // Актуальные вопросы аграрной науки, 2022. – № 42. – С. 48-57.

22. Барсукова М.Н. Об одной модели оптимизации производства аграрной продукции в благоприятных и неблагоприятных внешних условиях // М.Н. Барсукова, Я.М. Иваньо, С.А. Петрова // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2020. – № 3 (19). – С. 73-85.
23. Юдин Д.Б. Математические методы управления в условиях неполной информации: Задачи и методы стохастического программирования / Д.Б. Юдин. – М.: Ленанд, 2017. – 400 с
24. Дружинин И.П. Долгосрочный прогноз и информация / И.П. Дружинин. – Новосибирск: Наука, 1987. – 255 с.

Иваньо Ярослав Михайлович. Доктор технических наук, профессор, проректор по цифровой трансформации, профессор кафедры информатики и математического моделирования Иркутского государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского. Основные научные интересы: математическое моделирование разных аспектов получения продовольственной продукции с учетом климатических, техногенных и биологических рисков. AuthorID: 106394, SPIN: 9654-8057, ORCID: 0000-0003-4118-7185, iasa_econ@rambler.ru, 664038, Россия, Иркутская обл., Иркутский р-он, п. Молодежный.

Ковадло Илья Андреевич. Аспирант кафедры информатики и математического моделирования, институт экономики, управления и прикладной информатики Иркутского государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского. kovadlo95@gmail.com, 664038 Россия, Иркутская обл., Иркутский р-н, п. Молодежный.

Федурина Нина Ивановна. Кандидат технических наук, доцент, руководитель центра управления качеством образования, доцент кафедры информатики и математического моделирования Иркутского государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского. Основные научные интересы: математическое моделирование и прогнозирование производства аграрной продукции с учетом неопределенности параметров. AuthorID: 460753, SPIN: 9556-2188, ORCID: 0000-0002-8714-6859, fedurina_n@mail.ru, 664038 Россия, Иркутская обл., Иркутский р-он, п. Молодежный.

UDC 517:519.8:004:63

DOI:10.25729/ESI.2023.31.3.012

About three models of linear programming in relation to the production of agricultural products

Yaroslav M. Ivanyo, Ilya A. Kovadlo, Nina I. Fedurina

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Yezhevsky,
Russia, Irkutsk, iymex@rambler.ru, kovadlo95@gmail.com

Abstract. The article discusses three linear programming models for optimizing the production of agricultural products in conditions of land heterogeneity. The first model describes a combination of crop and livestock industries. The second parametric programming model allows you to plan the production of agricultural products for a certain perspective. The third model characterizes the situation of optimizing the production of agricultural products under conditions of risks. Examples of the implementation of the developed models are given.

Keywords: modeling of production, agricultural products, mathematical modeling, mathematical modeling

References

1. Problemy i perspektivy razvitiya APK i sel'skikh territoriy. Monografiya [Problems and prospects for the development of the agro-industrial complex and rural areas]. Izd-vo: OOO "Tsentr razvitiya nauchnogo sotrudnichestva" [Publishing house: Limited liability company "Center for the development of scientific cooperation"], Novosibirsk, 2014. 281p.
2. Afanasiev M. Yu., Suvorov B.P. Issledovaniye operatsiy v ekonomike: modeli, zadachi, resheniya: Ucheb. posobiye [Research operations in the economy: models, tasks, solutions: Proc. Allowance]. M.: INFRA-M, 2003, 444 p.
3. Ashmanov S.A. Lineynoye programmirovaniye [Linear programming]. M., Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury [The main edition of physical and mathematical literature], 1981, 340 p.

4. Bulatov V.P., Fedurina N.I. Ob odnom effektivnom metode vypuklogo programmirovaniya [On one effective method of convex programming]. Diskretnyy analiz i issledovaniye operatsiy. Seriya 2 [Discrete analysis and research of operations. Series 2], 2004, vol. 11, no. 1, pp. 1-5.
5. Vasiliev F. P. Metody optimizatsii. Kniga 1 [Optimization methods. Book 1]. M., MTSNMO, 2011, 620 p.
6. Gataulin A.M., Gavrikov G.V., Sorokina T.M. [et al.] Matematicheskoye modelirovaniye ekonomicheskikh protsessov v sel'skom khozyaystve [Mathematical modeling of economic processes in agriculture]. M., Agropromizdat, 1990, 432 p.
7. Danzig D. Lineynoye programmirovaniye, yego primeneniya i obobshcheniya [Linear programming, its applications and generalizations]. M., Progress, 1966, 600 p.
8. Kardash V.A. Modeli upravleniya proizvodstvenno-ekonomicheskimi protsessami v sel'skom khozyaystve [Models of management of production and economic processes in agriculture]. M., Economics, 1981, 183 p.
9. Ivan'o YA.M., Asalkhanov P.G., Barsukova M.N. [et al.] Resheniye zadach upravleniya agrarnym proizvodstvom v usloviyakh nepolnoy informatsii [Solving the problems of managing agricultural production in conditions of incomplete information]. Irkutsk, Izd-vo IRGSHA, 2012, 200 p.
10. Taha H.A. Vvedeniye v issledovaniye operatsiy, 7-ye izdaniye [Introduction to operations research, 7th edition]. M., Izdatel'skiy dom "Vil'yams" [Publishing house "Williams"], 2005, 912 p.
11. Varanitsa-Gorodovskaya Zh.I., Ivan'o Ya.M. Modeli optimizatsii zatrat truda na proizvodstvo agrarnoy produktsii s uchetom nelineynykh funktsiy s ekstremal'nymi otsenkami [Models of optimization of labor costs for the production of agricultural products, taking into account nonlinear functions with extreme estimates]. Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika, informatika [Bulletin of the Buryat State University. Mathematics, computer science], 2017, no. 3, pp. 21-31.
12. Ivanyo Ya.M., Petrova S.A., Barsukova M.N. [et al.] Zadacha parametricheskogo programmirovaniya s modelyami prognozirovaniya urozhaynosti sel'skokhozyaystvennykh kul'tur [The task of parametric programming with models for predicting the productivity of agricultural crops]. Prikladnaya informatika [Applied Informatics], 2021, vol. 16, no. 6 (96), pp. 131-143, DOI:10.37791/2687-0649-2021-16-6-131-143.
13. Kovadlo I.A., Ivan'o Ya.M. O modeli parametricheskogo programmirovaniya dlya proizvodstva agrarnoy produktsii na neodnorodnykh zemlyakh [On the model of parametric programming for the production of agricultural products on heterogeneous lands]. V sbornike: Razvitiye agropromyshlennogo kompleksa v usloviyakh stanovleniya tsifrovoy ekonomiki v Rossii i za rubezhom. Materialy vs Rossiyskoy (natsional'noy) nauchno-prakticheskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiyem, posvyashchennoy 85-letiyu so dnya rozhdeniya Pochetnogo rabotnika vysshego professional'nogo obrazovaniya RF, doktora ekonomicheskikh nauk Vinokurova Gennadiya Mikhaylovicha [In the collection: Development of the agro-industrial complex in the context of the formation of the digital economy in Russia and abroad. Materials of the All-Russian (national) scientific and practical conference with international participation, dedicated to the 85th anniversary of the birth of the honorary worker of higher professional education of the Russian Federation, doctor of economics Gennady Mikhailovich Vinokurov], Molodezhny, 2021, pp. 135-142.
14. Davydenko A.Yu., Ivanyo Ya. M., Khogoeva E.A. Ekologo-matematicheskaya model' proizvodstva sel'skokhozyaystvennoy produktsii so sluchaynymi parametrami [Ecological-mathematical model of agricultural production with random parameters]. Vestnik IrGSHA, 2014, iss. 61, pp. 115-121.
15. Nosonov A.M. Sovremennyye metody modelirovaniya razvitiya sel'skokhozyaystvennoy produktsii [Modern methods of modeling the development of agricultural products]. Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: yestestvennyye nauki [Bulletin of the Moscow state regional university. Series: natural sciences], 2018, no. 3, pp. 62-74.
16. Ivanyo Ya., Asalkhanov P., Bendik N. Management of the Agro-industrial enterprise: optimization uncertainty expert assessments. International multi-conference on industrial engineering and modern technologies, FarEastCon, 2019, 7 p., DOI:10.1109/FarEastCon.2019.8934788.
17. Ivanyo Ya., Petrova S., Polkovskaya M. [et al.] Modeling of the production of agrarian products under the conditions of influence of droughts, rainfall and their combinations. Proceedings of the Vth International workshop "Critical infrastructures: contingency management, intelligent, agent-based, cloud computing and cyber security" (IWCI 2018). Advances in intelligent systems research, 2018, v. 158, pp. 78-84, DOI:10.2991/iwci-18.2018.
18. Sirotenko O.D. Matematicheskoye modelirovaniye vodno-teplovogo rezhima i produktivnosti agroekosistem. [Mathematical modeling of water-thermal regime and productivity of agroecosystems]. L., Gidrometeoizdat, 1981, 188 p.
19. Khlystovsky A.D. Plodorodiye pochvy pri dlitel'nom primenenii udobreniy i izvesti [Soil fertility with long-term use of fertilizers and lime], M., Nauka [Science], 1992, 192 p.

20. Ivanyo Ya., Petrova S., Polkovskaya M. Optimization models of agricultural production with heterogeneous land resources. Journal of physics: Conference Series 18. "XVIII International conference on prospects of fundamental sciences development, PFSD 2021", 2021, pp. 012041.
21. Ivanyo Ya.M., Petrova S.A. Ob odnom algoritme vydeleniya anomal'nykh urovney vremennogo ryada dlya otsenki riskov [On one algorithm for selecting anomalous levels of a time series for risk assessment]. Aktual'nyye voprosy agrarnoy nauki [Actual issues of agrarian science], 2022, no. 42, pp. 48-57.
22. Barsukova M.N., Ivanyo Ya.M., Petrova S.A. Ob odnoy modeli optimizatsii proizvodstva agrarnoy produktsii v blagopriyatnykh i neblagopriyatnykh vneshnikh usloviyakh [On one model of optimizing the production of agricultural products in favorable and unfavorable external conditions]. Informatsionnyye i matematicheskiye tekhnologii v nauke i upravlenii [Information and mathematical technologies in science and management], 2020, no. 3 (19), pp. 73-85.
23. Yudin D.B. Matematicheskiye metody upravleniya v usloviyakh nepolnoy informatsii: Zadachi i metody stokhasticheskogo programmirovaniya [Mathematical methods of control in conditions of incomplete information: Problems and methods of stochastic programming]. M., Lenand, 2017, 400 p.
24. Druzhinin I.P. Dolgosrochnyy prognoz i informatsiya [Long-term forecast and information]. Novosibirsk, Nauka [Science], 1987, 255 p.

Ivano Yaroslav Mikhailovich. Doctor of technical sciences, professor. Position: vice-rector for Digital transformation, professor of the Department of informatics and mathematical modeling, Irkutsk state agrarian university named after A.A. Yezhevsky. Main scientific interests: mathematical modeling of various aspects of obtaining food products, taking into account climatic, technogenic and biological risks. AuthorID: 106394, SPIN: 9654-8057, ORCID: 0000-0003-4118-7185, iasa_econ@rambler.ru, Russia, Irkutsk region, Irkutsk district, Molodezhny.

Kovadlo Ilya Andreevich. Postgraduate student of the Department of informatics and mathematical modeling, institute of economics, Management and applied informatics. Irkutsk state agrarian university named after A.A. Yezhevsky. kovadlo95@gmail.com, 664038, Russia, Irkutsk region, Irkutsk district, Molodezhny.

Fedurina Nina Ivanovna. Candidate of technical sciences, associate professor, head of the education quality management center, associate professor of the Department of informatics and mathematical modeling, Irkutsk state agrarian university named after A.A. Yezhevsky. Main scientific interests: mathematical modeling and forecasting of agricultural production, taking into account the uncertainty of parameters. AuthorID: 460753, SPIN: 9556-2188, ORCID: 0000-0002-8714-6859, fedurina_n@mail.ru, 664038 Russia, Irkutsk region, Irkutsk district, Molodezhny.

Статья поступила в редакцию 27.06.2023; одобрена после рецензирования 06.09.2023; принята к публикации 25.09.2023.

The article was submitted 06/27/2023; approved after reviewing 09/06/2023; accepted for publication 09/25/2023.