

Математическое моделирование в энергетике

УДК 519-7

DOI:10.38028/ESI.2023.29.1.004

Математическое моделирование и численный анализ влияния толщины радиальных рабочих лопаток на долговечность энергетических турбомашин

Репецкий Олег Владимирович, Хоанг Динь Кыонг

Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского,
Россия, Иркутск, *hoangcuonghd95@gmail.com*

Аннотация. Данная статья посвящена компьютерному моделированию и численному анализу изменения толщины лопаток для исследования влияния преднамеренной расстройки на долговечность радиальных рабочих колес энергетических турбомашин. Объектом исследования является радиальное рабочее колесо с 10-ю лопатками, изготовленное фирмой “Schiele”, специализирующейся на производстве агрегатов для химической промышленности и вентиляционного оборудования. Использован метод конечных элементов с применением конечного элемента TET10 из программы ANSYS WORKBENCH. Исследованы несколько вариантов изменения геометрии (толщины лопаток) для анализа прочности рабочих колес, которые могут дать точные прогнозные модели для вынужденной динамической реакции, характеристик расстроенных рабочих колес и оценки ресурса в циклических симметричных системах. Данный анализ является лишь небольшим фрагментом комплексного исследования влияния геометрических и жесткостных параметров на ресурсные характеристики радиальных рабочих колес и выбран из соображений минимального изменения аэродинамических характеристик роторных конструкций. По результатам исследования, два из пяти вариантов показали повышение количества циклов до разрушения рабочего колеса, минимальное процентное изменение массы и собственных частот радиального рабочего колеса. Полученные расчеты позволяют сократить объем дорогостоящих экспериментальных исследований и уменьшить сроки конструирования новых машин по критериям эффективности, надежности, технологии и ресурсосбережения высоконагруженных агрегатов.

Ключевые слова: долговечность, метод конечных элементов, математические модели, преднамеренная расстройка, радиальное рабочее колесо, турбомашин

Цитирование: Репецкий О.В. Математическое моделирование и численный анализ влияния толщины радиальных рабочих лопаток на долговечность энергетических турбомашин / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2023. – № 1(29). – С. 44-53. – DOI:10.38028/ESI.2023.29.1.004.

Введение. В настоящее время компьютерное прогнозирование фактического ресурса и оценка прочности роторных конструкций компрессоров и турбин являются одними из основных задач при создании новых турбомашин и диагностике роторов с большой наработкой. Сложность оценки прочности и эксплуатационной надежности роторов турбомашин связана с наличием в них высоконагруженных элементов и разнообразием их геометрических форм. Наиболее нагруженными элементами турбомашин являются рабочие лопатки, в которых накапливается повреждаемость от влияния центробежных сил, температурного нагрева и аэродинамического влияния, поэтому обеспечение высокой прочности и долговечности рабочих лопаток является актуальной проблемой современного двигателестроения для авиационной, космической, энергетической, нефте-газовой, автомобильной и многих других отраслей промышленности [1-4].

Несмотря на многочисленные исследования и пристальное внимание к проблеме многоциклового усталостной долговечности рабочих колес, как промышленных, так и академических, до сих пор отсутствует всеобъемлющее проектное решение этой задачи. На практике в конструкциях всегда возникают отличия между лопатками (по массе, геометрии, материалу и т.д.) из-за технологии изготовления, монтажа, износа при эксплуатации и других факторов.

Все эти малые отличия лопаток, так называемая расстройка параметров, вносят погрешность в численный анализ ресурсных характеристик, по сравнению с идеальными конструкциями. Чаще всего расстройка лопаток является малой величиной с незначительными отклонениями по собственной частоте колебаний и другим параметрам от номинального значения. Однако, исследования разных авторов [1, 5, 6, 7] показывают, что явление расстройки параметров способно оказывать значительное влияние на прочность и долговечность конструкции. Как следует из предыдущих исследований [8, 9], данные радиальные лопатки могут иметь разрушения при достижении $2,0938 \cdot 10^5$ циклов на середине входной кромки пера. Также отмечается, что изменение толщины лопатки будет влиять на долговечность радиального рабочего колеса в целом. Для достижения цели повышенной долговечности лопатки в данной работе дополнительно исследуются три варианта изменения толщины лопатки (не более 10%) для анализа ресурсных характеристик радиальных рабочих колес [10]. Конкретно, в каждом варианте предполагается увеличение толщины лопатки на середине пера и уменьшение толщины на двух краях кромки (верхнем и нижнем). Предполагается, что модели уменьшенного порядка расстроенного диска с лопатками эффективны для численного исследования механической конструкции и устранения неисправностей реального рабочего колеса. Следует отметить, что подготовка геометрических и других данных для компьютерного анализа данных конструкций проста, а вычислительное время невелико [11]. Можно утверждать, что расчет на прочность и долговечность лопатки турбин с помощью ЭВМ дает большую глубину исследования, широту охватываемых вопросов, значительно сокращает объем дорогостоящих экспериментальных исследований, уменьшает сроки конструирования новых машин по критериям эффективности, надежности, технологии и ресурсосбережения высоконагруженных агрегатов.

В данной работе использован метод конечных элементов (МКЭ) с применением конечного элемента TET10 и программы ANSYS WORKBENCH для расчета колебаний и долговечности радиального рабочего колеса с целью анализа и прогнозирования ресурсных характеристик. Рассмотрены пять вариантов изменения толщины лопатки (не более 10%) для достижения цели повышения долговечности радиального рабочего колеса [10]. Настоящее локальное исследование является лишь небольшой частью комплексного анализа влияния геометрических факторов и расстройки параметров на ресурсные характеристики данной конструкции [9, 13, 16, 24]. Математические модели учитывают вероятностное моделирование, которое может дать более точные прогнозные распределения для динамической реакции и оценки ресурса лопатки радиальных рабочих колес [1, 12, 13].

Значения расстройки параметров лопаток определяются по формуле [14, 15]:

$$\Delta f_i = \frac{f_{j,i} - \bar{f}_j}{\bar{f}_j}, \quad (1)$$

где \bar{f}_j – среднее значение основных частот j -ой формы колебания; $f_{j,i}$ – частоты j -ой формы колебания лопаток; $i = 1, 2, \dots, N$ (N – количество лопаток).

Уравнения движения с использованием метода конечных элементов для статики и свободных колебаний могут быть представлены в виде [2, 12, 13]:

$$(K_E + K_G + K_R)\delta = F_\Omega + F_T + F_G, \quad (2)$$

а для свободной вибрации:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + (K_E + K_G + K_R)\delta = 0, \quad (3)$$

где δ – вектор перемещений, K_E и M – матрицы жесткости и массы, соответственно, K_G – матрица геометрической жесткости, зависящая от скорости и температуры, K_R – дополни-

тельная матрица жесткости, возникающая в результате вращения, F_{Ω}, F_T, F_G – векторы, соответствующие силам вращения, температуры и давления газа соответственно, C – матрица демпфирования.

1. Численный анализ изменения толщины лопаток. Метод конечных элементов (МКЭ) представляет собой эффективный численный метод для решения инженерных и физических задач. МКЭ удачно конкурирует с методом граничных элементов за счет преимуществ при анализе конструкций сложной геометрии и задач, где почти каждый элемент исследуемой среды обладает различными свойствами. Подобный анализ выполнен на примере радиального рабочего колеса с 10-ю лопатками [16, 17, 18].

Материал радиального рабочего колеса – сталь, модуль Юнга – $2,1 \cdot 10^5$ Мпа, плотность – 7850 кг/м^3 , коэффициент Пуассона – 0,3. Конструкция объекта жестко закреплена по ободу диска. В конечно-элементной модели применяется конечный элемент TET10 программы ANSYS WORKBENCH с общим количеством конечных элементов 58382 и 115590 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет 346770 (рис. 1).

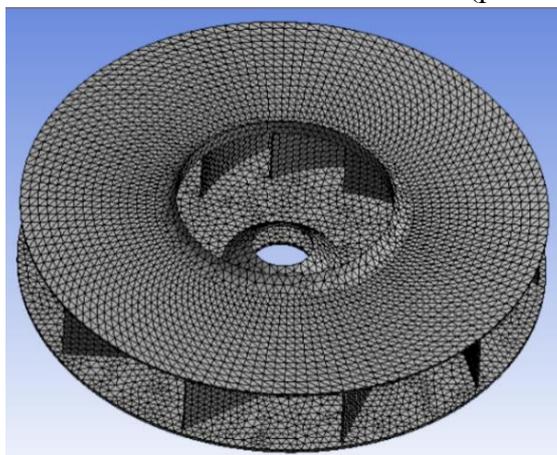


Рис. 1. Конечноэлементная модель радиального рабочего колеса с 10-ю лопатками

На рис. 2 представлены три основных варианта по изменению толщины радиальной лопатки для рассмотрения возможностей повышения долговечности радиального рабочего колеса.

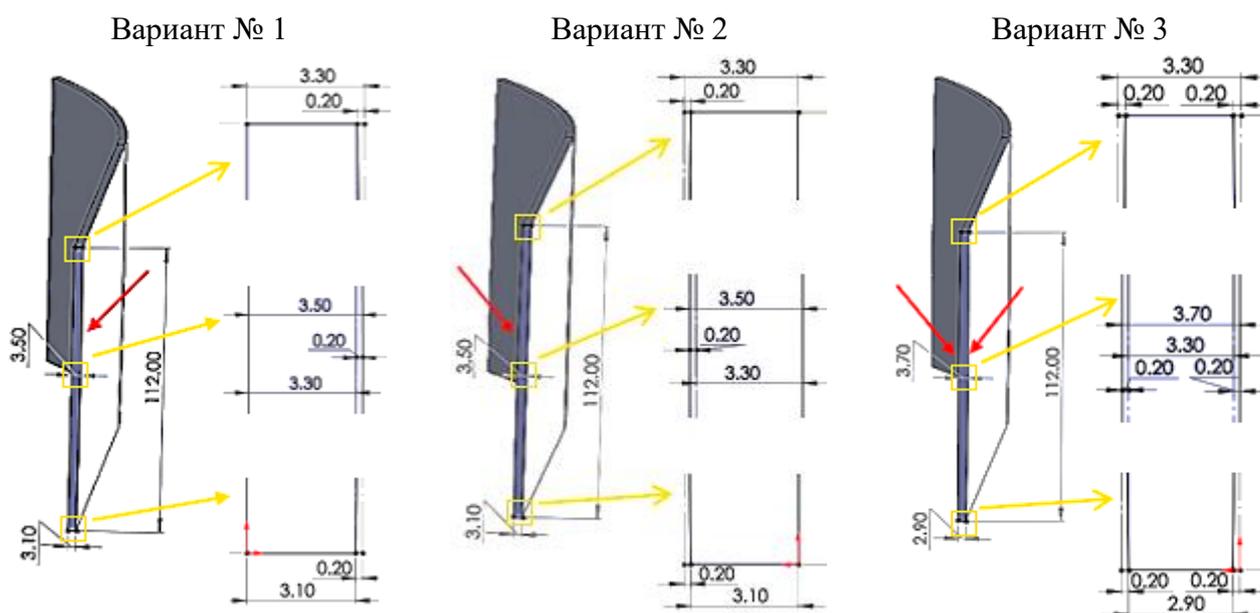


Рис. 2. Варианты изменения толщины радиальной лопатки

В варианте № 1 и 2 предполагается увеличение толщины лопатки на 0,2 мм на середине и уменьшение толщины на 0,2 мм на двух краях кромки. В варианте № 3 толщина лопатки увеличивается на 0,4 мм на середине и уменьшается на 0,4 мм на двух краях кромки. Геометрическая кромка имеет форму окружности по радиусу $R = 3920$ мм. Направленные изменения толщины лопатки помечаются красными стрелками, а изменения геометрических участков указаны желтыми стрелками. Таким образом, в каждом варианте предполагается увеличение толщины лопатки на середине и уменьшение толщины на двух краях кромки (верхнем и нижнем). Толщина радиальной лопатки изменяется на правой стороне лопатки – вариант № 1, на левой стороне лопатки – вариант № 2 и на двух сторонах лопатки – вариант № 3 (рис. 2). Данные варианты изменений связаны с легкостью их технологического получения, небольшими финансовыми затратами и минимальным влиянием на аэродинамические характеристики ступени.

Основные параметры изменения толщины радиальной лопатки показаны в таблице 1.

Таблица 1. Основные параметры изменения толщины радиальной лопатки

Вид лопатки		Основные параметры лопатки			Масса, кг
		Высота, мм	Толщина, мм		
			по центру	по краям кромки	
Исходная лопатка		112	3,3	3,3	0,9888
Предложенная лопатка	Вариант № 1	112	3,5	3,1	1,0089
	Вариант № 2	112	3,5	3,1	1,0087
	Вариант № 3	112	3,7	2,9	1,0288

Анализ таблицы 1 показывает, что масса лопатки в трех вариантах повышается при изменении толщины радиальной лопатки по сравнению с исходной лопаткой. Конкретно, в варианте № 1 масса повышается на 2,03%, в варианте № 2 – на 2,01%, а в варианте № 3 – на 4,05%. Вариант № 2 обладает минимальным процентным изменением массы лопатки.

2. Расчет долговечности лопаток радиальных рабочих колес энергетических турбомашин. В реальных условиях работы примерно 60% отказов двигателей в эксплуатации происходит вследствие разрушения и поломки деталей из-за недостаточной прочности. Поврежденными деталями, как правило, являются высоконагруженные элементы радиальных роторов (лопатки). Из этого количества отказов примерно 70% деталей разрушаются вследствие их вибраций [19, 20]. В лопатках радиальных рабочих колес турбомашин вибрация лопаток влияет на многоцикловую усталость и срок службы двигателя [1, 21]. Поврежденные фрагменты лопастей в результате многоцикловых усталостных отказов могут привести к повреждению и разрушению узлов, частичному или полному отказу двигателя. По этим причинам вибрации лопаток представляют собой основную область исследований в рабочих колесах [22, 23, 24].

В таблице 2 анализируются собственные частоты радиального рабочего колеса. На рис. 3 представлены процентные изменения собственных частот каждого варианта радиального рабочего колеса к исходному варианту с 10-ю лопатками. Результаты исследования собственных частот колебаний радиального рабочего колеса иллюстрируют таблица 2 и рис. 3.

В приведенной таблице 2 и на рис. 3 показано, что собственные частоты радиального рабочего колеса уменьшаются по формам колебаний 0/0; 1/0; 1/1; 2/0 и повышаются по форме колебания 5/0 при изменении толщины лопатки на 0.2 мм, но вариант № 2 обладает минимальным процентным изменением собственных частот по форме колебания 0/0; 1/0; 1/1; 2/0 и максимальным процентным изменением собственных частот для формы колебания 5/0.

Расчет долговечности радиального рабочего колеса по трем вариантам геометрических изменений представлен на рис. 4. Данный расчет количества циклов до разрушения рабочего колеса каждого варианта анализируется в таблице 3.

Таблица 2. Значения собственных частот радиального рабочего колеса

Форма n/m (n-число узловых диаметров, m- окружностей)	Собственные частоты радиального рабочего колеса, Гц		
	Вариант № 1	Вариант № 2	Вариант № 3
0/0	80,440	80,481	79,490
1/0	43,472	43,476	43,213
1/1	392,97	392,90	388,82
2/0	341,98	342,08	339,30
5/0	416,25	416,71	415,87

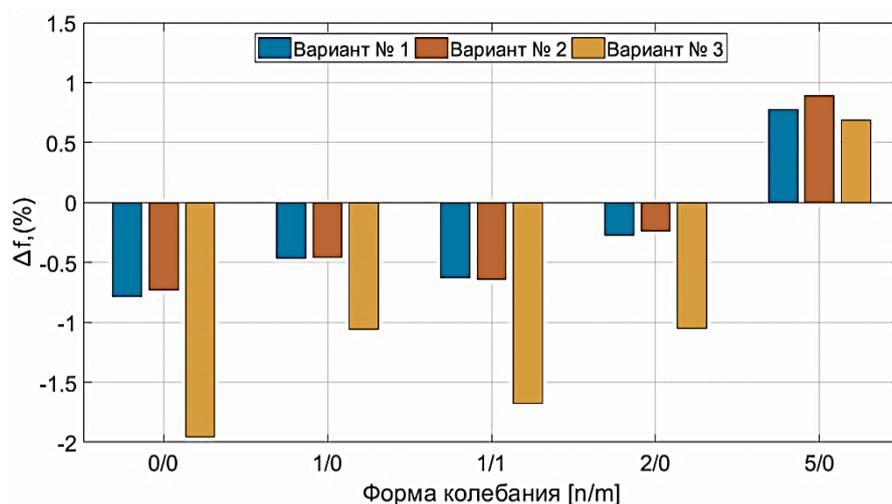


Рис. 3. Процентное изменение собственных частот радиального рабочего колеса

Таблица 3. Значения количества циклов до разрушения рабочего колеса

Номер варианта	Вариант при изменении толщины всех лопаток на 0,2 мм	Долговечность (в циклах)	Отклонение от исходной лопатки $\overline{\Delta N}$ (%)
1	С уменьшением по всей лопатке	$1,8685 \cdot 10^5$	- 10,76
2	С увеличением по всей лопатке	$2,3636 \cdot 10^5$	+ 12,89
3	С увеличением по всей лопатке на 0,2 мм на середине и уменьшением на 0,2 мм на двух краях кромки на правой стороне лопатки (вариант № 1)	$1,9915 \cdot 10^5$	- 4,89
4	С увеличением по всей лопатки на 0,2 мм на середине и уменьшением на 0,2 мм на двух краях кромки на левой стороне лопатки (вариант № 2)	$2,4046 \cdot 10^5$	+ 14,84
5	С увеличением по всей лопатке на 0,4 мм на середине и уменьшением на 0,4 мм на двух краях кромки на двух сторонах лопатки (вариант № 3)	$2,0714 \cdot 10^5$	- 1,07

Расчет долговечности лопаток для двух вариантов (с уменьшением и увеличением по всей лопатке на 0,2 мм) приведен в работе авторов [25]. Расчет долговечности выполнен на основе методики математического моделирования и прогнозирования многоциклового уста-

лостной долговечности радиальных рабочих колес турбин с учетом динамической нагрузки, описанной в работе [9].

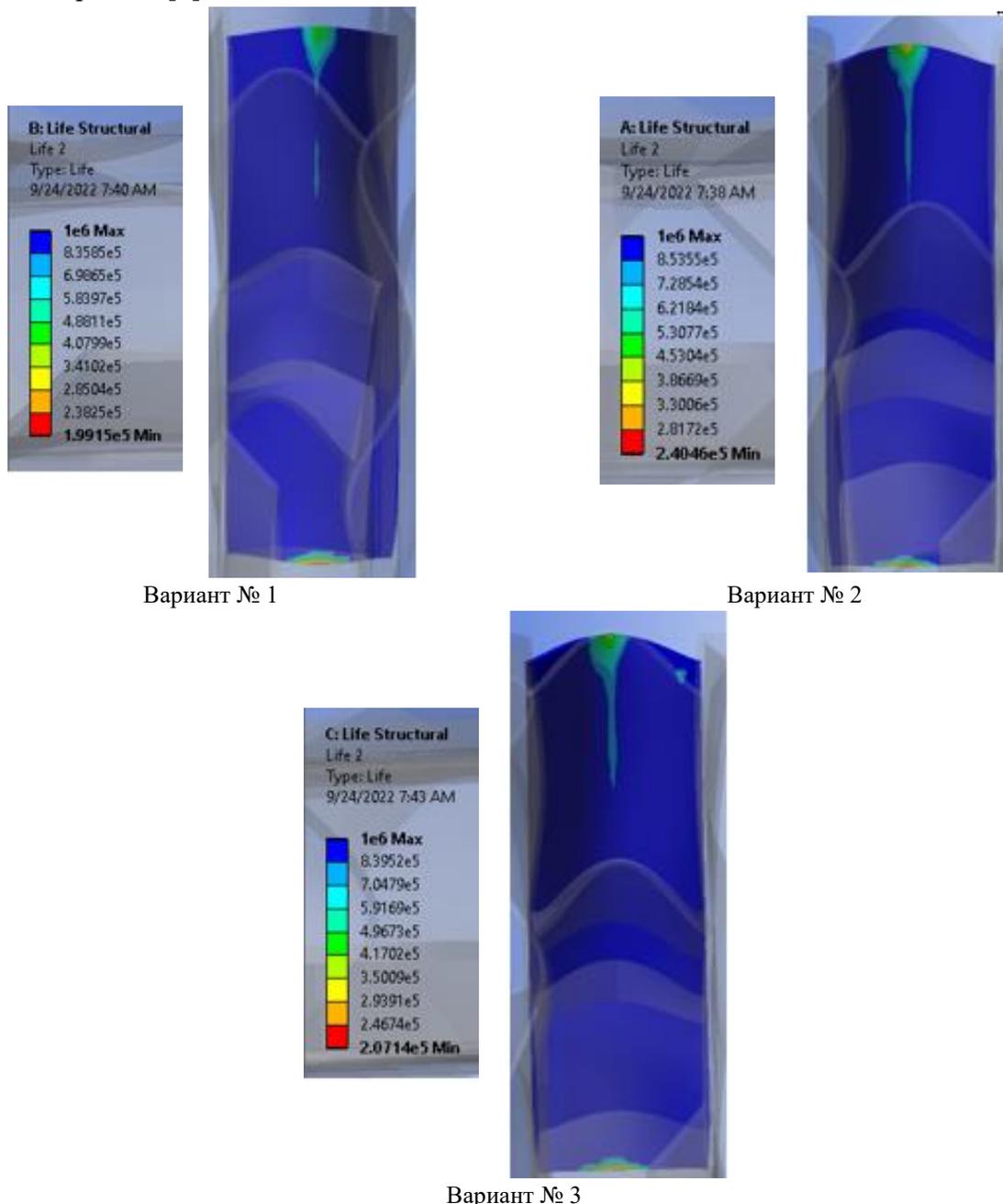


Рис. 4. Расчет долговечности лопаток радиального рабочего колеса

Результаты исследования пяти геометрических вариантов показали, что при увеличении толщины по всей лопатке на 0,2 мм долговечность конструкции повышается на +12,89%., а при увеличении толщины по всей лопатке на 0,2 мм на середине и уменьшении на 0,2 мм на двух краях кромки на левой стороне (вариант № 2) долговечность лопатки радиального рабочего колеса также повышается до +14,84%. В остальных вариантах долговечность лопатки радиального рабочего колеса уменьшается (рис. 5).

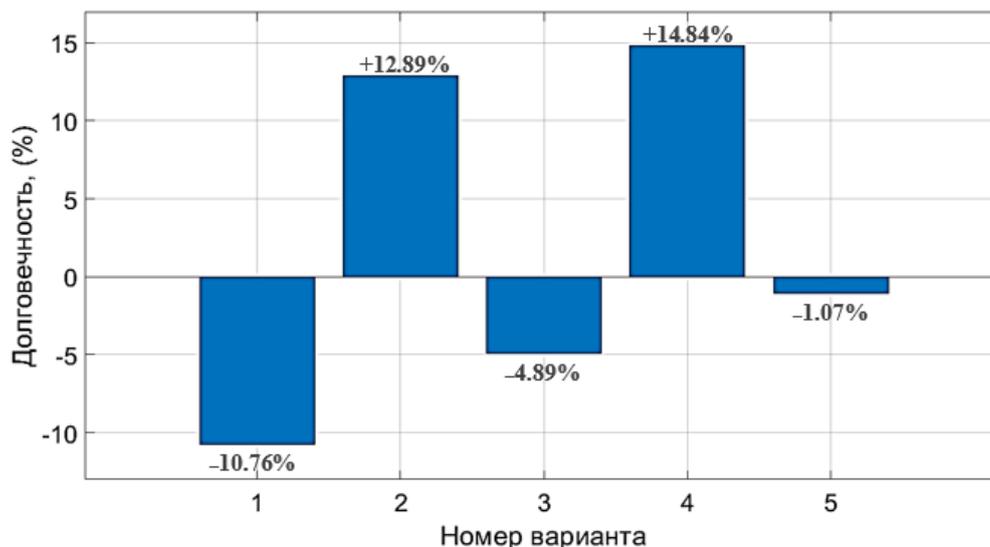


Рис. 5. График распределения долговечности при изменении толщины лопатки на 0,2 мм

Заключение. В настоящей работе представлены результаты оценки долговечности радиального рабочего колеса с 10-ю лопатками. Предложены и проанализированы пять вариантов изменения толщины лопатки. По результатам исследования, два из пяти вариантов демонстрируют повышение количества циклов до разрушения рабочего колеса, а при увеличении толщины на 0,2 мм по всей лопатке на середине и уменьшении на 0,2 мм на двух краях кромки с левой стороны (вариант № 2) получается максимальное увеличение долговечности радиального рабочего колеса до +14,84% по сравнению с другими вариантами. Также, для данного варианта, имеем минимальное процентное изменение массы до +2,01% и минимальное процентное снижение собственных частот радиального рабочего колеса по исследованным формам колебаний. Полученные результаты дополняют комплексное исследование влияния геометрических параметров на ресурс турбомашин. Настоящие результаты численного эксперимента могут использоваться для повышения срока службы двигателей в областях авиационного, энергетического, химического и транспортного машиностроения при небольших финансовых затратах на проектирование и с минимальным изменением аэродинамических характеристик роторных элементов турбомашин.

Список источников

1. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин / А.Г. Костюк. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 476 с.
2. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
3. Hanschke B., Klauke T., Kühhorn A. The effect of foreign object damage on compressor blade high cycle fatigue strength. ASME Journal of engineering for gas turbines and power, 2017, vol. 7A, 9 p.
4. Weiss T., Voigt M., Schlums H., Mucke R., Becker K.H., Vogeler K. Probabilistic finite-element analyses on turbine blades. ASME Journal of engineering for gas turbines and power, 2009, GT2009-59877, pp. 1-10.
5. Castanier M.P., Pierre C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibrations: status and engineering directions. Journal of propulsion and powers, 2006, vol. 122, no. 2, pp. 384-396.
6. Beck J.A.J., Brown M., Runyon B., Scott-Emuakpor O.E. Probabilistic study of integrally bladed rotor blends using geometric mistuning models. Aerospace research central AIAA 2017-0860, 2017, pp. 1-12.
7. Schlesier K.D., Scheidt L.P., Wallaschek J. Investigations on transient amplitude amplification by applying intentional mistuning. ASME Journal of engineering for gas turbines and power, 2018, vol. 7C, 9 p.
8. Репецкий О.В. Анализ преднамеренной расстройки параметров при изменении толщины радиальных лопаток турбомашин / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг // Вестник НГИЭИ, 2022. – № 3 (130). – С. 7-23.
9. Репецкий О. В. Математическое моделирование и численная оценка долговечности радиальных рабочих колес турбомашин / О. В. Репецкий, Д. К. Хоанг // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника, 2022. – № 69. – С. 53-61.

10. Irretier H., Repetskii O. Vibration and life estimation of rotor structures. International federation for the promotion of mechanism and machine science (IFTOMM), 1998, pp. 456-464.
11. Kaneko Y., Takemura M., Mori K., Ooyama H. Stability analysis of mistuned bladed disk of steam turbine blade. Proceedings of international gas turbine congress 2015 Tokyo, 2015, pp. 1397-1404.
12. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Gillaugh D.L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. J. Eng. gas turbines power, 2022, no. 3 (144), 031006, 9 p.
13. Репецкий О.В. Компьютерное моделирование и численный анализ чувствительности радиальных колес турбомашин / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг // Вестник НГИЭИ, 2022. – № 7 (134). – С. 22-36.
14. Beirow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetskii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. Proceed. of ASME turbo expo, 2019. – № 1 (141). – GT2018- 76584. – 8 p.
15. Castanier M.P., C. Pierre Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. AIAA J, 2002, no. 10 (40), pp. 2077-2086.
16. Repetskii O.V., Hoang D.C. Physical and mathematical modeling and computer analysis of radial impellers for chemical and power engineering, taking into account ecology. IOP conference series: earth and environmental science, 2022, vol. 990, 012044, 6 p.
17. Репецкий О.В. Анализ преднамеренной расстройки параметров при изменении толщины радиальных лопаток турбомашин / О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг // Вестник НГИЭИ, 2022. – № 3 (130). – С. 7-23.
18. Мяченков В.И. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов / В.И. Мяченков. – М.: Машиностроение, 1989. – 520 с.
19. Markus W., Johannes E., Oliver V., Ralf L. Automatic numerical analyses and optimization of operating maps applied to a radial compressor. ASME turbo expo 2019: turbomachinery technical conference and exposition, GT2019-91408, V02DT46A014, 12 p.
20. До М. Т. Численный анализ влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / До Мань Тунг; Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского. – Иркутск, 2014. – 197 с.
21. Yuan J., Schwingshackl C., Salles L., Wong C., Patsias S. Reduced order method based on an adaptive formulation and its application to fan blade system with dovetail joints. Proceedings of ASME turbo expo, 2020, GT2020-14227, pp. V011T30A004.
22. Scheidt T. L., Wallaschek J. Single nodal diameter excitation of turbine blades: experimental and theoretical study. Journal of engineering for gas turbines and power, 2021, vol. 143, no. 9, 8 p.
23. Yan Y.J., Cui P.L., Hao H.N. Vibration mechanism of a mistuned bladed disk. Journal of sound and vibration, 2008. – Vol. 317. – P. 294-307.
24. Repetskiy O., Ryjikov I. Modeling and simulation of dynamic processes with the help of program package BLADIS+. Innovations and advanced techniques in systems, computing sciences and software engineering, 2008, pp. 219-220.
25. Repetskii O.V., Hoang D.C. Fatigue life of radial turbomachines at changing thickness blades taking into account intentional mistuning. E3S Web of conferences, 2022, vol. 363, 9 p.

Репецкий Олег Владимирович. Доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям Иркутского государственного аграрного университета им. А.А. Ежевского, AuthorID: 118300, SPIN: 6232–8930, ORCID: 0000–0003–2560–2721, repetskii@igsha.ru, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

Хоанг Динь Кыонг. Аспирант кафедры «Электрооборудования и физики», Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, AuthorID: 1132852; SPIN: 6487-4299; ORCID: 0000-0003-0232-8723, hoangsiuonghd95@gmail.com, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

Mathematical modeling and numerical analysis of the influence in the thickness blades on the durability of power turbomachines

Oleg V. Repetckii, Dinh Cuong Hoang

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky,

Russia, Irkutsk, *hoangcuonghd95@gmail.com*

Abstract. This article is devoted to computer modeling and numerical analysis of the change in the thickness blades to study the effect of intentional mistuning on the durability wheels of power turbomachines. The object of the study is a radial wheel with 10 blades manufactured by Schiele (Germany), which specializes in the production aggregates for the chemical industry and ventilation equipment. The finite element method was used the TET10 finite element from the ANSYS WORKBENCH program. Five options in this paper have been provided for running mistuned wheels that can give accurate predictive distributions for forced response, mistuned wheel performance and resource estimation in cyclic symmetrical systems. According to the results of the study, two of the five options showed an increase in the value of the number of cycles to destruction wheels, the minimum percentage change in the mass and natural frequencies of the radial wheel. The obtained calculations make it possible to significantly reduce the volume of expensive experimental studies and reduce the time for designing new machines according to the criteria of efficiency, reliability, technology and resource saving of highly loaded aggregates.

Keywords: durability, finite element method, mathematical models, intentional mistuning, radial wheel, turbomachines

References

1. Kostyuk A.G. Dinamika i prochnost' turbomashin [Dynamics and strength of turbomachines]. Moscow, Izdatel'skiy dom MEI [MEI Publishing House], 2007, 476 p.
2. Kogayev V. P., Makhutov N. A., Gusenkov A. P. Raschet detaley mashin i konstruksiy na prochnost' i dolgovechnost' [Calculations of machine parts and structures for strength and durability]. Moscow, Mashinostroenie [Mashinostroenie], 1985, 224 p.
3. Hanschke B., Klauke T., Kühhorn A. The effect of foreign object damage on compressor blade high cycle fatigue strength. ASME Journal of engineering for gas turbines and power, 2017, vol. 7A, 9 p.
4. Weiss T., Voigt M., Schlums H., Mucke R., Becker K.H., Vogeler K. Probabilistic finite-element analyses on turbine blades. ASME Journal of engineering for gas turbines and power, 2009, GT2009-59877, pp. 1-10.
5. Castanier M.P., Pierre C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibrations: status and engineering directions. Journal of propulsion and powers, 2006, vol. 122, no. 2, pp. 384-396.
6. Beck J.A.J., Brown M., Runyon B., Scott-Emuakpor O.E. Probabilistic study of integrally bladed rotor blends using geometric mistuning models. Aerospace research central AIAA 2017-0860, 2017, pp. 1-12.
7. Schlesier K.D., Scheidt L.P., Wallaschek J. Investigations on transient amplitude amplification by applying intentional mistuning. ASME Journal of engineering for gas turbines and power, 2018, vol. 7C, 9 p.
8. Repetckii O.V., Hoang D.C. Analiz prednamerennoy rasstroyki parametrov pri izmenenii tolshchiny radial'nykh lopatok turbomashin [Analysis of intentional mistuning parameters when changing the thickness of radial blades turbomachines]. Vestnik NGIEI [Bulletin of NGIEI], 2022, vol. 130, no. 3, pp. 7-23.
9. Repetckii O.V., Hoang D.C. Matematicheskoye modelirovaniye i chislennaya otsenka dolgovechnosti radial'nykh rabochikh koles turbomashin. [Mathematical modeling and numerical evaluation of the durability of radial wheels turbomachines]. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika [Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Aerospace Engineering], 2022, no. 69, pp. 53-61.
10. Irretier H., Repetckii O. Vibration and life estimation of rotor structures. International federation for the promotion of mechanism and machine science (IFTOMM), 1998, pp. 456-464.
11. Kaneko Y., Takemura M., Mori K., Ooyama H. Stability analysis of mistuned bladed disk of steam turbine blade. Proceedings of international gas turbine congress 2015 Tokyo, 2015, pp. 1397-1404.
12. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Gillaugh D.L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. J. Eng. gas turbines power, 2022, no. 3 (144), 031006, 9 p.
13. Repetckii O.V., Hoang D.C. Komp'yuternoye modelirovaniye i chislenny analiz chuvstvitel'nosti radial'nykh koles turbomashin [Computer simulation and numerical analysis of the sensitivity of radial wheels turbomachines]. Vestnik NGIEI [Bulletin of NGIEI], 2022, vol. 134, no. 7, pp. 22-36.

14. Beirrow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetckii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. Proceed of ASME turbo expo, 2019, № 1 (141), GT2018- 76584, 8 p.
15. Castanier M.P., C. Pierre Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. AIAA J, 2002, no. 10 (40), pp. 2077-2086.
16. Repetckii O.V., Hoang D.C. Physical and mathematical modeling and computer analysis of radial impellers for chemical and power engineering, taking into account ecology. IOP conference series: earth and environmental science, 2022, vol. 990, 012044, 6 p.
17. Repetskiy O.V., Hoang D.C. Analiz prednamerennoy rasstroyki parametrov pri izmenenii tolshchiny radial'nykh lopatok turbomashin [Analysis of intentional mistuning parameters when changing the thickness of radial blades turbomachines]. Vesnik NGIEI [Bulletin of NGIEI], 2022, vol. 130, no. 3, pp. 7-23.
18. Myachenkov V.I. Raschety mashinostroitel'nykh konstruksiy metodom konechnykh elementov [Calculations of machine-building structures by the finite element method]. Moscow, Mashinostroyeniye [Mashinostroenie], 1989, 520 p.
19. Markus W., Johannes E., Oliver V., Ralf L. Automatic numerical analyses and optimization of operating maps applied to a radial compressor. ASME turbo expo 2019: turbomachinery technical conference and exposition, GT2019-91408, V02DT46A014, 12 p.
20. Do M.T. Chislennyy analiz vliyaniya rasstroyki parametrov na dinamicheskiye kharakteristiki rabochikh koles turbomashin: dissertatsiya na soiskaniye uchenoy stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Numerical analysis of the influence of parameter mistuning on the dynamic characteristics of the wheels turbomachines: dissertation for the degree of candidate of technical sciences] / Do Man' Tung: Irkutskiy gosudarstvennyy agrarnyy universitet im. A.A. Yezhevskogo [Irkutsk State Agrarian University. A.A. Yezhevsky], Irkutsk, 2014, 197 p.
21. Yuan J., Schwingshackl C., Salles L., Wong C., Patsias S. Reduced order method based on an adaptive formulation and its application to fan blade system with dovetail joints. Proceedings of ASME turbo expo, 2020, GT2020-14227, pp. V011T30A004.
22. Scheidt T. L., Wallaschek J. Single nodal diameter excitation of turbine blades: experimental and theoretical study. Journal of engineering for gas turbines and power, 2021, vol. 143, no. 9, 8 p.
23. Yan Y.J., Cui P.L., Hao H.N. Vibration mechanism of a mistuned bladed disk. Journal of sound and vibration, 2008, vol. 317, p. 294-307.
24. Repetskiy O., Ryjikov I. Modeling and simulation of dynamic processes with the help of program package BLADIS+. Innovations and advanced techniques in systems, computing sciences and software engineering, 2008, pp. 219-220.
25. Repetckii O.V., Hoang D.C. Fatigue life of radial turbomachines at changing thickness blades taking into account intentional mistuning. E3S Web of conferences, 2022, vol. 363, 9 p.

Oleg V. Repetckii. Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for International Relations, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 118300, SPIN: 6232-8930, ORCID: 0000-0003-2560-2721, repetckii@igsha.ru, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny settlement.

Dinh Cuong Hoang. Postgraduate student of the Department «Electrical power and physics», Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 1132852, SPIN: 6487-4299, ORCID: 0000-0003-0232-8723, hoangcuonghd95@gmail.com, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny settlement.

Статья поступила в редакцию 19.10.2022; одобрена после рецензирования 10.02.2023; принята к публикации 09.03.2023.

The article was submitted 10/19/2022; approved after reviewing 02/10/2023; accepted for publication 03/09/2023.