

УДК 519.217

DOI: 10.38028/ESI.2022.28.4.005

Полумарковская и скрытая марковская модели функционирования автономного ветродизельного комплекса

Обжерин Юрий Евгеньевич, Сидоров Станислав Михайлович,
Федоренко Сергей Николаевич

Севастопольский государственный университет,
Россия, Севастополь, *haevec@mail.ru*

Аннотация. Рассматривается задача оценки надежности и анализа функционирования автономного ветродизельного комплекса. Построены его полумарковская и скрытая марковская модели. Скрытая марковская модель используется для нахождения оценок характеристик функционирования автономного ветродизельного комплекса и прогнозирования его состояний на основе полученного в результате функционирования вектора сигналов. Результаты исследования получены в общем виде и инвариантны относительно законов распределения случайных величин, описывающих элементы, позволяют прогнозировать режимы работы автономного ветродизельного комплекса.

Ключевые слова: ветродизельный комплекс, полумарковская модель, скрытая марковская модель, анализ функционирования, прогнозирование

Цитирование: Обжерин Ю.Е. Полумарковская и скрытая марковская модели функционирования автономного ветродизельного комплекса / Обжерин Ю.Е., Сидоров С.М., Федоренко С.Н. // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 4(28). – С. 70-82. DOI: 10.38028/ESI.2022.28.4.005.

Введение. В настоящее время возобновляемые источники электроэнергии повсеместно внедряются в системы электроснабжения. Совместное использование ветроэнергетических установок и дизельных генераторов способствует не только получению экономической выгоды, но и сокращению выбросов продуктов переработки топлива. [1, 2] Однако, эффективность работы ветроэнергетических установок зависит от многих факторов, в частности, от ветровой нагрузки, которая является стохастической. В связи с этим возникает задача построения адекватных математических моделей, учитывающих стохастический характер работы и используемых природных ресурсов (например, ветра) и наличие дизель-генератора (резервного источника энергии).

В статье [3] рассматривается приближенная модель ветродизельного комплекса в Matlab\Simulink. В статьях [4, 5] приводятся результаты исследований имитационного моделирования. В [6, 7] исследуется оценка режимов работы комплекса электроснабжения с ветродизельной электростанцией. В [1, 2] используются марковские модели для анализа функционирования ветродизельного комплекса. Следует отметить, что большинство результатов, полученных другими авторами, рассматривают случаи, когда случайные величины, описывающие систему, имеют экспоненциальное распределение (марковская модель). Полумарковская модель, предлагаемая в данной статье, позволяет использовать распределения произвольного вида. Она также позволяет находить временные характеристики надежности и эффективности системы, в отличие от марковской модели. Во-вторых, для территориально удаленных систем (или систем, управляемых дистанционно) оператору не всегда удается при изменении их состояний полностью получить информацию, содержащуюся в кодировке состояний полумарковской модели, но всегда имеется возможность получить некоторый сигнал (информацию), связанный с состояниями вложенной цепи Маркова, которые можно считать ненаблюдаемыми (скрытыми). В таких случаях использование теории скрытых марковских моделей позволяет решать задачи нахождения и оценки характеристик на основе наблюдаемого вектора сигналов.

Цель нашей работы – применение теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний и теории скрытых марковских моделей для анализа надежности и эффективности автономного ветродизельного комплекса (ВДК).

В данной статье рассматривается задача оценки надежности и анализа функционирования автономного ВДК, состоящего из ветроэнергетической установки, рабочего и резервного дизельных генераторов, инвертора и аккумуляторной батареи.

В работе сначала строится полумарковская модель [8-12] автономного ВДК, позволяющая рассчитать стационарные и временные характеристики надежности. Затем, следуя предложенной авторами методике [18], на ее основе разрабатывается скрытая марковская модель [15-17], которая используется для решения задач прогнозирования и оценки ее характеристик с учетом заданных параметров.

1. Полумарковская модель автономного ВДК. Рассмотрим систему S , представляющую собой автономный ветродизельный комплекс. Будем считать инвертор и аккумуляторную батарею абсолютно надежными в том смысле, что вероятности их отказа намного меньше вероятностей отказа других элементов. Следовательно, не будем их учитывать при построении полумарковской модели. Тогда систему S можно представить трехэлементной системой с резервом времени: элемент 1 – ветроустановка, элемент 2 – дизельный генератор (ДГ), элемент 3 – резервный дизельный генератор (РДГ) (резерв времени). Под отказом элемента 1 следует понимать любое событие, приводящее к нарушению нормального функционирования (например, отсутствие ветра, поломка одной из составляющих и т.п.). Система функционирует следующим образом: если элемент 1 (2) выходит из строя, то элемент 2 (1) отключается, элемент 3 включается, и система функционирует за счет резерва времени (элемент 3). Как только элемент 1 (2) восстанавливается, то элемент 3 отключается (при этом считаем, что к следующему моменту времени его характеристики полностью восстанавливаются), а элемент 2 (1) приступает к работе с прежним уровнем наработки. Отказ системы наступает в том случае, когда элемент 1 (2) находится на восстановлении, элемент 2 (1) отключен, и заканчивается резерв времени (отказ элемента 3). Резерв времени заканчивается в случае, если либо кончается топливо резервного генератора (время работы за счет запаса топлива), либо он выходит из строя.

Предположим, что времена безотказной работы элементов 1 и 2 описываются случайными величинами (СВ) α_1 и α_2 , соответственно, имеющими функции распределения $F_1(x) = P(\alpha_1 \leq x)$, $F_2(x) = P(\alpha_2 \leq x)$ и плотности распределения $f_1(x)$, $f_2(x)$, а время восстановления – случайными величинами β_1 и β_2 , имеющими функции распределения $G_1(x) = P(\beta_1 \leq x)$, $G_2(x) = P(\beta_2 \leq x)$ и плотности распределения $g_1(x)$, $g_2(x)$. Рассматривается случайный мгновенно пополняемый резерв времени, который описывается СВ τ , имеющей функцию распределения $R(x) = P(\tau \leq x)$ и плотности распределения $r(x)$. Случайные величины α_1 , α_2 , β_1 , β_2 , τ предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания. Отметим, что СВ τ представляет собой минимум из времени работы за счет запаса топлива резервного генератора и времени его безотказной работы.

На рис. 1 представлена структурная схема рассматриваемой системы.

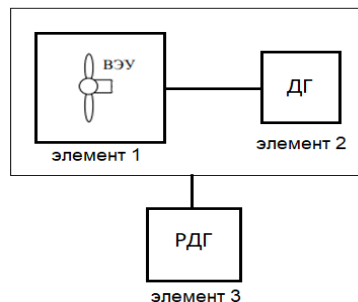


Рис. 1. Структурная схема рассматриваемой системы

Рассмотрим дискретно-непрерывное фазовое пространство состояний рассматриваемой системы:

$$E = \{1112x_2, 2112x_1, 1021x_2, 2201x_1, 3020x_1x_2, 3200x_1x_2\}. \quad (1)$$

Фазовые состояния обозначаются согласно следующей схеме: первая цифра кода означает номер элемента, в котором произошло изменение состояний; остальные цифры – что происходит с каждым элементом (1 – работа, 2 – отключен, 0 – восстановление). Непрерывные компоненты показывают время, оставшееся до следующей смены состояний.

Расшифруем значения кодов состояний:

- 1112 x_2 (2112 x_1) – элемент 1(2) восстановился, элемент 2(1) включается, элемент 3 отключен, x_2 (x_1) – время до конца работы элемента 2(1).
- 1021 x_2 (2201 x_1) – элемент 1(2) выходит из строя и начинает восстановление, элемент 2(1) отключается, включается элемент 3, x_2 (x_1) – время до конца работы элемента 2(1).
- 3020 x_1x_2 (3200 x_1x_2) – отказ системы: x_1 (x_2) – время до конца восстановления элемента 1(2), x_2 (x_1) – время до конца работы элемента 2(1).

Запишем вероятности переходов между состояниями системы:

$$\begin{aligned} P_{1112x_2}^{2201x_1} &= f_1(x_2 + x_1), x_1 > 0; & P_{1112x_2}^{1021y_2} &= f_1(x_2 - y_2), 0 < y_2 < x_2; \\ P_{2112x_1}^{1021x_2} &= f_2(x_1 + x_2), x_2 > 0; & P_{2112x_1}^{2201y_1} &= f_2(x_1 - y_1), 0 < y_1 < x_1; \\ P_{1021x_2}^{1112x_2} &= \int_0^\infty g_1(t)\bar{R}(t)dt = P(\tau > \beta_1); & P_{1021x_2}^{3020x_1x_2} &= \int_0^\infty r(t)g_1(x_1 + t)dt; \\ & & P_{2201x_1}^{2112x_1} &= \int_0^\infty g_2(t)\bar{R}(t)dt = P(\tau > \beta_2); \\ P_{2201x_1}^{3200x_1x_2} &= \int_0^\infty r(t)g_2(x_2 + t)dt; & P_{3020x_1x_2}^{1112x_2} &= 1, & P_{3200x_1x_2}^{2112x_1} &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Выпишем систему уравнений для нахождения стационарного распределения ВЦМ.

$$\left\{ \begin{aligned} \rho(1112x_2) &= \rho(1021x_2) \int_0^\infty g_1(t)\bar{R}(t)dt + \int_0^\infty \rho(3020x_1x_2)dx_1, \\ \rho(2112x_1) &= \rho(2201x_1) \int_0^\infty g_2(t)\bar{R}(t)dt + \int_0^\infty \rho(3200x_1x_2)dx_2, \\ \rho(1021x_2) &= \int_{x_2}^\infty f_1(y_2 - x_2) \rho(1112y_2)dy_2 + \int_0^\infty f_2(x_2 + x_1)\rho(2112x_1)dx_1, \\ \rho(2201x_1) &= \int_{x_1}^\infty f_2(y_1 - x_1) \rho(2112y_1)dy_1 + \int_0^\infty f_1(x_1 + x_2)\rho(1112x_2)dx_2, \\ \rho(3020x_1x_2) &= \rho(1021x_2) \int_0^\infty r(t)g_1(x_1 + t)dt, \\ \rho(3200x_1x_2) &= \rho(2201x_1) \int_0^\infty r(t)g_2(x_2 + t)dt, \\ \int_E \rho(e)de &= 1 \text{ (условие нормировки)}. \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Подставим уравнение 5 в уравнение 1 системы (3). Получим

$$\begin{aligned} \rho(1112x_2) &= \rho(1021x_2) \int_0^\infty g_1(t)\bar{R}(t)dt + \rho(1021x_2) \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty r(t)g_1(x_1 + t)dt = \\ &= \rho(1021x_2) \left[\int_0^\infty g_1(t)\bar{R}(t)dt + \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty r(t)g_1(x_1 + t)dt \right] = \\ &= \rho(1021x_2) \left[\int_0^\infty g_1(t)\bar{R}(t)dt + \int_0^\infty r(t)dt \int_0^\infty g_1(x_1 + t)dx_1 \right] = \\ &= \rho(1021x_2) \left[\int_0^\infty g_1(t)\bar{R}(t)dt + \int_0^\infty r(t)\bar{G}_1(t)dt \right] = \rho(1021x_2). \end{aligned}$$

Аналогично, подставляя уравнение 6 в уравнение 2 системы (3), получаем:

$$\rho(2112x_1) = \rho(2201x_1).$$

Следовательно, система (3) приводится к виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho(1021x_2) &= \int_{x_2}^\infty f_1(y_2 - x_2) \rho(1021y_2)dy_2 + \int_0^\infty f_2(x_2 + x_1)\rho(2201x_1)dx_1, \\ \rho(2201x_1) &= \int_{x_1}^\infty f_2(y_1 - x_1) \rho(2201y_1)dy_1 + \int_0^\infty f_1(x_1 + x_2)\rho(1021x_2)dx_2. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Решение системы (4) найдено в [12] и имеет вид:

$$\rho(1112x_2) = \rho(1021x_2) = \rho_0 \bar{F}_2(x_2),$$

$$\begin{aligned} \rho(2112x_1) &= \rho(2201x_1) = \rho_0 \bar{F}_1(x_1), \\ \rho(3020x_1x_2) &= \rho_0 \bar{F}_2(x_2) \int_0^\infty r(t)g_1(x_1+t)dt, \\ \rho(3200x_1x_2) &= \rho_0 \bar{F}_1(x_1) \int_0^\infty r(t)g_2(x_2+t)dt \end{aligned} \quad (5)$$

константа ρ_0 находится из условия нормировки.

Времена пребывания в состояниях системы:

$$\begin{aligned} \theta_{1112x_2} &= \alpha_1 \wedge x_2, & \theta_{2112x_1} &= \alpha_2 \wedge x_1, & \theta_{1021x_2} &= \beta_1 \wedge \tau, \\ \theta_{2201x_1} &= \beta_2 \wedge \tau, & \theta_{3020x_1x_2} &= x_1, & \theta_{3200x_1x_2} &= x_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где \wedge – знак минимума.

Тогда средние времена пребывания в состояниях равны:

$$\begin{aligned} M\theta_{1112x_2} &= \int_0^{x_2} \bar{F}_1(t)dt, & M\theta_{2112x_1} &= \int_0^{x_1} \bar{F}_2(t)dt, \\ M\theta_{1021x_2} &= \int_0^\infty \bar{G}_1(t)\bar{R}(t)dt, & M\theta_{2201x_1} &= \int_0^\infty \bar{G}_2(t)\bar{R}(t)dt. \\ M\theta_{3020x_1x_2} &= x_1, & M\theta_{3200x_1x_2} &= x_2. \end{aligned} \quad (7)$$

Разобьем пространство состояний E на два непересекающихся подмножества: работоспособных (E_+) и отказовых состояний (E_-):

$$E_+ = \{1112x_2, 2112x_1, 1021x_2, 2201x_1\}, \quad E_- = \{3020x_1x_2, 3200x_1x_2\}$$

Найдем стационарные характеристики надежности системы.

Используя вероятности переходов (2), стационарное распределение (5), средние времена пребывания в состояниях (7), получаем:

$$\begin{aligned} \int_{E_+} m(x)\rho(dx) &= \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2)dx_2 \int_0^\infty \bar{G}_1(t)\bar{R}(t)dt + \\ &+ \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(x_1)dx_1 \int_0^\infty \bar{G}_2(t)\bar{R}(t)dt + \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2)dx_2 \int_0^{x_2} \bar{F}_1(t)dt + \\ &+ \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(x_1)dx_1 \int_0^{x_1} \bar{F}_2(t)dt = \rho_0 M\alpha_2 M(\beta_1 \wedge \tau) + \rho_0 M\alpha_1 M(\beta_2 \wedge \tau) + \\ &+ \rho_0 M\alpha_1 M\alpha_2. \\ \int_{E_+} P(x, E_-)\rho(dx) &= \rho_0 \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2)dx_2 \int_0^\infty r(t)g_1(x_1+t)dt + \\ &+ \rho_0 \int_0^\infty dx_2 \int_0^\infty \bar{F}_1(x_1)dx_1 \int_0^\infty r(t)g_2(x_2+t)dt = \\ &= \rho_0 M\alpha_2 \int_0^\infty r(t)\bar{G}_1(t)dt + \rho_0 M\alpha_1 \int_0^\infty r(t)\bar{G}_2(t)dt = \\ &= \rho_0 M\alpha_2 P(\beta_1 > \tau) + \rho_0 M\alpha_1 P(\beta_2 > \tau). \\ \int_{E_-} m(x)\rho(dx) &= \rho_0 \int_0^\infty x_1 dx_1 \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2)dx_2 \int_0^\infty r(t)g_1(x_1+t)dt + \\ &+ \rho_0 \int_0^\infty x_2 dx_2 \int_0^\infty \bar{F}_1(x_1)dx_1 \int_0^\infty r(t)g_2(x_2+t)dt = \\ &= \rho_0 M\alpha_2 \int_0^\infty x_1 dx_1 \int_0^\infty r(t)g_1(x_1+t)dt + \rho_0 M\alpha_1 \int_0^\infty x_2 dx_2 \int_0^\infty r(t)g_2(x_2+t)dt. \end{aligned}$$

Используя результаты, полученные в [18, с. 61], получаем

$$\begin{aligned} \int_{E_-} m(x)\rho(dx) &= \rho_0 M\alpha_2 [M\beta_1 - M(\beta_1 \wedge \tau)] + \rho_0 M\alpha_1 [M\beta_2 - M(\beta_2 \wedge \tau)]. \\ \int_E m(x)\rho(dx) &= \int_{E_-} m(x)\rho(dx) + \int_{E_+} m(x)\rho(dx) = \end{aligned}$$

$$= \rho_0 M \alpha_2 [M \beta_1 - M(\beta_1 \wedge \tau)] + \rho_0 M \alpha_1 [M \beta_2 - M(\beta_2 \wedge \tau)] + \rho_0 M \alpha_2 M(\beta_1 \wedge \tau) + \rho_0 M \alpha_1 M(\beta_2 \wedge \tau) + \rho_0 M \alpha_1 M \alpha_2 = \rho_0 [M \alpha_1 M \alpha_2 + M \alpha_2 M \beta_1 + M \alpha_1 M \beta_2],$$

где выше обозначено:

$m(x)$ – средние времена пребывания в состояниях, $P(x, E_-)$ – вероятности перехода из работоспособных состояний в отказовые, $M(\beta \wedge \tau)$ – математическое ожидание минимума двух СВ, $P(\beta > \tau)$ – математическое ожидание того, что СВ β больше СВ τ .

$$P(\beta > \tau) = \int_0^{\infty} r(t) \bar{G}(t) dt, \quad M(\beta \wedge \tau) = \int_0^{\infty} \bar{G}(t) \bar{R}(t) dt.$$

Используя формулы, представленные в [12, 13], и выражения, найденные выше, получаем:

- среднее стационарное время безотказной работы T_+ :

$$T_+ = \frac{\int_{E_+} m(x) \rho(dx)}{\int_{E_+} P(x, E_-) \rho(dx)} = \frac{M \alpha_2 M(\beta_1 \wedge \tau) + M \alpha_1 M(\beta_2 \wedge \tau) + M \alpha_1 M \alpha_2}{M \alpha_2 P(\beta_1 > \tau) + M \alpha_1 P(\beta_2 > \tau)},$$

- среднее стационарное время восстановления T_- :

$$T_- = \frac{\int_{E_-} m(x) \rho(dx)}{\int_{E_+} P(x, E_-) \rho(dx)} = \frac{M \alpha_2 [M \beta_1 - M(\beta_1 \wedge \tau)] + M \alpha_1 [M \beta_2 - M(\beta_2 \wedge \tau)]}{M \alpha_2 P(\beta_1 > \tau) + M \alpha_1 P(\beta_2 > \tau)},$$

- стационарный коэффициент готовности K_r :

$$K_r = \frac{\int_{E_+} m(x) \rho(dx)}{\int_E m(x) \rho(dx)} = \frac{M \alpha_2 M(\beta_1 \wedge \tau) + M \alpha_1 M(\beta_2 \wedge \tau) + M \alpha_1 M \alpha_2}{M \alpha_1 M \alpha_2 + M \alpha_2 M \beta_1 + M \alpha_1 M \beta_2}.$$

В случае неслучайного резерва времени, т.е. когда $R(x) = 1(x - h)$, где h – величина резерва времени, стационарные характеристики надежности примут вид:

- среднее стационарное время безотказной работы T_+ :

$$T_+ = \frac{M \alpha_2 \int_0^h \bar{G}_1(t) dt + M \alpha_1 \int_0^h \bar{G}_2(t) dt + M \alpha_1 M \alpha_2}{M \alpha_2 \bar{G}_1(h) + M \alpha_1 \bar{G}_2(h)}, \quad (8)$$

- среднее стационарное время восстановления T_- :

$$T_- = \frac{M \alpha_2 \int_h^{\infty} \bar{G}_1(t) dt + M \alpha_1 \int_h^{\infty} \bar{G}_2(t) dt}{M \alpha_2 \bar{G}_1(h) + M \alpha_1 \bar{G}_2(h)}, \quad (9)$$

- стационарный коэффициент готовности K_r :

$$K_r = \frac{M \alpha_2 \int_0^h \bar{G}_1(t) dt + M \alpha_1 \int_0^h \bar{G}_2(t) dt + M \alpha_1 M \alpha_2}{M \alpha_1 M \alpha_2 + M \alpha_2 M \beta_1 + M \alpha_1 M \beta_2}. \quad (10)$$

В качестве иллюстративного примера использования формул (8)-(9), рассмотрим систему S , для которой перед началом её функционирования принято, что СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ имеют распределение Эрланга IV порядка и $M \alpha_1 = 150$ ч., $M \alpha_2 = 100$ ч., $M \beta_1 = 24$ ч., $M \beta_2 = 20$ ч., а резерв времени h изменяется от 10 до 20 часов. Полученные результаты изображены на рис. 2 (а, б, в).

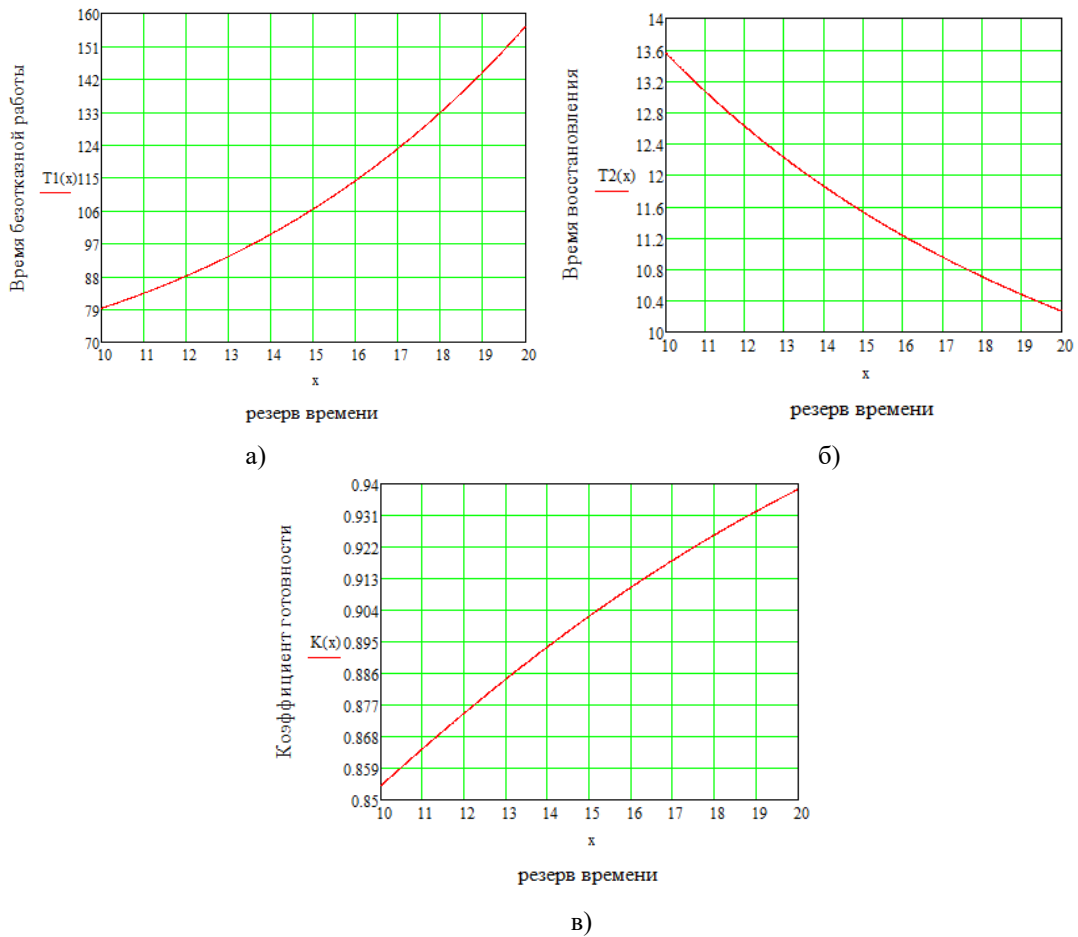


Рис. 2. Графики стационарных характеристик надежности при различных значениях резерва времени h : а – среднее время безотказной работы, б – среднее время восстановления, в – стационарный коэффициент готовности

2. Нахождение вероятностей перехода укрупненной полумарковской модели. Для построения скрытой марковской модели (СММ) укрупним по непрерывным компонентам стационарные распределения (5), т.е. применим алгоритм стационарного фазового укрупнения к каждому состоянию. Отметим, что фазовое пространство полумарковских состояний получается добавлением к кодам физических состояний совокупности непрерывных компонент, фиксирующих остаточные времена действия факторов, изменяющих состояния системы. [13] Эти непрерывные компоненты и желательно укрупнять, оставляя только дискретное множество физических состояний.

Получим

$$\int_0^\infty \rho(1112x_2)dx_2 = \int_0^\infty \rho(1021x_2)dx_2 = \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2)dx_2 = \rho_0 M\alpha_2,$$

$$\int_0^\infty \rho(2112x_1)dx_1 = \int_0^\infty \rho(2201x_1)dx_1 = \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(x_1)dx_1 = \rho_0 M\alpha_1,$$

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \rho(3020x_1x_2)dx_1 dx_2 = \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_2(x_2)dx_2 \int_0^\infty x_1 dx_1 \int_0^\infty r(t)g_1(x_1 + t)dt =$$

$$= \rho_0 M\alpha_2 \int_0^\infty r(t)\bar{G}_1(t)dt = \rho_0 M\alpha_2 P(\beta_1 > \tau).$$

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \rho(3200x_1x_2)dx_1 dx_2 = \rho_0 \int_0^\infty \bar{F}_1(x_1)dx_1 \int_0^\infty x_2 dx_2 \int_0^\infty r(t)g_2(x_2 + t)dt =$$

$$= \rho_0 M\alpha_1 \int_0^\infty r(t)\bar{G}_2(t)dt = \rho_0 M\alpha_1 P(\beta_2 > \tau).$$

Следовательно, дискретное фазовое пространство укрупненных состояний рассматриваемой системы имеет вид:

$$\hat{E} = \{1112, 2112, 1021, 2201, 3020, 3200\}.$$

Используя формулы, представленные в [12, стр. 36],

$$\widehat{p}_k^r = \frac{\int_{E_k} \rho(de)P(e, E_r)}{\rho(E_k)}, \quad \widehat{m}_k = \frac{\int_{E_k} \rho(de)m(e)}{\rho(E_k)}. \quad (11)$$

найдем вероятности переходов \widehat{p}_k^r между укрупненными состояниями и средние времена пребывания \widehat{m}_k в них.

Вычислим знаменатели формул (11).

$$\rho(E_{1112}) = \rho(E_{1021}) = \rho_0 M \alpha_2, \quad \rho(E_{2112}) = \rho(E_{2201}) = \rho_0 M \alpha_1, \\ \rho(E_{3020}) = \rho_0 M \alpha_2 P(\beta_1 > \tau), \quad \rho(E_{3200}) = \rho_0 M \alpha_1 P(\beta_2 > \tau).$$

Средние времена пребывания \widehat{m}_k равны:

$$\widehat{m}_{1112} = \frac{\int_0^\infty \overline{F}_2(x_2) dx_2 \int_0^{x_2} \overline{F}_1(t) dt}{M \alpha_2}, \quad \widehat{m}_{2112} = \frac{\int_0^\infty \overline{F}_1(x_1) dx_1 \int_0^{x_1} \overline{F}_2(t) dt}{M \alpha_1}, \\ \widehat{m}_{1021} = \frac{\int_0^\infty \overline{F}_2(x_2) dx_2 \int_0^\infty \overline{G}_1(t) \overline{R}(t) dt}{M \alpha_2} = M(\beta_1 \wedge \tau), \quad \widehat{m}_{2201} = M(\beta_2 \wedge \tau), \\ \widehat{m}_{3020} = \frac{M \beta_1 - M(\beta_1 \wedge \tau)}{P(\beta_1 > \tau)}, \quad \widehat{m}_{3200} = \frac{M \beta_2 - M(\beta_2 \wedge \tau)}{P(\beta_2 > \tau)}.$$

Найдем вероятности переходов \widehat{p}_k^r :

$$\widehat{p}_{1112}^{1021} = \frac{\int_0^\infty \overline{F}_2(x_2) dx_2 \int_0^{x_2} f_1(x_2 - t) dt}{M \alpha_2} = \frac{M \alpha_2 - M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_2}, \\ \widehat{p}_{1112}^{2201} = \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_2}, \quad \widehat{p}_{2112}^{1021} = \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_1}, \quad \widehat{p}_{2112}^{2201} = \frac{M \alpha_1 - M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_1}, \\ \widehat{p}_{1021}^{1112} = P(\tau > \beta_1), \quad \widehat{p}_{1021}^{3020} = P(\tau < \beta_1), \quad \widehat{p}_{2201}^{2112} = P(\tau > \beta_2), \\ \widehat{p}_{2201}^{3200} = P(\tau < \beta_2), \quad \widehat{p}_{3020}^{1112} = 1, \quad \widehat{p}_{3200}^{2112} = 1.$$

Тогда матрица переходных вероятностей \widehat{P}_i^j между укрупненными состояниями системы равна:

$$\widehat{P}_i^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{M \alpha_2 - M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_2} & \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_1} & \frac{M \alpha_1 - M(\alpha_1 \wedge \alpha_2)}{M \alpha_1} & 0 & 0 \\ P(\tau > \beta_1) & 0 & 0 & 0 & P(\tau < \beta_1) & 0 \\ 0 & P(\tau > \beta_2) & 0 & 0 & 0 & P(\tau < \beta_2) \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Скрытая марковская модель рассматриваемой системы. Для полного описания СММ [16, 17] необходимо определить:

1. Множество состояний модели соответствует множеству состояний укрупненной модели \hat{E} .

2. Алфавит наблюдаемой последовательности (множество сигналов).

Предположим, что при функционировании системы S состояния ВЦМ укрупненной модели не наблюдаются (скрытые состояния), а наблюдаются только количество работоспособных элементов во время смены состояний ВЦМ. Введём следующее множество сигналов:

$$J = \{0, 1, 2\},$$

где

- 0 – отказ системы;
- 1 – элементы 1 и 2 системы функционируют;
- 2 – система работоспособна за счет резервного дизельного генератора.

Множество сигналов можно выбирать по-разному. Множество сигналов J выбрано в таком виде, т.к. «точную» информацию о количестве работоспособных основных и резервных элементов можно получить практически для любой системы.

3. Матрицу переходных вероятностей между состояниями системы.

Для нашей модели матрица переходных вероятностей состоит из переходных вероятностей \hat{P}_i^j укрупненной полумарковской модели.

4. Связь состояний модели с сигналами.

Рассмотрим связь между состояниями вложенной цепи Маркова (ВЦМ) укрупненной модели и сигналами, т.е. определим функцию связи $R(s|x)$ [16, 18]:

$$R(s|x) = P(S_n = s | X_n = x), x \in \hat{E}, s \in J, \sum_{s \in J} R(s|x) = 1,$$

где S_n – n -ый сигнал.

Будем считать, что сигналы 0 и 2 испускаются верно с вероятностью 0,99 и с вероятностью 0,01 ошибочно.

Функция $R(s|x)$ связи состояний ВЦМ укрупненной модели с сигналами представлена в таблице 1.

Таблица 1. Функция связи $R(s|x)$ состояний ВЦМ укрупненной модели с сигналами

Сигнал, s			
Состояние, x	s=0	s=1	s=2
1112	0	1	0
2112	0	1	0
1021	0,01	0	0,99
2201	0,01	0	0,99
3020	0,99	0	0,01
3200	0,99	0	0,01

5. Начальное распределение вероятностей модели.

Будем считать, что в начальный момент времени укрупненная модель равновероятно может находиться в состоянии 1112 или 2112.

СММ на основе укрупненной полумарковской модели построена.

4. Оценка характеристик и прогнозирование состояний. В качестве иллюстративного примера, рассмотрим систему S , для которой перед началом её функционирования принято, что СВ $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ имеют распределение Эрланга IV порядка и $M\alpha_1 = 150$ ч., $M\alpha_2 = 100$ ч., $M\beta_1 = 24$ ч., $M\beta_2 = 20$ ч., $M\tau = 15$ ч. Предполагается, что в начальный момент времени система находится в состояниях 1112 и 2112 с вероятностями 0,5.

Предположим, что в результате функционирования системы S получен следующий вектор сигналов:

$$\bar{s}_{30} = (1,2,1,2,1,2,1,2,0,1,2,1,2,1,2,0,1,2,1,2,0,1,2,1,2,0,1,2,1,2,1,2,1), n=30.$$

Рассмотрим задачи по оценке характеристик скрытой марковской модели с учетом введенных параметров, следуя [18, 19].

1. Определим вероятности состояний скрытой модели в момент испускания 30-го сигнала (последнего сигнала в цепочке).

Т.к. 30-й сигнал равен 1 (элементы 1 и 2 системы функционируют), то стоит задача определения вероятности нахождения укрупненной системы в состояниях, приводящих к испуска-

нию указанного сигнала. В результате получаем, что на 30-ом шаге укрупнённая модель с вероятностью 0,3553 находилась в состоянии 1112, с вероятностью 0,6447 в состоянии 2112. Для остальных состояний эта вероятность равна нулю.

2. Найдём вероятности, с которыми скрытая модель осуществит переход в состояния на следующем 31-ом шаге.

Вероятности перехода скрытой модели на 31-ом шаге: в состояние 1021 с вероятностью 0,419, в состояние 2201 – 0,581, во все остальные – с нулевой.

3. Определим вероятности появления сигналов на следующем 31-ом шаге.

Получаем, что вероятность появления сигнала 2 на 31-м шаге равна 0,99, сигнала 0 – 0,01, сигнала 1 – 0.

4. Найдём вероятность появления (испускания) полученного вектора сигналов \bar{s}_{30} .

Вероятность появления полученного вектора сигналов \bar{s}_{30} равна 0,00000243.

5. Прогнозирование состояний скрытой модели по полученному вектору сигналов.

В таблице 2 указаны наиболее вероятные состояния скрытой модели на указанных в ней переходах и вероятности этих состояний.

Применяя алгоритм алгоритм Баума-Велша [15, 16], получаем переоцененную матрицу переходных вероятностей для рассматриваемой системы. Исходная матрица переходных вероятностей и матрица переходных вероятностей после переоценки представлены на рисунке 3.

Таблица 2. Наиболее вероятные состояния скрытой модели на переходах

Номер перехода	1	7	11	17	21	26	29
Наиболее вероятное состояние	1112	2112	2201	2112	3200	2112	2201
Вероятность состояния	0,5233	0,6737	0,6520	0,5190	0,5136	0,6132	0,6447

Применяя алгоритм Витерби [15, 16] к переоцененной модели, определяем наиболее вероятную цепочку состояний для полученного вектора сигналов: 1112, 2201, 2112, 1021, 1112, 2201, 2112, 1021, 3020, 1112, 2201, 2112, 1021, 2112, 2201, 3200, 2112, 2201, 2112, 1021, 3020, 1112, 2201, 2112, 1021, 2112, 2201, 2112, 1021, 2112.

$$\begin{array}{c}
 \left(\begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 0,1454 & 0,8546 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0,5697 & 0,4303 & 0 & 0 \\
 0,2606 & 0 & 0 & 0 & 0,7394 & 0 \\
 0 & 0,3469 & 0 & 0 & 0 & 0,6531 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cccccc}
 0 & 0 & 0,1283 & 0,8717 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0,5369 & 0,4631 & 0 & 0 \\
 0,7075 & 0 & 0 & 0 & 0,2925 & 0 \\
 0 & 0,8066 & 0 & 0 & 0 & 0,1934 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \right) \\
 \text{а)} \qquad \qquad \qquad \text{б)}
 \end{array}$$

Рис. 3. Матрицы переходных вероятностей: а) исходная матрица переходных вероятностей P_i^j , б) переоцененная матрица переходных вероятностей \bar{P}_i^j

Обсуждение. Результаты данной статьи открывают большие возможности для оценки функционирования автономных ветродизельных комплексов. В статье показано, как применить аппарат теории скрытых марковских моделей (используемый для систем с конечным множеством состояний) для полумарковских моделей, у которых общее фазовое пространство состояний, что расширяет возможности применения теории СММ.

В статье приведены лишь иллюстративные примеры, показывающие расширение возможностей моделирования автономных ветродизельных комплексов при использовании

разработанной авторами методики. Однако, очевидно, что для специалистов-энергетиков не составит труда использовать параметры реальных ветродизельных комплексов в качестве входных данных моделей с последующим расчетом характеристик.

Следует отметить, что полученные результаты при должной переформулировке могут быть использованы для анализа функционирования технических систем различного назначения.

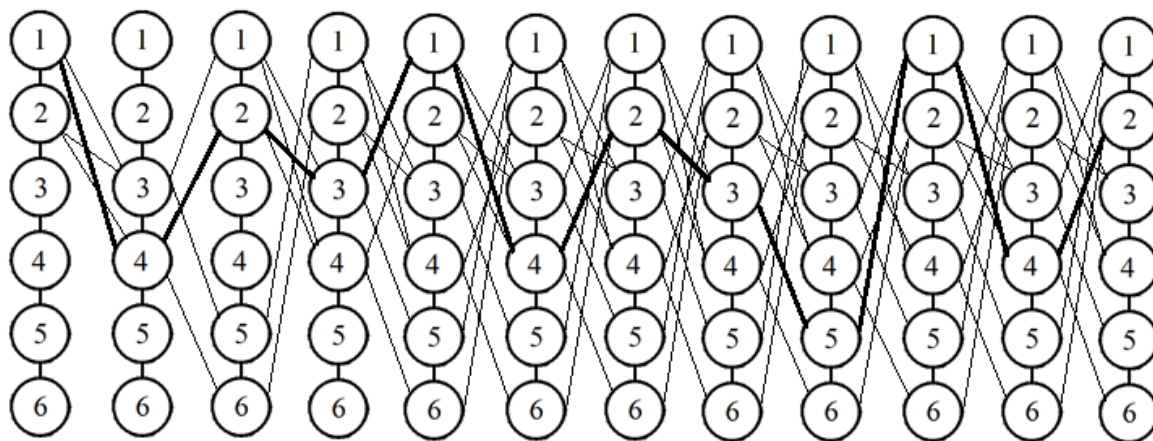


Рис. 4. Решетчатая диаграмма функционирования системы

Решетчатая диаграмма для первых 12 полученных сигналов изображена на рис. 4. Для простоты используется следующая перекодировка состояний модели: $1112 \leftrightarrow 1$, $2112 \leftrightarrow 2$, $1021 \leftrightarrow 3$, $2201 \leftrightarrow 4$, $3020 \leftrightarrow 5$, $3200 \leftrightarrow 6$. Наиболее вероятные состояния (по алгоритму Витерби для переоцененной модели) для вектора полученных сигналов выделены жирной линией. Тонкими линиями соединены другие возможные состояния, которые система могла бы достичь без информации о векторе сигналов.

Заключение. В данной работе построена полумарковская модель автономного ВДК, позволяющая рассчитать стационарные и временные характеристики надежности. Затем на ее основе разработана скрытая марковская модель, которая используется для нахождения оценок характеристик автономного ВДК и прогнозирования его состояний на основе полученного в результате функционирования вектора сигналов. Результаты исследования позволят прогнозировать режимы работы автономного ВДК. Полученная СММ позволяет переоценивать параметры построенной модели (обучать) для повышения ее адекватности, согласно получаемым в процессе функционирования сигналам.

Результаты исследования получены в общем виде и инвариантны относительно законов распределения случайных величин, описывающих элементы автономного ВДК. Они позволяют моделировать функционирование системы при различных законах распределения, основываясь на статистических данных, не видоизменяя саму модель. В дальнейшем планируется обобщить результаты на случай парка (состоящего из N штук) ветродизельных комплексов.

Благодарности. Исследование выполнено при поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук № МК-329.2022.4.

Список источников

1. Ветро дизельные комплексы в децентрализованном электроснабжении: монография / А. В. Бобров, В.А. Тремясов // Красноярск: Изд-во СФУ, 2012. – 216 с.
2. Григорьева О.А. Анализ надежности автономного ветродизельного комплекса / О.А. Григорьева, Т.В Кривенко, В.А. Тремясов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, 2016. – № 2(243). – С. 45-52.

3. Salima Meziane, Omar Feddaoui, Riad Toufouti Modeling and simulation of hybrid wind-diesel power generation system. International journal of renewable energy, 2013, vol. 8, no. 2, pp. 49-58.
4. Sebastián R., Nevado A. Study and simulation of a wind hydro isolated microgrid. Energies, 2020, vol. 13(22), DOI: 10.3390/en13225937.
5. Sebastián R. Modeling, simulation and control of wind diesel power systems. Energies, 2022, vol. 15, no. 1712, DOI: 10.3390/en15051712.
6. Shklyarskiy Y.E., Batueva D.E. Operation mode selection algorithm development of a wind-diesel power plant supply complex. Journal of mining institute, 2022, vol. 253, pp. 115-126, DOI: 10.31897/PMI.2022.7.
7. Baikov A.I., Dar'enkov A.B., Sosnina E.N. Simulation modeling of a wind-diesel power plant. Russian electrical engineering, 2018, vol. 89, pp. 161-167, DOI: 10.3103/S1068371218030033.
8. Limnios N., Nikulin M. Recent advances in reliability theory: methodology, practice, and inference. New York, Springer science+business media, 2000, 514 p.
9. Руденко Ю.Н. Надёжность систем энергетики / Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков // Новосибирск: Наука, 1989. – 328 с.
10. Обжерин Ю.Е. Полумарковские и скрытые марковские и полумарковские модели систем энергетики / Ю.Е. Обжерин // Известия РАН. Энергетика, 2019. – № 5. – С. 26-32.
11. Обжерин Ю.Е. Анализ надежности и фазовое укрупнение систем с поэлементными накопителями / Ю.Е. Обжерин, С.М. Сидоров, М.М. Никитин // Известия РАН. Энергетика, 2019. – № 6. – С. 66-77.
12. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надёжности систем / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин // Киев: Наук. думка, 1982. – 236 с.
13. Korolyuk V.S. Stochastic models of systems. Dordrecht: Springer science+business media, 1999, 185 p.
14. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных производственных систем с временным резервированием / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский // Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. – 284 с.
15. Ross S.M. Introduction to probability models. USA, Elsevier academic press, 2006, 800 p.
16. Rabiner L.R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. Proceedings of the IEEE, 1989, vol. 77, no.2, pp. 257-286, DOI: 10.1109/5.18626.
17. Cappé O., Moulines E., Ryde'n T. Inference in hidden markov models. New York, Springer-Verlag, 2005, 653 p.
18. Obzherin Y.E., Nikitin M.M., Sidorov S.M. Hidden Markov model based on signals from blocks of semi-markov system's elements and its application for dynamics analysis energy systems. Smart innovation, systems and technologies. Singapore: Springer, 2021, vol. 187, p. 477-486.
19. Обжерин Ю.Е. Скрытая марковская модель технического обслуживания по возрасту элементов системы / Ю.Е. Обжерин, М.М. Никитин, С.М. Сидоров // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. 92-е заседание семинара, учрежденного при ИСЭМ СО РАН. В 3-х книгах. – Иркутск: Изд-во ИСЭМ СО РАН, 2020. – С. 89-98.

Обжерин Юрий Евгеньевич. Доктор технических наук, профессор, кафедра высшей математики Севастопольского государственного университета. Исследовательские интересы связаны с теорией случайных процессов, теорией надежности, теорией массового обслуживания, математическим моделированием систем, теорию скрытых марковских моделей. AuthorID: 766997, SPIN: 7589-4167, ORCID: 0000-0003-1180-1084. objsev@mail.ru, 299053, Российская Федерация, г. Севастополь, ул. Университетская, 33, кафедра «Высшая математика».

Сидоров Станислав Михайлович. Кандидат технических наук, доцент кафедр «Высшая математика» и «Интеллектуальные сети энергоснабжения» Севастопольского государственного университета, ученый секретарь Института природно-технических систем. Исследовательские интересы включают прикладную математику, теорию надежности, математическое моделирование систем, теорию скрытых марковских моделей. AuthorID: 889130, SPIN: 2766-5222, ORCID: 0000-0002-9785-918. хаевес@mail.ru, 299011, Российская Федерация г. Севастополь, ул. Ленина, д. 28.

Федоренко Сергей Николаевич. Старший преподаватель кафедры Приборные системы и автоматизация технологических процессов Севастопольского государственного университета. Исследовательские интересы включают автоматизацию и математическое моделирование систем. AuthorID: 930695, SPIN: 4100-2953, ORCID: 0000-0003-3080-7668, sergey.fedor@mail.ru, 299055, г. Севастополь, проспект генерала Острякова, д.167, кв.32.

UDC 519.217

DOI: 10.38028/ESI.2022.28.4.005

Semi-Markov and hidden Markov models of autonomous wind diesel complex functioning

Yuriy E. Obzherin, Stanislav M. Sidorov, Sergey N. Fedorenko

Sevastopol State University,

Russia, Sevastopol, *xaevec@mail.ru*

Abstract. The problem of assessing the reliability and analyzing the functioning of an autonomous wind-diesel complex is considered. Its semi-Markov and hidden Markov models are constructed. A hidden Markov model is used to find performance estimates for an autonomous wind-diesel complex and predict its states based on the resulting signal vector. The results of the study are obtained in a general form and are invariant with respect to the laws of distribution of random variables describing the elements. They make it possible to predict the operating modes of an autonomous wind-diesel complex.

Keywords: wind diesel complex, semi-Markov model, hidden Markov model, performance analysis, forecasting

Acknowledgements: The study was supported by the grant of the President of the Russian Federation for state support of young Russian scientists – Candidates of Sciences No. MK-329.2022.4.

References

1. Bobrov A.V., Tremjasov V.A. Vetrodizel'nye komplekсы v decentralizovannom jelektrosnabzhenii: monografija [Wind-diesel complexes in decentralized power supply: monograph]. Krasnojarsk, Izd-vo SFU [SFU Publishing House], 2012, 216 p.
2. Grigor'eva O.A., Krivenko T.V., Tremjasov V.A. Analiz nadezhnosti avtonomnogo vetrodizel'nogo kompleksa [Reliability analysis of an autonomous wind-diesel complex]. Nauchno-tehnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta [Scientific and technical statements of the St. Petersburg State Polytechnic University], 2016, no. 2 (243), pp. 45-52.
3. Salima Meziane, Omar Feddaoui, Riad Toufouti. Modeling and simulation of hybrid wind-diesel power generation system. International journal of renewable energy, 2013, vol. 8, no. 2, pp. 49-58.
4. Sebastián R., Nevado A. Study and simulation of a wind hydro isolated microgrid. Energies, 2020, vol. 13(22), DOI: 10.3390/en13225937.
5. Sebastián R. Modeling, simulation and control of wind diesel power systems. Energies, 2022, no. 15, DOI: 10.3390/en15051712.
6. Shklyarskiy Y.E., Batueva D.E. Operation mode selection algorithm development of a wind-diesel power plant supply complex. Journal of mining institute, 2022, no. 253, pp. 115-126, DOI: 10.31897/PMI.2022.7.
7. Baikov A.I., Dar'enkov A.B., Sosnina E.N. Simulation modeling of a wind-diesel power plant. Russian electrical engineering, 2018, vol. 89, pp. 161-167, DOI: 10.3103/S1068371218030033.
8. Limnios N., Nikulin M. Recent advances in reliability theory: methodology, practice, and inference. New York: Springer science+business media, 2000, 514 p.
9. Rudenko Y.N., Ushakov I.A. Nadjozhnost' sistem jenergetiki, 2-e izd [Reliability of power systems, 2nd edition]. Novosibirsk, Nauka [The Science], 1989, 328 p.
10. Obzherin Y.E. Polumarkovskie i skrytye markovskie i polumarkovskie modeli sistem jenergetiki [Semi-Markov and hidden Markov and semi-Markov models of energy systems]. Izvestiya RAN. Energetika [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2019, no 5, pp. 26-32.
11. Obzherin Y.E., Sidorov S.M., Nikitin M.M. Analiz nadezhnosti i fazovoe ukрупnenie sistem s pojelementnymi nakopiteljami [Analysis of reliability and phase merging of systems with component-wise storages]. Izvestiya RAN. Energetika [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering], 2019, no. 6, pp. 66-77.
12. Koroljuk V.S., Turbin A.F. Processy markovskogo vosstanovlenija v zadachah nadjozhnosti system [Markov recovery processes in problems of system reliability]. Kiev, Nauk. Dumka [Scientific Thought], 1982, 236 p.
13. Korolyuk V.S., Stochastic models of systems. Dordrecht, Springer science+business media, 1999, 185 p.
14. Kopp V.Ja., Obzherin Yu.E., Peschanskiy A.I. Stohasticheskie modeli avtomatizirovannyh proizvodstvennyh sistem s vremennym rezervirovaniem [Stochastic models of automated production systems with time redundancy]. Sevastopol', Izd-vo SevGTU [Publishing House of SevSTU], 2000, 284 p.
15. Ross S.M. Introduction to probability models. USA: Elsevier academic press, 2006, 800 p.
16. Rabiner L.R. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. Proceedings of the IEEE, 1989, vol. 77, no.2, pp. 257-286, DOI: 10.1109/5.18626.

17. Cappe' O., Moulines E., Ryde'n T. Inference in hidden Markov models. New York, Springer-Verlag, 2005, 653 p.
18. Obzherin Yu.E., Nikitin M.M., Sidorov S.M. Hidden Markov model based on signals from blocks of semi-markov system's elements and its application for dynamics analysis energy systems. Smart innovation, systems and technologies, Singapore, Springer, 2021, vol. 187, pp. 477-486.
19. Obzherin Yu.E., Nikitin M.M., Sidorov S.M. Skrytaja markovskaja model' tehničeskogo obslužhivanija po vozrastu jelementov sistemy [Hidden Markov model of maintenance by age of system elements]. Metodicheskie voprosy issledovanija nadezhnosti bol'shih sistem jenergetiki. 92-e zasedanie seminara, uchrezhdenogo pri ISJeM SO RAN. V 3-h knigah [Methodological issues of reliability research of large energy systems. 92nd meeting of the seminar established at ISEM SB RAS. In 3 books], 2020, pp. 89-98.

Obzherin Yuri Evgenievich. Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Higher Mathematics, Sevastopol State University. Research interests are related to the theory of random processes, reliability theory, queuing theory, mathematical modeling of systems, the theory of hidden Markov models. AuthorID: 766997, SPIN: 7589-4167, ORCID: 0000-0003-1180-1084. objsev@mail.ru, 299053, Russian Federation, Sevastopol, st. Universitetskaya, 33, Department of Higher Mathematics.

Sidorov Stanislav Mikhailovich. Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Departments of Higher Mathematics and Intelligent Power Supply Networks of the Sevastopol State University, Scientific Secretary of the Institute of Natural and Technical Systems. Research interests include applied mathematics, reliability theory, mathematical modeling of systems, the theory of hidden Markov models. AuthorID: 889130, SPIN: 2766-5222, ORCID: 0000-0002-9785-918. xaevec@mail.ru, 299011, Russian Federation, Sevastopol, st. Lenina, d. 28.

Fedorenko Sergey Nikolaevich. Senior Lecturer, Department of Instrument Systems and Automation of Technological Processes, Sevastopol State University. Research interests include automation and mathematical modeling of systems. AuthorID: 930695 SPIN: 4100-2953 ORCID: 0000-0003-3080-7668 sergey.fedor@mail.ru

Статья поступила в редакцию 26.08.2022; одобрена после рецензирования 06.10.2022; принята к публикации 25.11.2022.

The article was submitted 08/26/2022; approved after reviewing 10/06/2022; accepted for publication 11/25/2022.