

УДК 004.942

DOI:10.25729/ESI.2023.30.2.007

## Имитационная модель параметрически возбуждаемого модуляционного микромеханического гироскопа

Боголюбов Владимир Михайлович, Бахтиева Ляля Узбековна,

Цыганов Олег Владимирович

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, Россия, Казань, *bvm200@yandex.ru*

**Аннотация.** Построена математическая модель микромеханического гироскопа (ММГ) гибридного типа, в которой для устранения «нулевого смещения» использован хорошо отработанный в роторных вибрационных гироскопах принцип модуляции первичной информации в механическом контуре и ее съема во вращающейся системе координат. Кроме того, предусмотрен режим параметрического возбуждения чувствительного элемента, позволяющий расширить измерительные возможности прибора без вмешательства в его механический контур и повысить точность работы ММГ. Симуляция модели проведена в среде Matlab-Simulink, предоставляющей возможность решать дифференциальные уравнения модели в интерактивном режиме при различных входных параметрах. На основании полученных результатов сформулированы условия реализации параметрического возбуждения ММГ путем модуляции его угловой скорости вращения (динамической жесткости). Показана возможность существенного повышения точности измерения угловой скорости за счет изменения уровня параметрической «накачки» прибора, а также способность прибора к определению третьей компоненты угловой скорости, совпадающей по направлению с вектором кинетического момента гироскопа. Построенная имитационная модель позволяет спроектировать датчик абсолютной угловой скорости, способный с необходимой точностью решать задачи инерциальной навигации.

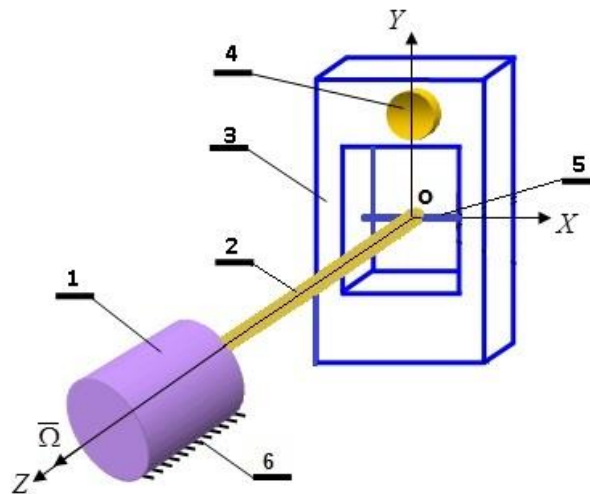
**Ключевые слова:** математическая модель, гироскоп, микромеханическая система

**Цитирование:** Боголюбов В.М. Имитационная модель параметрически возбуждаемого модуляционного микромеханического гироскопа / В.М. Боголюбов, Л.У. Бахтиева, О.В. Цыганов // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 2(30). – С. 68-74. – DOI:10.25729/ESI.2023.30.2.007.

**Введение.** Предлагаемая статья является продолжением серии работ [1-4], посвященных разработке методов повышения точности и расширения функциональных возможностей микромеханических гироскопов (ММГ). Широкое использование ММГ в современных приборах ориентации, стабилизации и навигации [5-13] объясняется многими факторами: небольшими габаритами, массой и энергопотреблением, невысокой стоимостью. Однако малая масса однокомпонентного ММГ создает проблему сверхвысокой чувствительности его системы съема колебаний, что ограничивает точность измерения угловой скорости и препятствует использованию прибора в качестве инерциального датчика первичной информации. Кроме того, чувствительность ММГ к неточности изготовления упругого подвеса и отсутствие возможности его доводки приводят к значительному «нулевому смещению», компенсация которого является одной из важных проблем рассматриваемого класса приборов.

Ниже представлены результаты численной реализации математической модели ММГ гибридного типа [5], в которой для устранения «нулевого смещения» использован хорошо зарекомендовавший себя в роторных вибрационных гироскопах принцип модуляции первичной информации в механическом контуре со съемом измерений во вращающейся вместе с валом приводного двигателя системе координат [2]. Кроме того, предусмотрен режим параметрического возбуждения чувствительного элемента путем модуляции динамической жесткости его упругого подвеса. Показано, что такой подход позволяет существенно повысить точность прибора без вмешательства в его механический контур.

**1. Модель параметрически возбуждаемого модуляционного ММГ.** На рисунке 1 представлена кинематическая схема модуляционного ММГ гибридного типа, где 1 – приводной двигатель (ПД), 2 – вал двигателя (ВД), 3 – чувствительный элемент (ЧЭ), изготовленный по планарной технологии, 4 – датчик угла (ДУ), 5 – упругий подвес (УП), 6 – основание прибора. Отличительной особенностью модуляционного ММГ является измерение информации о движении основания и ее обработка в системе координат, вращающейся вместе с валом ПД. Это отличает его от, например, динамически настраиваемого гироскопа, измеряющего угловые скорости поворота основания относительно системы координат, связанной с корпусом. Кроме того, регистрация углового поворота основания модуляционного ММГ осуществляется не измерением угла этого поворота, а измерением амплитуды и фазы колебаний его ротора. Информация об угловом движении основания содержится в соответствующих параметрах сигнала переменного тока, поэтому медленный уход главной оси прибора («смещение нуля»), вызванный несовершенством его изготовления, не оказывает влияния на точность измерений.



**Рис. 1.** Кинематическая схема модуляционного ММГ гибридного типа

Параметрическое возбуждение модуляционного ММГ как колебательной системы на упругом подвесе целесообразно осуществлять путем модуляции динамической жесткости УП, являющейся его энергоемким параметром [6]. Модуляция динамической жесткости осуществляется изменением в небольших пределах частоты питающего напряжения вентильного электродвигателя по закону:

$$\Omega_m(t) = \Omega + \Delta\Omega \cos \omega_m t, \quad (1)$$

где  $\Omega$  – номинальное значение частоты вращения ВД, соответствующее настроенному режиму работы гироскопа,  $\Delta\Omega$  – девиация частоты вращения ВД,  $\omega_m$  – частота модуляции.

Текущее значение фазы колебаний ВД относительно номинального значения определяется выражением

$$\varphi_m(t) = \int \Omega_m(t) dt = \Omega t + m \sin \omega_m t, \quad (2)$$

$m = \Delta\Omega/\omega_m$  – индекс частотной модуляции.

С учетом узкополосности амплитудно-частотной характеристики ММГ и выражения (2) для  $m \leq 0.1$  имеют место соотношения [14]:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_m(t) &= \sin \Omega t + \frac{m}{2} (\sin(\Omega + \omega_m)t + \sin(\Omega - \omega_m)t), \\ \cos \varphi_m(t) &= \cos \Omega t - \frac{m}{2} (\cos(\Omega - \omega_m)t - \cos(\Omega + \omega_m)t). \end{aligned} \quad (3)$$

Система координат  $OX_{06}Y_{06}Z_{06}$  жестко связана с объектом, а ее начало совпадает с его центром масс (рисунок 2). Проекция угловой скорости  $\vec{\Phi}$  ее вращательного движения относи-

тельно начала координат  $O$  обозначим соответственно через  $\dot{\Phi}_x, \dot{\Phi}_y, \dot{\Phi}_z$ . Система координат  $OX_B Y_B Z_B$ , связанная с валом ПД, вращается с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг оси  $OZ_{об}$ . Система координат  $OX_p Y_p Z_p$ , связанная с ротором ЧЭ, наряду с вращением вместе с валом, поворачивается вокруг торсионного подвеса УП на угол  $\theta$  с угловой скоростью  $\dot{\theta}$ .

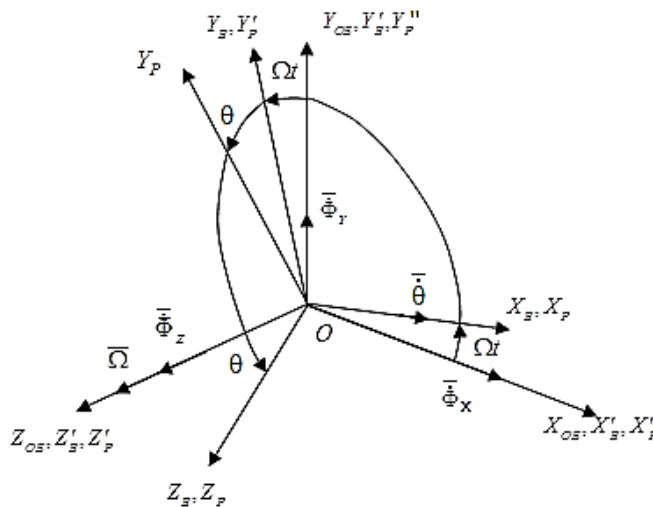


Рис. 2. Системы координат

На основании введенных систем координат и с учетом выражений (1) - (3) определим параметры движения гироскопа. Проекции угловых скоростей движения основания на оси системы  $OX_B Y_B Z_B$  после поворота вала на угол  $\Omega t$  примут вид:

$$\begin{aligned} \omega'_x &= \dot{\Phi}_x (\cos \Omega t - m(\cos(\Omega - \omega_m)t - \cos(\Omega + \omega_m)t)/2) \\ &\quad + \dot{\Phi}_y (\sin \Omega t + m(\sin(\Omega + \omega_m)t - \sin(\Omega - \omega_m)t)/2), \\ \omega'_y &= \dot{\Phi}_y (\cos \Omega t - m(\cos(\Omega - \omega_m)t - \cos(\Omega + \omega_m)t)/2) \\ &\quad + \dot{\Phi}_x (\sin \Omega t + m(\sin(\Omega + \omega_m)t - \sin(\Omega - \omega_m)t)/2), \\ \omega'_z &= \Omega + \dot{\Phi}_z + m \cos \omega_m t. \end{aligned}$$

Проекции угловых скоростей на оси системы  $OX_p Y_p Z_p$  после поворота на угол  $\theta$  можно записать в виде:

$$\omega_{px} = \omega'_x \cos \theta - \omega'_z \sin \theta, \omega_{py} = \omega'_y + \dot{\theta}, \omega_{pz} = \omega'_z \cos \theta + \omega'_x \sin \theta.$$

Для вывода дифференциальных уравнений движения гироскопической системы воспользуемся методом Лагранжа [15], выбирая в качестве обобщенной координаты угол поворота  $\theta(t)$ , определяющий положение ЧЭ, а в качестве обобщенных сил – момент демпфирования и момент упругости торсиона. После линеаризации уравнений с помощью матрицы Якоби получим математическую модель двухстепенного модуляционного параметрически возбуждаемого ММГ в виде:

$$\ddot{\theta} + 2a\dot{\theta} + \omega_0^2 \left(1 + \frac{2k\dot{\Phi}_z}{\omega_0} + 4km \cos(\omega_m t + \varphi_0)\right) \theta = (1+k)\Omega \sqrt{\dot{\Phi}_x^2 + \dot{\Phi}_y^2} \sin(\Omega t + \psi), \quad (4)$$

где  $\dot{\Phi}_x, \dot{\Phi}_y, \dot{\Phi}_z$  – проекции угловой скорости движения основания,  $a$  – коэффициент затухания колебаний ЧЭ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k+(C-A)\Omega^2}{B}}$  – частота собственных колебаний ЧЭ,  $A, B, C$  – соответственно экваториальные и полярный моменты инерции ЧЭ,  $\Omega = \sqrt{\frac{k}{A+B-C}}$  – резонансное значение угловой скорости вращения ЧЭ,  $k = \frac{C-A}{B} \approx 1$  – коэффициент центробежно-маятниковой жесткости,  $m$  – коэффициент модуляции,  $\omega_m$  – частота параметрического возбуждения,  $\varphi_0$  – фазовый угол,  $\psi = \arctg(\dot{\Phi}_x/\dot{\Phi}_y)$ . Начальные условия для уравнения (4) зададим в виде:

$$\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0. \quad (5)$$

Особенностью полученной математической модели является наличие периодически изменяющегося энергоемкого позиционного параметра  $4km \cos(\omega_m t + \varphi_0) \theta$ , а также слагаемого  $2k\dot{\Phi}_z/\omega_0$ , обусловленного проекцией угловой скорости вращения основания  $\dot{\Phi}_z$  на ось вращения ЧЭ. Ниже покажем, что указанное обстоятельство позволяет реализовать наиболее благоприятное условие параметрического возбуждения механического контура гироскопа на частоте  $\omega_m = 2\Omega$ .

**2. Численная реализация модели.** Задача (4) - (5) решалась в среде высокоуровневого программирования Matlab-Simulink, предоставляющей возможность решать дифференциальные уравнения модели в интерактивном режиме при различных входных параметрах [16]. На рисунке 3 приведены схемы модели и результаты моделирования в отсутствие параметрического возбуждения (3а) и в случае параметрической «накачки» от генератора синусоидального напряжения с частотой, равной удвоенной величине частоты резонансной настройки ММГ (3б).

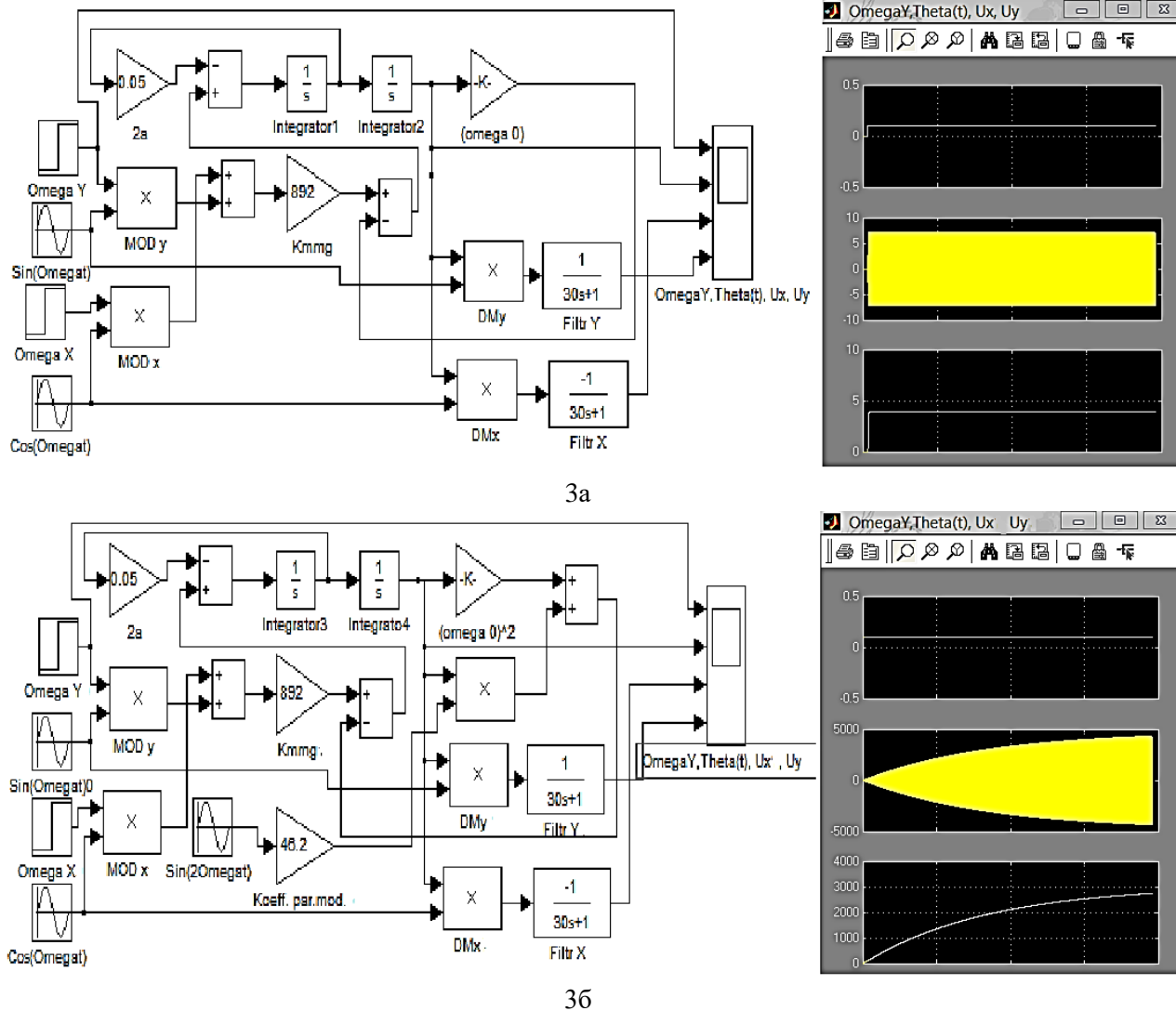


Рис. 3. Схемы модели и результаты моделирования

Входное воздействие в виде скачка проекций угловых скоростей основания  $\dot{\Phi}_x$  и  $\dot{\Phi}_y$  ( $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ) подается на входы модуляторов  $MOD_x$ ,  $MOD_y$ , вторые входы которых подключаются к генераторам, формирующим сдвинутые по фазе на  $90^\circ$  синусоидальные сигналы. Разделение по соответствующим измерительным осям реакции на эти воздействия осу-

ществляется демодуляторами  $DM_x$ ,  $DM_y$ , выходные сигналы которых регистрируются осциллографом. Осциллограф отображает входной сигнал угловой скорости по одной из измеряемых компонент ( $\Omega_y$ ), задаваемый генератором Step, реакцию на него в виде модулированного колебания  $\theta$ , а также выходные сигналы демодуляторов  $U_x$  и  $U_y$ .

Сравнительная оценка осциллограмм реакции моделируемого ММГ на измеряемую угловую скорость основания показала существенное повышение чувствительности (добротности) прибора (более, чем на два порядка) в случае его параметрического возбуждения по сравнению с традиционным режимом его эксплуатации.

Численные исследования показали, что параметрическое возбуждение ММГ резко увеличивает крутизну фазочастотной характеристики колебательной системы, что позволяет при наличии проекции угловой скорости  $\dot{\Phi}_z$  на ось вращения ВД, приводящей к расстройке прибора, определять ее величину и направление по измеренному фазовому сдвигу колебаний ротора относительно резонансного значения [1], причем ее пороговое значение определяется величиной коэффициента параметрической модуляции  $m$ .

**Заключение.** В статье представлена новая имитационная модель двухстепенного ММГ гибридного типа, в которой для устранения «нулевого смещения» использован принцип модуляции первичной информации в механическом контуре и ее съема во вращающейся системе координат.

Сформулированы условия реализации параметрического возбуждения ММГ путем модуляции его угловой скорости вращения (динамической жесткости).

На основании результатов симуляции модели в среде Matlab-Simulink показана возможность существенного повышения точности измерения угловой скорости за счет изменения уровня параметрической «накачки» прибора, а также способность прибора к определению третьей компоненты угловой скорости, совпадающей по направлению с вектором кинетического момента гироскопа.

Отмечено, что реализация рассмотренного нетрадиционного режима работы ММГ возможна без вмешательства в механический контур прибора.

Построенная имитационная модель позволяет спроектировать датчик абсолютной угловой скорости, способный с необходимой точностью решать задачи инерциальной навигации.

#### Список источников

1. Bakhtieva L., Bogolyubov V. Parametrically excited microelectromechanical system in the problems of orientation of moving objects. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, no. 1158, pp. 1-7, DOI:10.1088/1742-6596/1158/2/022018.
2. Bakhtieva L., Bogolyubov V. Modulation of damping in the rotor vibratory gyroscopes. *Russian Aeronautics*, 2019, no. 61, pp. 599-604, DOI: 10.3103/S1068799818040141.
3. Bogolyubov V., Bakhtieva L. Astatic gyrocompass based on a hybrid micromechanical gyroscope. *IEEE East-West Design and Test Symposium (EWDTS)*, 2021, pp. 1-5, DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9580982.
4. Bakhtieva L., Bogolyubov V., Tumakov M. Simulation of a multifunctional micromechanical gyroscope. *Program Systems: Theory and Applications*, 2022, vol. 13, no. 3(54), pp. 17-27, DOI: 10.25209/2079-3316-2022-13-3-17-27.
5. Коновалов С.Ф. Гибридные микроэлектромеханические гироскопы и акселерометры / С.Ф. Коновалов, Ю.А. Пономарев, Д.В. Майоров [и др.] // Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – № 10. – С. 1-23.
6. Матвеев В.В. Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации на МЭМС датчиках / В.В. Матвеев, В.Я. Распопов // XXIV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 2017. – № 24. – С. 264-266.
7. Лукьянов Д.П. Прикладная теория гироскопов: учебник для вузов / Д.П. Лукьянов, В.Я. Распопов, Ю.В. Филатов // Издательство: Электроприбор, 2015. – 315 С.
8. Liang Q., Litvinenko Yu.A., Stepanov O.A. Method of processing the measurements from two units of micromechanical gyroscopes for solving the orientation problem. *Gyroscopy and Navigation*, 2018, no. 9, pp. 233-242.

9. Filatov Y.V., Boronakhin A.M., Dao V.B. Studying the static errors of MEMS accelerometer triad in quasi-harmonic oscillation mode. *Gyroscopy and Navigation*, 2017, no. 8, pp. 121-128.
10. Lysenko I.E., Sevostyanov D.Y., Kidyayev N.F., Kovalev A.V. Research of dynamic characteristics of a three-axis micromechanical gyroscope-accelerometer. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, no. 2086, pp. 1-4.
11. Shen Li, Lixiang Chen Research on the reliability test of a micromechanical gyroscope with full symmetry structure. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, no. 1650, pp. 1-5.
12. Yan Li, Qiulin Tan, JingWen, Linke Song, Fuling Yang. Study of nonlinear vibration of resonant gyroscope based on uncertainty analysis method. *Microelectronic engineering*, 2022, no. 263, 111845.
13. Ninalalov I., Merkur'yev I., Kubryak O., Astakhov S. Methods for improving the accuracy of an autonomous orientation and navigation system based on micromechanical gyroscopes and optoelectronic sensors. 29th Saint Petersburg international conference on integrated navigation systems (ICINS), IEEE, 2022, pp. 1-2.
14. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров / А. Анго. – М.: Наука, 1964. – 772 С.
15. Канаков О.И. Методы Лагранжа и Гамильтона в исследовании колебательных систем: Учебно-методическое пособие / О.И. Канаков, М.И. Мотова. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. – 39 с.
16. Герасимов А.И. Моделирование в среде MATLAB-Simulink: метод. указания к лаб. работам / А.И. Герасимов, В.В. Регеда, О.Н. Регеда. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2017. – 104 с.

**Боголюбов Владимир Михайлович.** Доктор технических наук, профессор кафедры радиотехнических систем Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева (КНИТУ-КАИ). Основное направление исследований: радиоэлектроника, системы управления, инерциальная навигация. AuthorID: 962931, [bvm200@yandex.ru](mailto:bvm200@yandex.ru), Казань, Кремлевская, 2а-5б.

**Бахтиева Ляля Узбековна.** Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и искусственного интеллекта Казанского федерального университета. Основное направление исследований: математическое моделирование физических процессов. AuthorID: 16749, [lbakhtie@yandex.ru](mailto:lbakhtie@yandex.ru), Казань, Кремлевская, 2а-5б.

**Цыганов Олег Владимирович.** Соискатель ученой степени кандидата технических наук, АО ГосМКБ «Вьмпел». Основное направление исследований: радиоэлектроника, системы управления, инерциальная навигация. [modellistrocky@mail.ru](mailto:modellistrocky@mail.ru).

UDC 004.942

DOI:10.25729/ESI.2023.30.2.007

## Simulation model of a parametrically excited modulation micromechanical gyroscope

Vladimir M. Bogolyubov, Lyalya U. Bakhtieva, Oleg V. Tsyganov

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev (KNITU-KAI),  
Russia, Kazan, [bvm200@yandex.ru](mailto:bvm200@yandex.ru)

**Abstract.** A mathematical model of a micromechanical gyroscope (MMG) of a hybrid type is constructed, in which, in order to eliminate the "zero displacement", the principle of modulation of primary information in a mechanical circuit and its removal in a rotating coordinate system, well-established in rotary vibrating gyroscopes, is used. In addition, a mode of parametric excitation of the sensitive element has provided, which allows expanding the measuring capabilities of the device without interfering with its mechanical circuit and increasing the accuracy of the MMG. The simulation of the model has carried out in the Matlab-Simulink environment, which makes it possible to solve the differential equations of the model in an interactive mode with various input parameters. Based on the results obtained, the conditions for the implementation of parametric excitation of the MMG by modulating its angular velocity of rotation (dynamic rigidity) have formulated. The possibility of a significant increase in the accuracy of measuring the angular velocity by changing the level of parametric "pumping" of the device, as well as the ability of the device to determine the third component of the angular velocity, which coincides in direction with the gyroscope angular momentum vector, has shown. The constructed simulation model makes it possible to design an absolute angular velocity sensor capable of solving inertial navigation problems with the required accuracy.

**Keywords:** mathematical model, gyroscope, micromechanical system

## References

1. Bakhtieva L., Bogolyubov V. Parametrically excited microelectromechanical system in the problems of orientation of moving objects. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, no. 1158, pp. 1-7, DOI:10.1088/1742-6596/1158/2/022018.
2. Bakhtieva L., Bogolyubov V. Modulation of damping in the rotor vibratory gyroscopes. *Russian Aeronautics*, 2019, no. 61, pp. 599-604, DOI: 10.3103/S1068799818040141.
3. Bogolyubov V., Bakhtieva L. Astatic gyrocompass based on a hybrid micromechanical gyroscope. *IEEE East-West Design and Test Symposium (EWDTS)*, 2021, pp. 1-5, DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9580982.
4. Bakhtieva L., Bogolyubov V., Tumakov M. Simulation of a multifunctional micromechanical gyroscope. *Program Systems: Theory and Applications*, 2022, vol. 13, no. 3(54), pp. 17-27, DOI: 10.25209/2079-3316-2022-13-3-17-27.
5. Konovalov S., Ponomarev Ju., Majorov D. Gibridnie microelectromechanicheskie giroskopi i akselerometri [Hybrid microelectromechanical gyroscopes and accelerometers]. *Nauchnoye izdaniye MG TU im. N.E. Bauman* [Scientific Publ. of Moscow State Technical University N.E. Bauman], 2011, no. 10, pp. 1-23.
6. Matveev V., Raspopov V. Pribori i sistemi orientcii, stabilizacii i navigacii na MEMS datcikh [Instruments and systems for orientation, stabilization and navigation based on MEMS sensors]. *XXIV Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integririvannym navigatsionnym sistemam* [XXIV St. Petersburg international conference on integrated navigation systems], 2017, no. 24, pp. 264-266.
7. Luk'yanov D.P., Raspopov V.YA., Filatov YU.V. *Prikladnaya teoriya giroskopov: uchebnik dlya vuzov* [Applied theory of gyroscopes: a textbook for universities]. Izdatel'stvo: Elektropribor [Publisher: Elektropribor], 2015, 315 p.
8. Liang Q., Litvinenko Yu. A., Stepanov O.A. Method of processing the measurements from two units of micromechanical gyroscopes for solving the orientation problem. *Gyroscopy and Navigation*, 2018, no. 9, pp. 233-242.
9. Filatov Y.V., Boronakhin A.M., Dao V.B. Studying the static errors of MEMS accelerometer triad in quasi-harmonic oscillation mode. *Gyroscopy and Navigation*, 2017, no. 8, pp. 121-128.
10. Lysenko I.E., Sevostyanov D.Y., Kidyaev N.F., Kovalev A.V. Research of dynamic characteristics of a three-axis micromechanical gyroscope-accelerometer. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, no. 2086, pp. 1-4.
11. Shen Li, Lixiang Chen Research on the reliability test of a micromechanical gyroscope with full symmetry structure. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, no. 1650, pp. 1-5.
12. Yan Li, Qiulin Tan, Jing Wen, Linke Song, Fuling Yang. Study of nonlinear vibration of resonant gyroscope based on uncertainty analysis method. *Microelectronic engineering*, 2022, no. 263, 111845.
13. Ninalalov I., Merkur'yev I., Kubryak O., Astakhov S. Methods for improving the accuracy of an autonomous orientation and navigation system based on micromechanical gyroscopes and optoelectronic sensors. *29th Saint Petersburg international conference on integrated navigation systems (ICINS), IEEE*, 2022, pp. 1-2.
14. Ango A. *Matematika dlya elektro-i radioinzhenerov* [Mathematics for electrical and radio engineers]. M.: Nauka [M.: Science], 1964, 772 p.
15. Kanakov O.I., Motova M.I. *Metody Lagranzha i Gamil'tona v issledovanii kolebatel'nykh sistem: Uchebno-metodicheskoye posobiye* [Methods of Lagrange and Hamilton in the study of oscillatory systems: Educational and methodical manual]. Nizhniy Novgorod: Nizhegorodskiy gosuniversitet [N. Novgorod: Nizhny Novgorod State University], 2016, 39 p.
16. Gerasimov A.I., Regeda V.V., Regeda O.N. *Modelirovaniye v srede MATLAB-Simulink: metod. ukazaniya k laboratornym rabotam* [Modeling in the MATLAB-Simulink environment: method. instructions for laboratory work]. Penza: Izd-vo PGU [Penza: PSU Publ.], 2017, 104 p.

**Bogolyubov Vladimir Mikhailovich.** Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Radio Engineering Systems of the Kazan National Research Technical University. A.N. Tupolev (KNRTU-KAI). Main area of research: radio electronics, control systems, inertial navigation. AuthorID: 962931, bvm200@yandex.ru, Kazan, Kremlin, 2a-56.

**Bakhtieva Lyalya Uzbekovna.** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Artificial Intelligence of Kazan Federal University, position. The main direction of research: mathematical modeling of physical processes. AuthorID: 16749, lbakhtie@yandex.ru, Kazan, Kremlin, 2a-56.

**Tsyganov Oleg Vladimirovich.** Applicant for the degree of candidate of technical sciences, JSC GosMKB Vympel. Main area of research: radio electronics, control systems, inertial navigation. modelistrocky@mail.ru.

Статья поступила в редакцию 17.04.2023; одобрена после рецензирования 09.06.2023; принята к публикации 16.06.2023.

The article was submitted 04/17/2023; approved after reviewing 06/09/2023; accepted for publication 06/16/2023.