

Математические технологии

УДК 519.6

DOI:10.25729/ESI.2023.30.2.009

Восстановление вектора скорости ветра по данным лидарного зондирования методом сплайн-аппроксимации

Баранов Николай Алексеевич

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, Москва, *baranov@ians.aero*

Аннотация. В работе рассматривается задача восстановления скорости горизонтального ветра по данным лидарного сканирования, которые обеспечивают измерения радиальной составляющей. Предложен подход, при котором компоненты скорости ветра вычисляются не в отдельной точке, а в заданном наборе узлов, расположенных вдоль заданного направления. Предлагаемый алгоритм использует идею покоординатного вычисления компонент вектора. Каждая компонента вычисляется методом сплайн-аппроксимации специальным образом выделенного подмножества измерений. Представлены результаты численных расчетов.

Ключевые слова: восстановление вектора скорости ветра, сплайн-аппроксимация, лидарное сканирование

Цитирование: Баранов Н.А. Восстановление вектора скорости ветра по данным лидарного зондирования методом сплайн-аппроксимации / Н.А. Баранов // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 2(30). – С. 83-97. – DOI: 10.25729/ESI.2023.30.2.009.

Введение. Наземные лидарные системы дистанционного измерения скорости ветра находят все большее применение. В частности, они применяются в аэропортах для обнаружения сдвига ветра, а также мониторинга вихревых следов за самолетами [1]. Особенностью измерений ветровой обстановки лидарными системами является то, что они обеспечивают измерение проекции скорости ветра на направление сканирования. Пространственная картина ветрового поля получается за счет кругового сканирования с некоторым постоянным углом места, так называемый режим сканирования PPI – Plan Position Indicator. При сканировании с малым углом места можно считать, что вклад вертикальной составляющей ветра в измерения пренебрежимо мал и измеряется только горизонтальная составляющая скорости.

Поскольку непосредственно измеряется только радиальная составляющая скорости ветра (проекция на направление измерения) возникает задача восстановления двумерного вектора скорости по данным измерений в нескольких направлениях.

В работе [2] представлен краткий обзор методов, применяемых для решения задачи восстановления вектора скорости горизонтального ветра по данным лидарного сканирования в режиме PPI. В частности, рассмотрены вариационные методы восстановления и метод оптимальной интерполяции.

В методе оптимальной интерполяции [3] компоненты скорости ветра определяются путем минимизации функционала вида

$$J = (\mathbf{w} - \mathbf{w}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{w} - \mathbf{w}_b) + (\mathbf{w}_o - \mathbf{H} \cdot \mathbf{w})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{w}_o - \mathbf{H} \cdot \mathbf{w}),$$

где \mathbf{w} - вектор искомых параметров скорости ветра; \mathbf{w}_b - вектор априорной информации о скорости ветра в анализируемом пространстве; \mathbf{w}_o - вектор измерений скорости ветра; \mathbf{B} и \mathbf{R} - соответственно ковариационные матрицы скорости ветра и ошибки измерений; \mathbf{H} - матрица наблюдений. В методах вариационного типа в функционал качества добавляются еще функции штрафа, учитывающие ограничения на дивергенцию или завихренность векторного поля [4 - 6].

Общая проблема применения этих методов состоит в том, что они используют дополнительные гипотезы о структуре ветрового поля, например, принимается допущение об изотропности [7], а также требуют дополнительных исходных данных о ковариационных матрицах ветрового поля и ошибках измерений, получение которых в общем случае неплоского рельефа местности и различных метеоусловий представляет собой трудно разрешимую задачу.

Для восстановления вектора скорости ветра по данным лидарного сканирования также активно используется метод наименьших квадратов (МНК) с весовыми коэффициентами [8 – 10], согласно которому вычисление горизонтальных компонент u , v скорости ветра в точке \mathbf{r}_0 с координатами (φ_0, r_0) по измерениям V_j в точках $\mathbf{r}_j = (\varphi_j, r_j)$ из некоторой ее окрестности основано на минимизации функционала вида

$$I(u(\mathbf{r}_0), v(\mathbf{r}_0)) = \sum_{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0| \leq \Delta r} w_j (V_j - u \cos \varphi_j - v \sin \varphi_j)^2, \quad (1)$$

где w_j - специальным образом подобранные весовые коэффициенты. Привлекательность использования метода наименьших квадратов для восстановления вектора горизонтальной скорости ветра состоит в том, что он не требует практически никакой дополнительной информации кроме данных о среднеквадратической ошибке измерений, которые используются для вычисления весовых коэффициентов.

Проблема применения МНК связана с тем, что из-за наличия пропусков в данных измерений оценки компонент скорости ветра могут быть смещенными, что приводит к выбросам в решении. Эту проблему иллюстрирует пример, показанный на рис. 1. Рассматривается постоянное поле ветра с компонентами скорости $u_0 = 5$ м/с, $v_0 = 6$ м/с. Вектор, соответствующий истинному направлению и скорости ветра, показан на рис. 1 зеленым цветом.

Измерения представляют собой значение радиальной составляющей скорости в точках r_i , равномерно расположенных вдоль направлений измерений φ_j :

$$w_{ij} = u_0 \cdot \cos \varphi_j + v_0 \cdot \sin \varphi_j + \xi_{ij},$$

где ξ_{ij} - ошибка измерений, которая является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием, равным нулю, и среднеквадратическим отклонением 0.25 м/с. Предполагается, что некоторые измерения являются недостоверными – они показаны на рис. 1 выколотыми точками. Для вычисления скорости в точке $\varphi_0 = 0^\circ$, $r_0 = 2200$ м отбираются измерения в точках, удаленных от точки (φ_0, r_0) не более, чем на $\Delta r = 200$ м. Соответствующая окрестность точки \mathbf{r}_0 показана пунктирной линией.

Можно видеть (рис. 1), что в окрестность $|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_0| \leq \Delta r$ попадает некоторое множество недостоверных измерений, причем в этой области недостоверные измерения расположены неравномерно, концентрируясь вблизи нижней границы.

Результатом решения задачи восстановления методом наименьших квадратов является вектор скорости ветра, показанный на рис. 1 красным цветом. При этом погрешность определения скорости составила ≈ 2 м/с, что составляет 25% от истинного значения, а погрешность определения направления $\approx 20^\circ$.

Представленный пример показывает, что МНК довольно чувствителен к пропускам данных.

Также источником значительных погрешностей восстановления скорости ветра является пространственная неоднородность ветрового поля, порождаемая локальными орографическими условиями и турбулентностью атмосферы. Кроме того, вычисления вектора скорости ветра в близких точках выполняются независимо, что не позволяет учесть пространственную корреляцию ветрового поля.

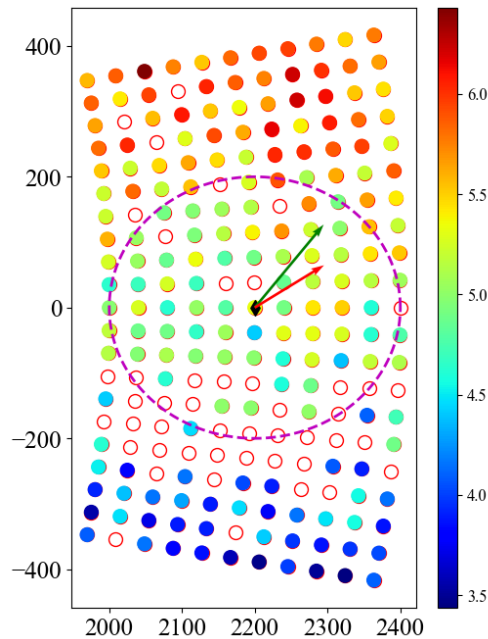


Рис. 1. Пример восстановления вектора скорости ветра методом наименьших квадратов при наличии недостоверных данных

В данной работе рассматривается возможность применения альтернативного подхода к восстановлению двумерного вектора горизонтальной скорости ветра по данным лидарного сканирования в режиме PPI, при котором компоненты скорости ветра вычисляются не в отдельной точке, а в заданном наборе узлов (r_1, \dots, r_n) вдоль заданного направления φ_0 . Предлагаемый алгоритм использует идею покоординатного вычисления компонент вектора: вначале вычисляется компонента скорости вдоль направления φ_0 , а затем – ортогональная ей составляющая скорости ветра. Каждая компонента вычисляется путем сплайн-аппроксимации специальным образом сформированного набора данных измерений.

1. Постановка задачи. Будем предполагать, что измерения выполняются вдоль направлений

$$\varphi_j = \varphi_0 + j \Delta\varphi, \quad j = -n, \dots, n,$$

в контрольных точках, расположенных с постоянным шагом:

$$r_i = r_0 + i \Delta r, \quad i = 0, \dots, m.$$

В результате имеется множество измерений V_{ij} проекций скорости ветра на направления измерений φ_j на дальностях r_i . Для каждого измерения также определен признак его достоверности S_{ij} :

$$S_{ij} = 1, \text{ если измерений } V_{ij} \text{ достоверно,}$$

$$S_{ij} = 0, \text{ в противном случае.}$$

В качестве показателя достоверности может использоваться, например, соотношение сигнал-шум SNR_{ij} , соответствующее измерению V_{ij} [1, 11]. Если значение SNR_{ij} превышает некоторое заданное пороговое значение SNR_{lim} :

$$SNR_{ij} \geq SNR_{lim},$$

то измерение считается достоверным $S_{ij} = 1$. В противном случае измерение недостоверно и $S_{ij} = 0$.

Расчет выполняется в повернутой декартовой системе координат, ось абсцисс которой совпадает с направлением φ_0 . Вектор скорости ветра имеет компоненты (u, v) , где u - компонента скорости ветра вдоль направления φ_0 , v - компонента, ортогональная направлению φ_0 .

Измерения V_{ij} выражаются через компоненты скорости ветра (u_{ij}, v_{ij}) в этой точке зависимостью вида

$$V_{ij} = u_{ij} \cdot \cos(j \Delta \varphi) + v_{ij} \cdot \sin(j \Delta \varphi) + \delta_{ij},$$

где δ_{ij} - погрешность измерений. Предполагается, что ошибки измерений независимы.

Предполагается, что поле ветра является плоскопараллельным, т.е. компоненты скорости являются некоторыми одномерными функциями дальности вдоль направления φ_0 , определенными на интервале $[r_0, r_m]$, и не зависят от азимутальной координаты. Гипотеза о плоскопараллельности поля ветра означает, что скорость ветра в точке r_i вдоль направления φ_j равна скорости в точке $r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)$ вдоль направления φ_0 :

$$u(r_i, \varphi_j) = u(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi), \varphi_0),$$

$$v(r_i, \varphi_j) = v(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi), \varphi_0).$$

Другими словами, согласно гипотезы о плоскопараллельности поля ветра компоненты скорости ветра являются функциями только координаты x (в декартовой системе координат, ось абсцисс которой совпадает с направлением φ_0) и не зависят от ординаты (рис. 2). Соответственно значение радиальной скорости V_{ij} в точке r_i вдоль направления φ_j является проекцией скорости ветра в точке $r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)$ вдоль направления φ_0 на направление φ_j .

Заметим, что при восстановлении скорости ветра для другого направления $\varphi_{01} \neq \varphi_0$ по данным измерений радиальной скорости с учетом этой гипотезы будет приниматься допущение, что компоненты скорости ветра являются функциями только координаты x в декартовой системе координат, ось абсцисс которой совпадает с направлением φ_{01} , а не φ_0 .

Требуется найти оценки $(\hat{u}_0(r), \hat{v}_0(r))$ скорости ветра вдоль направления φ_0 , которые минимизируют функционал качества вида

$$J(\{\hat{u}_{i0}, \hat{v}_{i0}\}) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=-n}^n S_{ij} (V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)) \cdot \cos(j \Delta \varphi) - \hat{v}_0(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)) \cdot \sin(j \Delta \varphi))^2 + \lambda \int_{r_0}^{r_m} \left\{ \left(\frac{d\hat{u}_0}{dr} \right)^2 + \left(\frac{d\hat{v}_0}{dr} \right)^2 \right\} dr. \quad (2)$$

Здесь $\lambda \geq 0$ - параметр сглаживания, контролирующий соотношение между точностью аппроксимации данных и гладкостью аппроксимирующей функции.

Заметим также, что хотя точки измерений вдоль каждого направления расположены равномерно с одинаковым шагом, аппроксимация компонент скорости ветра осуществляется на неравномерной сетке узлов $\{r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)\}$. Кроме того, часть узлов сетки может быть исключена из рассмотрения в силу недоверности измерений, что определяется весовым коэффициентом S_{ij} .

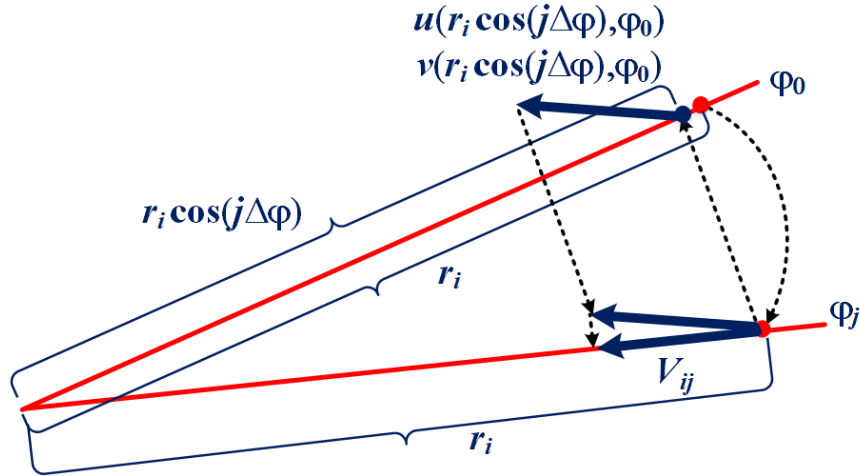


Рис. 2. Геометрическая иллюстрация гипотезы плоскопараллельного поля ветра

2. Алгоритм вычислений. Для решения задачи определения компонент скорости ветра вдоль направления φ_0 будем использовать модифицированный функционал (2), учитывая только измерения, находящиеся в малой δ -окрестности направлений $\varphi_0, \varphi_0 \pm n\Delta\varphi$, т.е. измерения вдоль направлений, отличающихся от направлений $\varphi_0, \varphi_0 \pm n\Delta\varphi$ не более, чем на δ (рис. 3):

$$\begin{aligned} |\varphi_j - \varphi_0| &\leq \delta, \\ |\varphi_j - \varphi_0 - n \cdot \Delta\varphi| &\leq \delta, \\ |\varphi_j - \varphi_0 + n \cdot \Delta\varphi| &\leq \delta. \end{aligned}$$

При таком ограничении функционал (1) будет иметь вид

$$\begin{aligned} J(\{\hat{u}_{i0}, \hat{v}_{i0}\}) = &\sum_{i=0}^m \sum_{\substack{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta, \\ (n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta}} S_{ij} (V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)) \cdot \cos(j \Delta \varphi) - \hat{v}_0(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)) \cdot \sin(j \Delta \varphi))^2 + \\ &\lambda \int_{r_0}^{r_m} \left\{ \left(\frac{d\hat{u}_0}{dr} \right)^2 + \left(\frac{d\hat{v}_0}{dr} \right)^2 \right\} dr \end{aligned} \quad (3)$$

Выполним декомпозицию задачи, пользуясь тем, что проекция боковой составляющей скорости ветра на направление φ_0 равна нулю. Запишем функционал (3) в виде

$$J(\{\hat{u}_{i0}, \hat{v}_{i0}\}) \approx J_1(\{\hat{u}_{i0}\}) + J_2(\{\hat{u}_{i0}, \hat{v}_{i0}\}),$$

где

$$J_1(\{\hat{u}_{i0}\}) = \sum_{i=0}^m \sum_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta} S_{ij} (V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(j \Delta \varphi)) \cdot \cos(j \Delta \varphi))^2 + \lambda \int_{r_0}^{r_m} \left(\frac{d\hat{u}_0}{dr} \right)^2 dr,$$

$$J_2(\{\hat{u}_{i0}, \hat{v}_{i0}\}) = \sum_{i=0}^m \sum_{j: (n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta} S_{ij} (V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(j\Delta\varphi)) \cdot \cos(j\Delta\varphi) - \hat{v}_0(r_i \cdot \cos(j\Delta\varphi)) \cdot \sin(j\Delta\varphi))^2 + \lambda \int_{r_0}^{r_m} \left(\frac{d\hat{v}_0}{dr} \right)^2 dr.$$

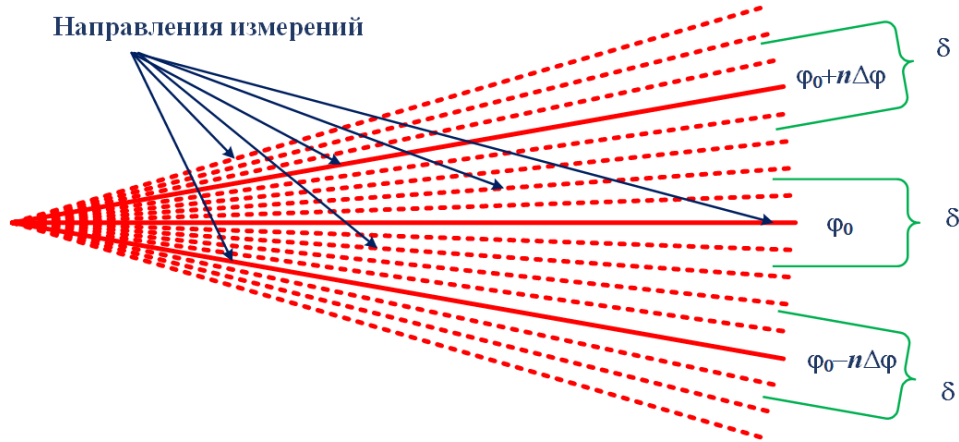


Рис. 3. Геометрическая иллюстрация отбора направлений измерений для формирования модифицированного функционала

В силу того, что параметр δ мал, функционал $J_1(\{\hat{u}_{i0}\})$ представим в виде

$$J'_1(\{\hat{u}_{i0}\}) \approx \sum_{i=0}^m \sum_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta} S_{ij} (V_{ij} - \hat{u}_0(r_i))^2 + \lambda \int_{r_0}^{r_m} \left(\frac{d\hat{u}_0}{dr} \right)^2 dr. \quad (4)$$

Особенностью функционала (4) является то, что в узлах r_i заданы несколько значений аппроксимируемой функции $\hat{u}_0(r)$: $\{V_{ij}\}_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta}$ с учетом признака достоверности измерений S_{ij} .

Поэтому задачу минимизации функционала (3) запишем в виде

$$\min \left\{ \sum_{i=0}^m \max_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta} S_{ij} \cdot (\tilde{V}_i - \hat{u}_0(r_i))^2 + \lambda \int_{r_0}^{r_m} \left(\frac{d\hat{u}_0}{dr} \right)^2 dr \right\}, \quad (5)$$

$$\min \sum_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta} S_{ij} (V_{ij} - \tilde{V}_i)^2, \quad i = 0, \dots, m. \quad (6)$$

Коэффициент $\max_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta} S_{ij}$ учитывает возможность, что на дистанции r_i могут отсутствовать достоверные измерения. Формулировка задачи построения функции $\hat{u}_0(r)$, аппроксимирующей измерения V_{ij} на интервале $[r_0, r_m]$ в диапазоне направлений измерений $|\varphi_j - \varphi_0| \leq \delta$ в виде (5), (6) позволяет выполнить ее декомпозицию на две подзадачи:

- определение аппроксимируемых значений \tilde{V}_i в узлах r_i методом наименьших квадратов (6);
- построение аппроксимирующей функции $\hat{u}_0(r)$ по заданным значениям \tilde{V}_i в узлах r_i как решение задачи (5).

Для узлов r_i , для которых имеется хотя бы одно достоверное значение

$$\sum_{j: |j\Delta\varphi| \leq \delta} S_{ij} > 0,$$

задача вида (6) имеет очевидное решение вида

$$\tilde{V}_i = \frac{\sum_{j:|j\Delta\varphi|\leq\delta} S_{ij}V_{ij}}{\sum_{j:|j\Delta\varphi|\leq\delta} S_{ij}}, \quad i = 0, \dots, m.$$

Решение задачи (5) будем искать в классе кубических сплайнов, удовлетворяющих естественным граничным условиям [12]

$$\hat{u}_0''(r_0) = \hat{u}_0''(r_m) = 0.$$

В этом случае на каждом интервале $[r_i, r_{i+1}]$ функция $\hat{u}_0(r)$ имеет вид

$$\hat{u}_0(r) = \hat{u}_{0i}(r) = z_i(1-t) + z_{i+1}t - \frac{h_i^2}{6}t(1-t)[(2-t)n_i + (1+t)n_{i+1}],$$

где

$$h_i = r_{i+1} - r_i, \quad t = \frac{r - r_i}{h_i}.$$

Коэффициенты n_i вычисляются путем решения системы уравнений [13, 14]

$$a_0n_0 + b_0n_1 + c_0n_2 = g_0,$$

$$b_0n_0 + a_1n_1 + b_1n_2 + c_1n_3 = g_1,$$

$$c_{i-2}n_{i-2} + b_{i-1}n_{i-1} + a_in_i + b_in_{i+1} + c_in_{i+2} = g_i, \quad i = 2, \dots, m-2,$$

$$c_{m-3}n_{m-3} + b_{m-2}n_{m-2} + a_{m-1}n_{m-1} + b_{m-1}n_m = g_{m-1},$$

$$c_{m-2}n_{m-2} + b_{m-1}n_{m-1} + a_mn_m = g_m,$$

где

$$a_i = \frac{1}{3}(h_{i-1} + h_i) + \frac{1}{h_{i-1}^2}\rho_{i-1} + \left(\frac{1}{h_{i-1}} + \frac{1}{h_i}\right)^2\rho_i + \frac{1}{h_i^2}\rho_{i+1}, \quad i = 1, \dots, m-1,$$

$$b_i = \frac{1}{6}h_i - \frac{1}{h_i}\left(\left(\frac{1}{h_{i-1}} + \frac{1}{h_i}\right)\rho_i + \left(\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{i+1}}\right)\rho_{i+1}\right), \quad i = 2, \dots, m-2,$$

$$c_i = \frac{1}{h_i h_{i+1}}\rho_{i+1}, \quad i = 1, \dots, m-3,$$

$$g_i = \frac{\tilde{V}_{i+1} - \tilde{V}_i}{h_i} - \frac{\tilde{V}_i - \tilde{V}_{i-1}}{h_{i-1}}, \quad i = 1, \dots, m-1,$$

$$a_0 = 1, b_0 = 1, c_0 = 0, g_0 = 0,$$

$$a_m = 1, b_{m-1} = 1, c_{m-2} = 0, g_m = 0.$$

Здесь $\rho_i > 0$ - весовые коэффициенты. Представленная система уравнений для нахождения коэффициентов n_i имеет симметричную, положительно определенную матрицу с диагональным преобладанием. Известно [12, 13], что решение такой системы может быть осуществлено методом исключения Гаусса без выбора главных элементов, т. е. в данном случае хорошо апробированным методом пятиточечной прогонки [13 – 15]. Хорошая обусловленность матрицы системы уравнений и наличие высокоэффективных процедур решения этой системы и определили выбор метода построения аппроксимирующей функции с использованием кубических сплайнов. Размерность матрицы варьируется в зависимости от дистанции, на которой

осуществляется восстановление вектора скорости. Так, например, для дальности 2000м размерность матрицы составит 200×200 .

При известных значениях коэффициентов n_i коэффициенты z_i вычисляются по формулам

$$z_i = \tilde{V}_i - \rho_i D_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

где

$$D_0 = \frac{1}{h_0}(n_1 - n_0), \quad D_m = -\frac{1}{h_{m-1}}(n_m - n_{m-1}),$$

$$D_i = \frac{1}{h_i}(n_{i+1} - n_i) - \frac{1}{h_{i-1}}(n_i - n_{i-1}), \quad i = 1, \dots, m-1.$$

Таким образом, функция $\hat{u}_0(r)$ будет однозначным образом определена.

После этого осуществляется восстановление боковой составляющей скорости ветра $\hat{v}_0(r)$. Для ее вычисления преобразуем функционал $J_2(\{\hat{u}_{i0}, \hat{v}_{i0}\})$, учитывая малость параметра δ , к виду

$$J'_2(\{\hat{v}_{i0}\}) = \sum_{i=0}^m \sum_{j:(n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta} S_{ij} \sin^2(j\Delta\varphi) \left(\frac{V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(n\Delta\varphi)) \cdot \cos(j\Delta\varphi)}{\sin(j\Delta\varphi)} - \hat{v}_0(r_i \cdot \cos(n\Delta\varphi)) \right)^2 +$$

$$\lambda_v \int_{r_0 \cdot \cos(n\Delta\varphi)}^{r_m \cdot \cos(n\Delta\varphi)} \left(\frac{d\hat{v}_0}{dr} \right)^2 dr.$$

Аналогично тому, как это было сделано при вычислении продольной составляющей скорости ветра, выполним декомпозицию задачи нахождения боковой составляющей скорости ветра на подзадачи:

$$\min \left(\sum_{i=0}^m \max_{j:(n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta} S_{ij} \cdot (\tilde{W}_i - \hat{v}_0(r_i \cdot \cos(n\Delta\varphi)))^2 + \lambda_v \int_{r_0 \cdot \cos(n\Delta\varphi)}^{r_m \cdot \cos(n\Delta\varphi)} \left(\frac{d\hat{v}_0}{dr} \right)^2 dr \right), \quad (7)$$

$$\min \sum_{j:(n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta} S_{ij} \sin^2(j\Delta\varphi) \left(\frac{V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(n\Delta\varphi)) \cdot \cos(j\Delta\varphi)}{\sin(j\Delta\varphi)} - \tilde{W}_i \right)^2, \quad i = 0, \dots, m. \quad (8)$$

Задача (8) имеет решение вида

$$\tilde{W}_i = \frac{\sum_{j:(n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta} S_{ij} \sin(j\Delta\varphi) \{V_{ij} - \hat{u}_0(r_i \cdot \cos(n\Delta\varphi)) \cdot \cos(j\Delta\varphi)\}}{\sum_{j:(n-|j|)\Delta\varphi \leq \delta} S_{ij} \sin^2(j\Delta\varphi)},$$

а задача (7) решается аналогично задаче (4) для продольной составляющей.

3. Результаты. Прежде чем переходить к апробации представленного алгоритма на данных реальных измерений, проведем его тестирование на модельном примере. Рассмотрим ветровое поле, изменение компонент которого в пространстве описывается зависимостями вида

$$u(x, y) = u_0 + \Delta_u \cdot x,$$

$$v(x, y) = v_0 + \Delta_v \cdot x,$$

где $u_0 = 5$ м/с, $v_0 = 6$ м/с, $\Delta_u = -0.004$, $\Delta_v = 0.004$. Будем предполагать, что ошибки измерений являются независимыми, нормально распределенными случайными величинами с математическим ожиданием 0 и среднеквадратической ошибкой 0.25м/с.

На рис. 4 представлены результаты расчета модуля скорости ветра для направления $\varphi_0 = 0^\circ$ при различных значениях параметра λ , регулирующего степень близости аппроксимирующей функции к заданным значениям в узлах. Можно видеть, что при значениях параметра $\lambda \sim 10^2 \dots 10^3$ ошибка восстановления скорости составляет 10...15%, что является довольно высоким показателем. При значениях $\lambda \sim 10^5$ метод теряет чувствительность к вариации восстанавливаемой функции на области определения, фактически вырождаясь в линейную регрессию. Поэтому для дальнейших расчетов было принято значение $\lambda = 10^4$.

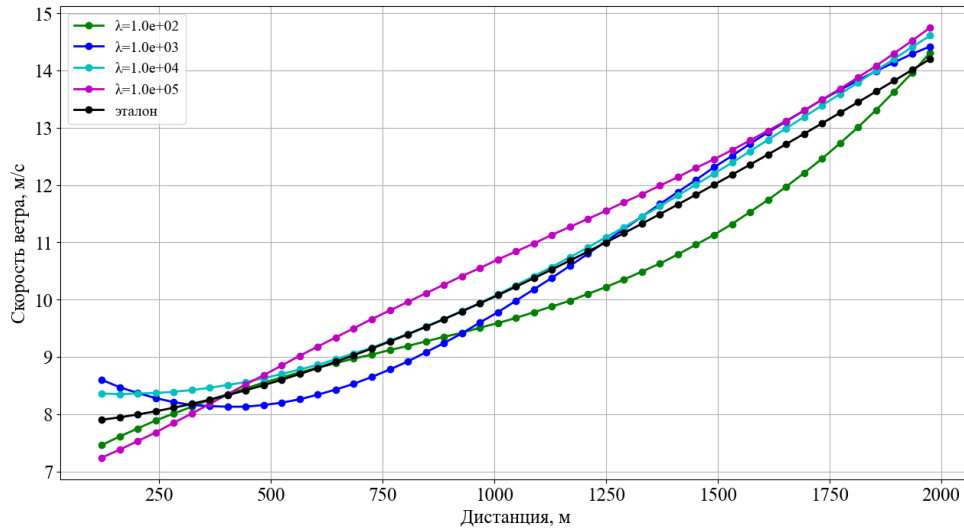


Рис. 4. Влияние параметра сглаживания λ на восстановление модуля скорости ветра

Также на этом модельном примере было рассмотрено влияние размера сектора данных, используемых для восстановления скорости вдоль заданного направления $\varphi_0 = 5^\circ$, т.е. значения параметра $n\Delta\varphi$. Соответствующие результаты представлены на рис. 5. Можно видеть, что при малом размере сектора методу не хватает чувствительности (график зеленого цвета) в силу сглаживающих свойств аппроксимирующего сплайна, поскольку величина проекции боковой составляющей скорости ветра на направление $n\Delta\varphi = 5^\circ$ оказывается мала. При большом размере сектора $n\Delta\varphi = 30^\circ$ на качество восстановления начинает влиять пространственная изменчивость ветрового поля. Таким образом, целесообразно размер сектора данных выбирать в диапазоне $10^\circ \dots 20^\circ$.

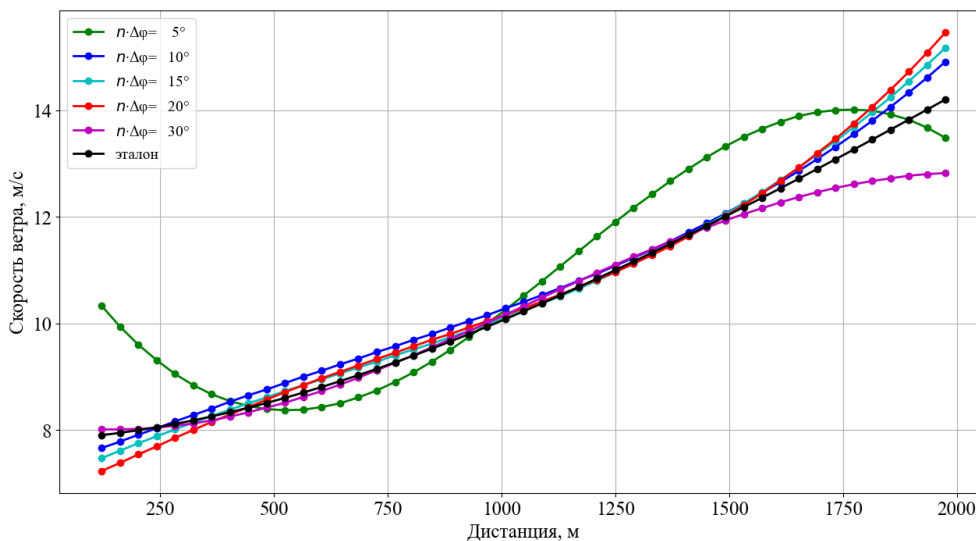


Рис. 5. Влияние размера $n\Delta\varphi$ сектора данных на восстановление модуля скорости ветра

Апробацию представленного алгоритма расчета выполним на примере данных реальных измерений ветровых полей с помощью импульсного ветрового лидара Windex-5000 [16]. Лидар обеспечивает измерение радиальной составляющей скорости ветра с пространственным шагом $\Delta r \approx 41$ м. Измерения выполнялись с угловым разрешением $\Delta\varphi = 1^\circ$. Вид поля измеренных радиальных скоростей представлен на рис. 6. На рисунке показаны достоверные данные измерений.

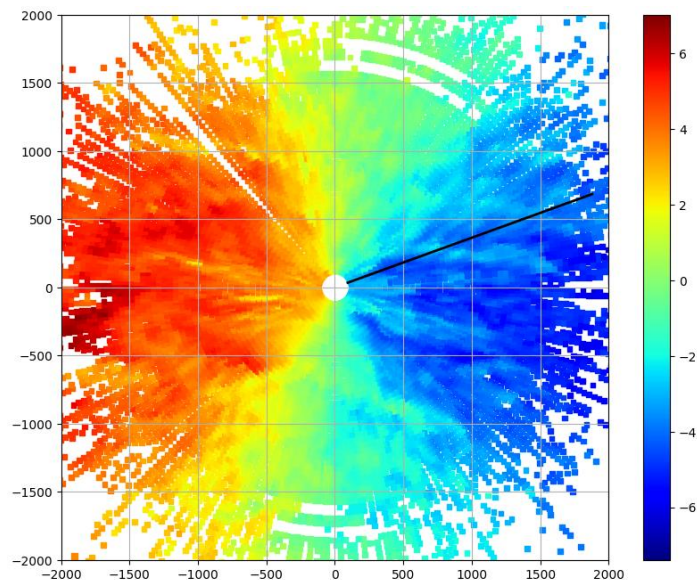


Рис. 6. Данные измерений ветрового поля

На рис. 7, 8 показаны результаты восстановления вектора скорости ветра для нескольких направлений измерений $\varphi_0 \in \{70^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 110^\circ\}$. Результаты представлены в виде значений модуля вектора скорости (рис. 7) и направления скорости ветра (рис. 8). Начальное направление $\varphi_0 = 70^\circ$ показано на рис. 2 линией черного цвета, что позволяет судить об изменчивости данных сканирования в анализируемой области. Для восстановления поля скоростей рассматривался сектор размером 20° , т.е. $n=10$. Величина δ была принята равной 2° . Дистанция восстановления вектора скорости ветра составила 2000 м.

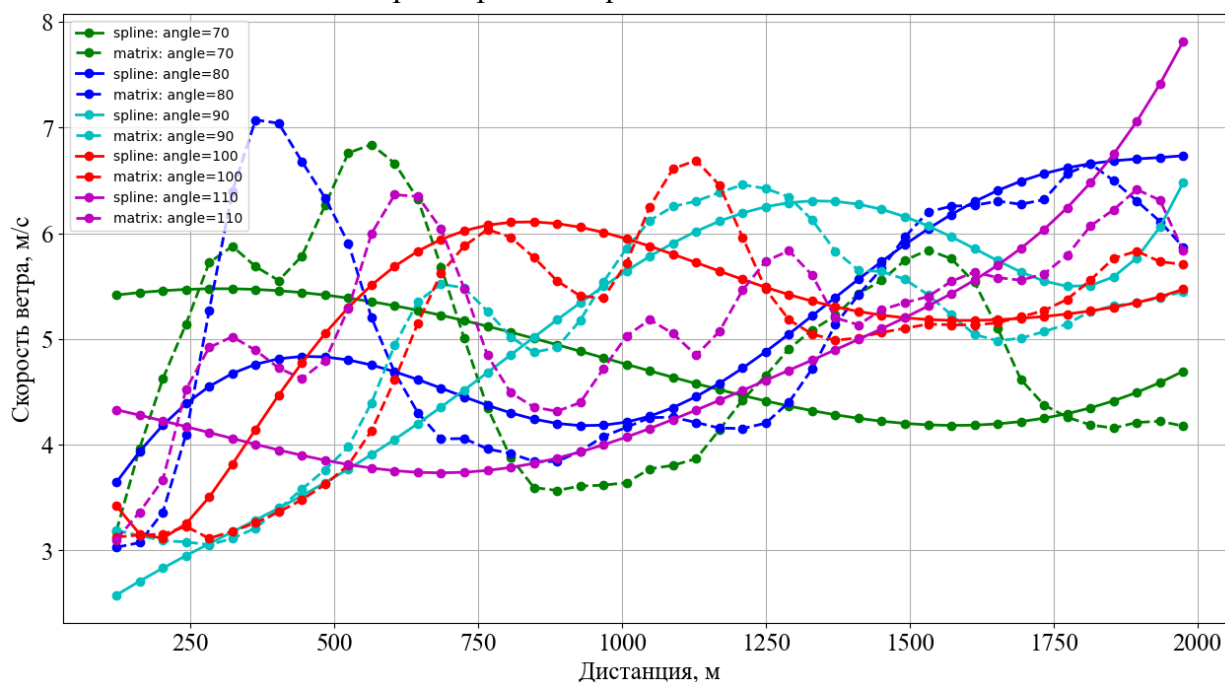


Рис. 7. Результаты восстановления скорости ветра в диапазоне направлений $70 \dots 110^\circ$

Для сравнения на этих же рисунках пунктирными линиями показаны результаты, полученные методом наименьших квадратов (1). На рис. 9, 10 аналогичные результаты представлены для направлений измерений $\varphi_0 \in \{20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ\}$.

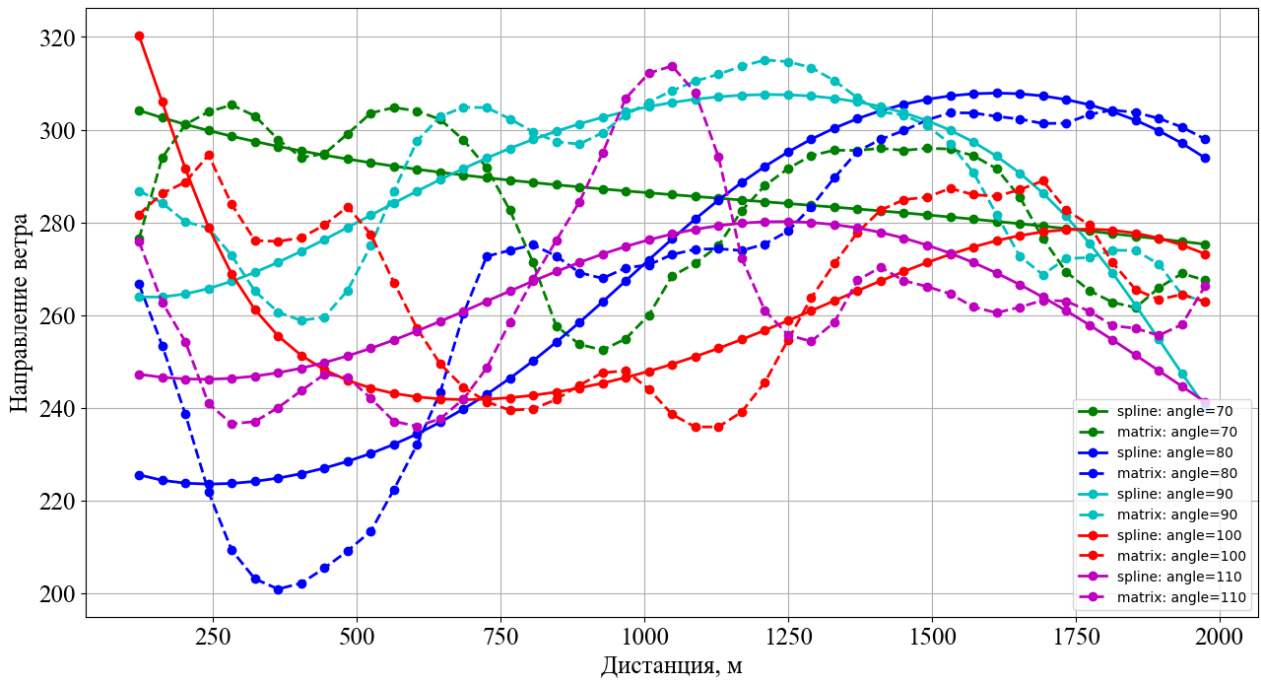


Рис. 8. Результаты восстановления направления ветра в диапазоне направлений 70...110°

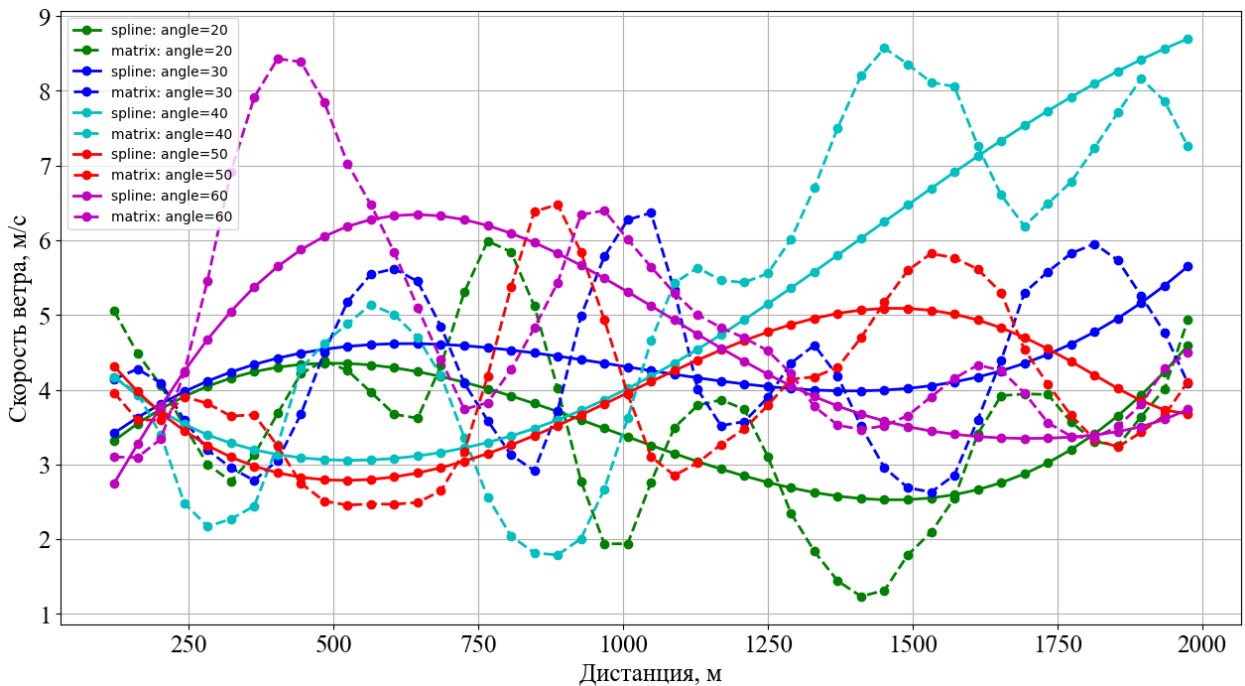


Рис. 9. Результаты восстановления скорости ветра в диапазоне направлений 20...60°

Можно видеть, что применение описанного в данной работе алгоритма обеспечивает более гладкое восстановление характеристик скорости ветра по сравнению с методом наименьших квадратов. При применении предложенного алгоритма отсутствует резкие перепады параметров скорости ветра на короткой дистанции.

Вместе с тем ввиду того, что исходное поле измеренных значений радиальной скорости является крайне неоднородным (рис. 7), результаты восстановления вектора скорости

для близких направлений могут существенно отличаться, как видно из представленных результатов, что обусловлено локальными пространственными и временными флуктуациями ветрового поля.

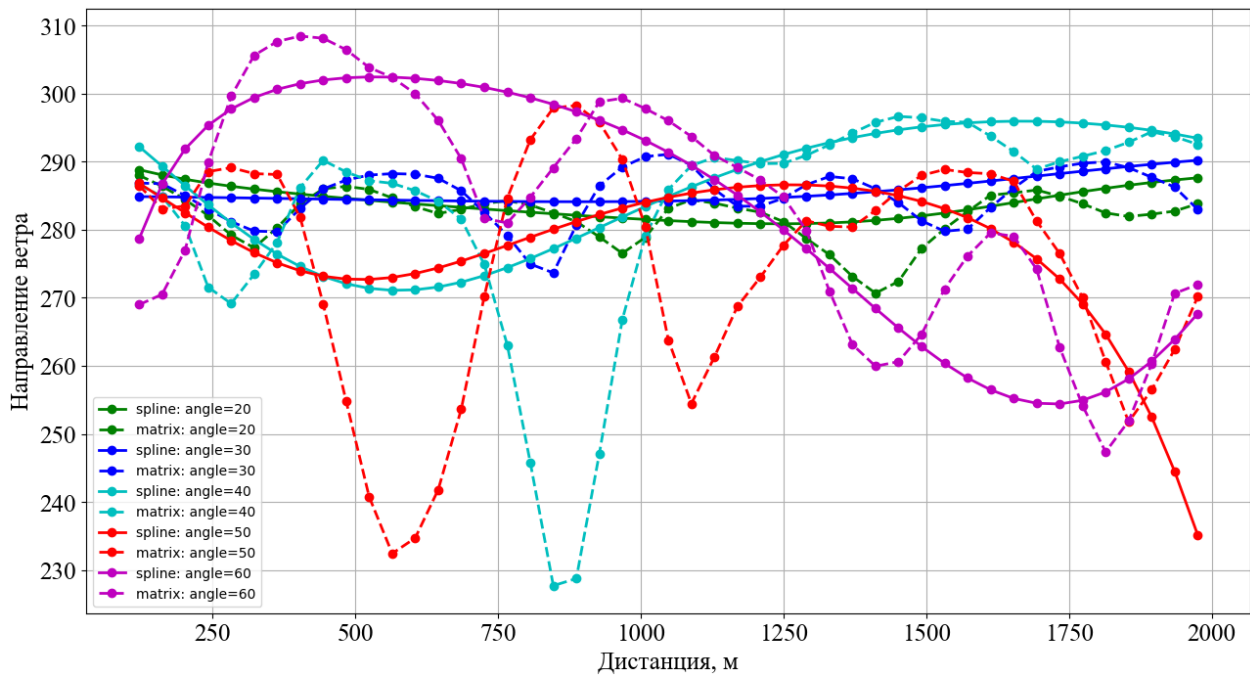


Рис. 10. Результаты восстановления направления ветра в диапазоне направлений 20...60°

При этом следует отметить, что на результаты восстановления существенным образом влияет размер сектора данных, используемых для решения задачи. Этот факт иллюстрируют рис. 11, 12, на которых представлены результаты расчета скорости и направления ветра при различных размерах сектора используемых данных: 10° (круглые маркеры), 20° (ромбовидные маркеры), 30° (треугольные маркеры).

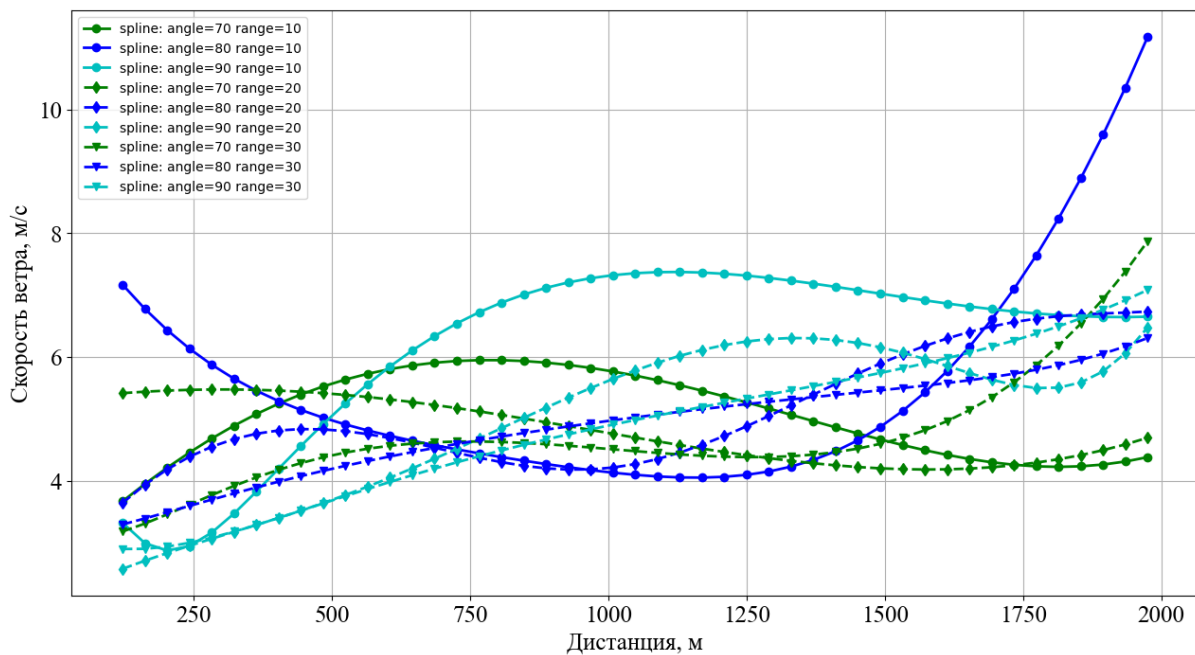


Рис. 11. Влияние размера сектора измерений на результаты восстановления скорости ветра

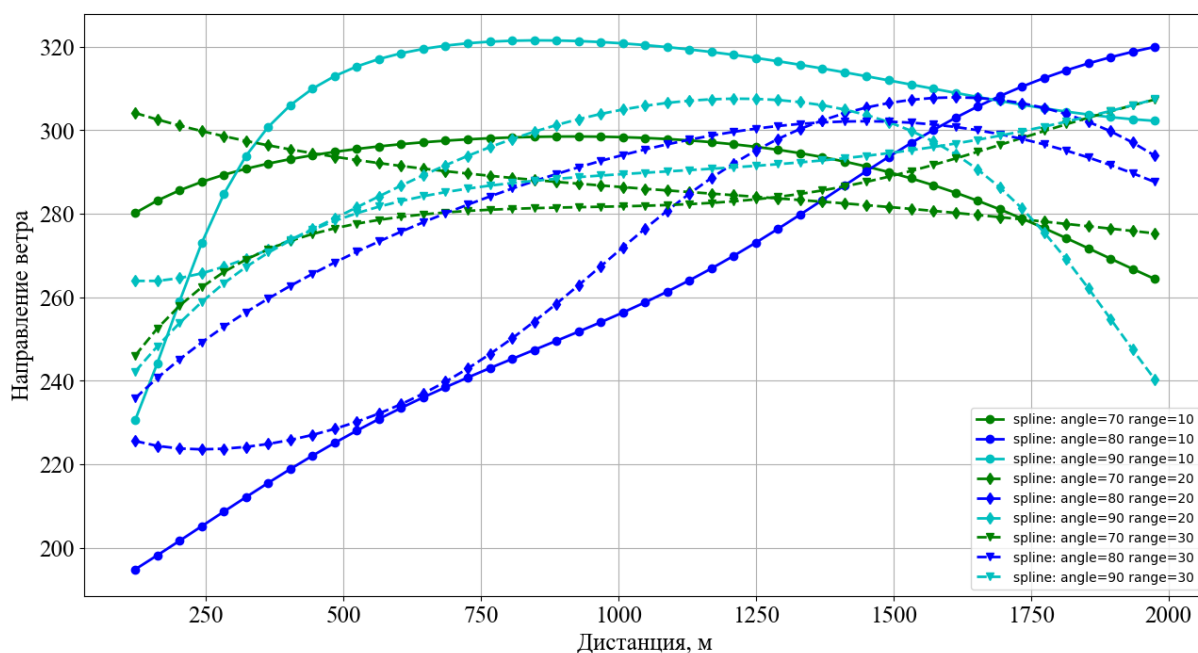


Рис. 12. Влияние размера сектора измерений на результаты восстановления направления ветра

При малом размере сектора данных алгоритм менее чувствителен к пространственной изменчивости ветрового поля в направлении, ортогональном направлению восстановления. Однако поскольку малы проекции боковой составляющей это может сказываться на точности ее восстановления и, как следствие, на вычисление модуля вектора скорости и его направления. С другой стороны, увеличение сектора данных повышает разрешающую способность метода, снижает его чувствительность к случайным флуктуациям данных измерений, но при этом и повышает его чувствительность к пространственной изменчивости ветрового поля, особенно на больших дистанциях измерений.

Заключение. В работе представлен алгоритм покоординатного восстановления компонент скорости ветра по данным лидарного сканирования методом сплайн-аппроксимации. Представленные результаты численных расчетов показывают, что разработанный алгоритм позволяет восстанавливать структуру векторного ветрового поля и является более робастным к случайным флуктуациям измерений по сравнению с классическим методом наименьших квадратов вычисления вектора скорости ветра по измеренным значениям его радиальной составляющей.

Список источников

1. ISO 28902-2:2017. Air quality – Environmental meteorology – Part 2: Ground-based remote sensing of wind by heterodyne pulsed Doppler lidar.
2. Liu, Z., Barlow J.F., Chan P.-W., Fung J.C.H., Li Y., Ren C., Mak H.W.L., Ng E. A review of progress and applications of pulsed doppler Wind LiDARs. *Remote Sens.*, 2019, 11, 2522.
3. Choukulkar A., Calhoun R., Billings B., Doyle J.D. A modified optimal interpolation technique for vector retrieval for coherent doppler LIDAR. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 2012, v. 9, pp. 1132-1136.
4. Cherukuru N.W., Calhoun R., Krishnamurthy R., Benny S., Reuder J., Flügge M. 2D VAR single Doppler lidar vector retrieval and its application in offshore wind energy. *Energy Procedia*, 2017, v. 137, pp. 497-504.
5. Qiu C.J., Shao A.M., Liu S. Xu Q. A two-step variational method for three-dimensional wind retrieval from single Doppler radar. *Meteorol. Atmos. Phys.*, 2006, v. 91, pp. 1-8.
6. Xu Q., Gong J. Background error covariance functions for Doppler radial-wind analysis. *Q.J.R. Meteorol. Soc.*, 2003, v. 129, pp. 1703-1720.
7. Menke R., Vasiljević N., Wagner J., Oncley S. P., Mann J. Multi-lidar wind resource mapping in complex terrain, *Wind Energ. Sci.*, 2020, 5, 1059-1073.

8. Baranov N. Algorithms of 3D wind field reconstructing by lidar remote sensing data, numerical computations: Theory and Algorithms. NUMTA 2019. Lecture notes in Computer Science, 2020, v. 11974. Springer, Cham.
9. Newsom R.K., Brewer W.A., Wilczak J.M., Wolfe D.E., Oncley S.P., Lundquist J.K. Validating precision estimates in horizontal wind measurements from a Doppler lidar, *Atmos. Meas. Tech.*, 2017, 10, 1229-1240.
10. Bodini N., Zardi D., Lundquist J.K.: Three-dimensional structure of wind turbine wakes as measured by scanning lidar, *Atmos. Meas. Tech.*, 2017, 10, 2881-2896.
11. Vanakh V.A., Smalikho I.N. Lidar studies of wind turbulence in the stable atmospheric boundary layer. *Remote sens.* 2018, 10, 1219.
12. Завьялов Ю.С. Методы сплайн-функций. / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. – М.: Наука, 1980.
13. Квасов Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры / Б.И. Квасов. – Новосибирск, Новосиб. гос. ун-т, 2012.
14. Квасов Б.И. Методы изометрической аппроксимации сплайнами / Б.И. Квасов. – М.: Физматлит, 2006.
15. Самарский А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука, 1978.
16. Kim A.A., Orlov A.V., Luginya V.S., Baranov N.A. About the methodology and tools for meteo LIDAR metrological support, *Proc. SPIE*, 2020, vol. 11560, 26th International symposium on atmospheric and ocean optics, atmospheric physics, 1156022.

Баранов Николай Алексеевич. Доктор технических наук, главный научный сотрудник Вычислительного центра им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук, AuthorID; 14242, SPIN: 5876-2490, ORCID: 0000-0002-6419-2051, baranov@ians.aero, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40.

UDC 519.6

DOI:10.25729/ESI.2023.30.2.009

Recovering of the wind speed vector from lidar sensing data using the spline approximation

Nikolay A. Baranov

Dorodnicyn Computing Centre, FRC CSC RAS, Russia, Moscow, baranov@ians.aero

Abstract. The paper considers the problem of recovering the horizontal wind speed from lidar scanning data, which provide measurements of the radial component. An approach is proposed in which the wind speed components are calculated not at a single point, but at a given set of nodes located along a given direction. The proposed algorithm uses the idea of coordinate-wise calculation of vector components. Each component is calculated by the spline approximation of a specially selected subset of measurements. The results of numerical calculations are presented.

Keywords: wind speed recovering, spline approximation, lidar scanning

References

1. ISO 28902-2:2017. Air quality – Environmental meteorology – Part 2: Ground-based remote sensing of wind by heterodyne pulsed Doppler lidar.
2. Liu, Z., Barlow J.F., Chan P.-W., Fung J.C.H., Li Y., Ren C., Mak H.W.L., Ng E. A review of progress and applications of pulsed doppler Wind LiDARs. *Remote Sens.* 2019, 11, 2522.
3. Choukulkar A., Calhoun R., Billings B., Doyle J.D. A modified optimal interpolation technique for vector retrieval for coherent doppler LIDAR. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 2012, v. 9, pp. 1132-1136.
4. Cherukuru N.W., Calhoun R., Krishnamurthy R., Benny S., Reuder J., Flügge M. 2D VAR single Doppler lidar vector retrieval and its application in offshore wind energy. *Energy Procedia*, 2017, v. 137, pp. 497-504.
5. Qiu C.J., Shao A.M., Liu S. Xu Q. A two-step variational method for three-dimensional wind retrieval from single Doppler radar. *Meteorol. Atmos. Phys.* 2006, v. 91, pp. 1-8.

6. Xu Q., Gong J. Background error covariance functions for Doppler radial-wind analysis. Q.J.R. Meteorol. Soc. 2003, v. 129, pp. 1703-1720.
7. Menke R., Vasiljević N., Wagner J., Oncley S. P., Mann J. Multi-lidar wind resource mapping in complex terrain, Wind Energ. Sci., 2020, 5, 1059-1073.
8. Baranov N. Algorithms of 3D wind field reconstructing by lidar remote sensing data, numerical computations: Theory and Algorithms. NUMTA 2019. Lecture notes in Computer Science, 2020, v. 11974. Springer, Cham.
9. Newsom R.K., Brewer W.A., Wilczak J.M., Wolfe D.E., Oncley S.P., Lundquist J.K. Validating precision estimates in horizontal wind measurements from a Doppler lidar, Atmos. Meas. Tech., 2017, 10, 1229–1240.
10. Bodini N., Zardi D., Lundquist J.K.: Three-dimensional structure of wind turbine wakes as measured by scanning lidar, Atmos. Meas. Tech., 2017, 10, 2881–2896.
11. Banakh V.A., Smalikhov I.N. Lidar studies of wind turbulence in the stable atmospheric boundary layer. Remote sens. 2018, 10, 1219.
12. Zavyalov Yu.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L. Metody splayn-funktsiy [Methods of spline functions]. M. Nauka [Moscow. Science], 1981.
13. Kvasov B.I. Chislennyye metody analiza i lineynoy algebrы [Numerical methods of analysis and linear algebra]. Novosibirsk, Novosib. gos. un-t [Novosibirsk-Novosib. State university], 2012.
14. Kvasov B.I. izogeometricheskoy approksimatsii splaynami [Methods of isogeometric approximation by splines]. M. Fizmatlit [Moscow.Fizmatlit], 2006.
15. Samarsky A.A., Nikolaev E.S. Metody resheniya setochnykh uravneniy [Methods for solving grid equations]. M. Nauka [Moscow. Science], 1978.
16. Kim A.A., Orlov A.V., Luginya V.S., Baranov N.A. About the methodology and tools for meteo LIDAR metrological support, Proc. SPIE, 2020, vol. 11560, 26th International symposium on atmospheric and ocean optics, atmospheric physics, 1156022.

Baranov Nikolay Alekseevich. Doctor of Science, Dorodnicyn Computing Centre, Federal Research Center “Computer Science and Control” of Russian Academy of Sciences, Chief Researcher, AuthorID: 14242, SPIN: 5876-2490, ORCID: 0000-0002-6419-2051, baranov@ians.aero, 119333, 40, Vavilov str., Moscow, Russia.

Статья поступила в редакцию 11.05.2023; одобрена после рецензирования 13.06.2023; принята к публикации 16.06.2023.

The article was submitted 05/11/2023; approved after reviewing 06/13/2023; accepted for publication 06/16/2023.