

УДК 519-7

DOI:10.38028/ESI.2022.27.3.019

Прогнозирование и оптимизация усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой

Нгуен Ван Винь, Репецкий Олег Владимирович

Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского,

Россия, Иркутск, vinh.july177@gmail.com

Аннотация. Исследование долговечности рабочих колес современных турбомашин с учетом преднамеренной расстройки параметров с помощью анализа чувствительности, отличающихся геометрической сложностью конструкций, требует больших вычислительных ресурсов. В связи с этим необходимо разработать и развить методы уменьшения требуемых компьютерных затрат (память, быстродействие), тем самым снизить трудоемкость моделирования, ускорить процесс проектирования. В данной работе представлена математическая модель для оптимизации введения преднамеренной расстройки с целью получения конструкций с повышенной долговечностью. Статья посвящена применению математических моделей для прогнозирования и оптимизации усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой на основе метода конечных элементов (МКЭ). Выполнено численное исследование введения преднамеренной расстройки на основе созданных математических моделей динамической нагрузки лопаток турбомашин и оценки ресурсных характеристик. Для исследования влияния преднамеренной расстройки рабочих колес турбомашин применены программный комплекс ANSYS WORKBENCH и оригинальные авторские программы. Объект исследования – академическое рабочее колесо с 10-ю лопатками, изготовленное в Бранденбургском техническом университете. Использование результатов в данной работе позволяет повысить эффективность и надежность на стадии проектирования деталей рабочих колес турбомашин. На основе полученных результатов возможно обеспечить необходимую точность расчетов и провести вычислительные эксперименты для исследования влияния преднамеренной расстройки параметров на долговечность осевых реальных рабочих колес.

Ключевые слова: академическое рабочее колесо, геометрическое изменение, долговечность, метод конечных элементов, оптимизация, преднамеренная расстройка

Цитирование: Нгуен В.В. Прогнозирование и оптимизация усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой / В.В. Нгуен, О.В. Репецкий // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 3(27). – С. 204-212. – DOI:10.38028/ESI.2022.27.3.019.

Введение. Большинство механических конструкций и деталей турбомашин при работе в реальных условиях эксплуатации подвержены воздействию изменяющихся во времени нагрузок, приводящим к напряжениям и деформациям в конструкции, которые также изменяются во времени. Если величина изменения напряжения превышает определенный предел, то в материале конструкции будет происходить процесс накопления повреждений, приводящий к образованию трещин, эти трещины будут разрастаться и в конечном итоге разрушат материал детали. Элементы рабочих колес турбомашин (лопатки и диски) работают в условиях огромных статических нагрузок, вызванных воздействием центробежных сил, давления и неравномерного нагрева, а также испытывают переменные циклические нагрузки при вынужденных колебаниях, обусловленных воздействием газовых сил [1]. При сборке и изготовлении рабочих колес часто бывают небольшие отклонения между лопатками, называемые расстройкой параметров. Это также приводит к значительным изменениям их колебательных параметров (форма, частота), а также к увеличению динамических напряжений и снижению ресурса лопаток рабочих колес.

Причины расстройки бывают разные: небольшие отклонения в пределах допусков, отличия геометрии секторов колеса или лопаток, неоднородность материала и др. [2-4]. Разработка математических моделей для исследования динамики, долговечности и прочности ра-

бочих колес, а также для увеличения надежности энергетических установок с расстройкой параметров является актуальной задачей.

Для анализа динамики и долговечности деталей и конструкций в целом необходимо создание специализированных программных комплексов на основе метода конечных элементов (МКЭ). От уровня достоверности математических моделей, затрат времени на подготовку исходных данных, расчет и обработку результатов зависит эффективность конструкторских САПР машиностроительных изделий. Таким образом, при автоматизации расчетов динамики и долговечности необходимо решить связанные задачи:

- создание математического и программного обеспечения, обладающего достаточной точностью;
- снижение трудоемкости расчетов за счет применения наиболее эффективных методов линейной алгебры и математического моделирования;
- создание предпроцессора и постпроцессора для ускорения подготовки входной информации и обработки результатов вычислений.

В данной статье рассмотрен разработанный комплекс программ для определения значения расстройки параметров лопаток рабочих колес турбомашин и исследования влияния расстройки параметров на статическое напряженно-деформированное состояние, динамические характеристики и долговечность рабочих колес турбомашин с учетом анализа чувствительности.

Общая схема разработанного комплекса программ показана на рисунке 1.

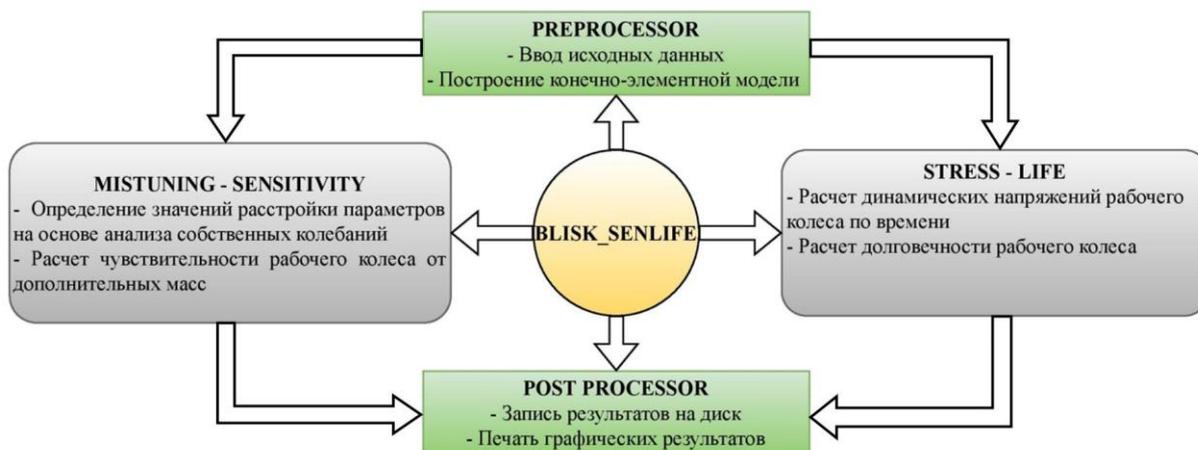


Рис. 1. Общая схема разработанного комплекса программ

В комплексе программ представлены и реализованы основные уравнения, в которых моделируется расстройка при расчете на основе программного языка пакета MATLAB по блок-схеме алгоритма расчета. Расчет в программе построен с помощью МКЭ. Разработанный комплекс программ позволяет решать задачи широкого класса для разных отраслей машиностроения. Приведенное ниже описание характеризует комплекс с позиций анализа турбомашин, однако при необходимости программы могут быть применены и для других конструкций. Данный комплекс программ содержит несколько подсистем, описание которых приведено ниже:

- PREPROCESSOR – Выполнение функции предпроцессора, ввод исходных данных и построение конечноэлементной модели.
- MISTUNING-SENSITIVITY – Определение значений расстройки параметров на основе анализа собственных колебаний и расчет чувствительности собственных частот колебаний от дополнительных масс.
- STRESS-LIFE – Расчет динамических напряжений по времени и прогнозирование долговечности исследуемой модели в циклах.

- POSTPROCESSOR – Выполнение функции постпроцессора. Информация о рассчитанных динамических характеристиках и напряжениях, долговечности и др. графически визуализируется на дисплее и (или) печатающем устройстве.

1. Математические модели для оптимизации введения преднамеренной расстройки рабочих колес турбомашин. В настоящее время имеется достаточно большое количество вариантов преднамеренной расстройки [5-10], каждый из которых может быть либо использован на реальных конструкциях, либо служит некой моделью, позволяющей определить закономерности влияния тех или иных изменений на статические и динамические характеристики промышленных турбомашин. К числу последних можно отнести, например, внесение некоторых сосредоточенных масс в определенные точки поверхности пера лопаток. Другие параметры можно использовать для преднамеренной расстройки реальных рабочих колес, так как они не оказывают существенного влияния на аэродинамику рабочих ступеней турбомашин. К таким параметрам можно отнести: изменение толщины и степени закрутки лопаток, скругление или обрезание углов лопатки на ее периферии, шлифование отдельных частей лопатки или неоднородность материала пера. Значение максимального вынужденного отклика лопаток роторов турбомашин с расстройкой параметров обычно намного больше, чем у настроенных роторов. Увеличение уровня расстройки до критического значения фактически приводит к уменьшению коэффициента увеличения амплитуды. Кроме этого, преднамеренная расстройка рабочего колеса турбомашин увеличивает его долговечность за счет гашения резонансных колебаний. Таким образом, актуальной задачей является введение некоторой степени преднамеренной расстройки в конструкцию системы, для улучшения ее прочностных параметров. В данной работе была разработана математическая модель для оптимизации введения преднамеренной расстройки с целью получения конструкций с повышенной долговечностью. Максимальное перемещение в случае оптимизации преднамеренной расстройки определяется по формуле [11, 12]:

$$\delta_{\max} = \max\{\delta_i(E)\}, i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где N – количество лопаток. В зависимости от количества лопаток $E = \{\Delta E_1, \Delta E_2, \dots, \Delta E_{10}\}$ обозначает, в данном случае, изменение модуля Юнга (механических характеристик материала) от лопатки к лопатке. Вариации расстройки лопатки моделируются с помощью изменений жесткости ΔE_i на основе МКЭ. Метод конечных элементов позволяет выполнить расчеты различных вариантов конструкций в короткое время. Некоторыми из преимуществ МКЭ при проектировании и изготовлении турбомашин являются легкость задания различных граничных условий, простота учета нескольких материалов (изменение модуля Юнга) в одной конструкции и др. Отношение между отклонением частот собственных колебаний Δf_i i -й лопатки и модуля Юнга ΔE_i при оптимизации введения расстройки определяется по формуле:

$$\Delta E_i = E_0 \cdot \left(\frac{f_0 + \Delta f_i}{f_0} \right)^2 \approx 2\Delta f_i, \quad (2)$$

где E_0 и f_0 – номинальное значение модуля Юнга и частоты собственных колебаний в идеальной конструкции. Значение преднамеренной расстройки Δf_{np}^{on} при оптимизации прочностных параметров получается из экспериментальных отклонений частот собственных колебаний и определяется по формуле:

$$\Delta f_{np}^{on} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta f_i^{эк}}{N}, \quad (3)$$

где $\Delta f_i^{эк}$ – экспериментальное отклонение частот собственных колебаний лопатки академического рабочего колеса.

2. Численные результаты усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой. В качестве объекта исследования рассмотрено академическое рабочее колесо с 10-ю лопатками. Основные механические характеристики исследуемого объекта имеют вид: материал рабочего колеса – сталь, модуль Юнга – $2,1 \cdot 10^5 \text{ Н / мм}^2$, плотность – 7850 кг / м^3 , коэффициент Пуассона – 0,3. Общий вид академического колеса представлен на рисунке 2. Численные исследования в данной работе выполнены на модельных конструкциях и также подкреплены экспериментальными данными. Конструкция была жестко закреплена по ободу диска. В качестве конечноэлементной модели в данной работе применяется тетраэдральный конечный элемент TET10 коммерческой программы ANSYS WORKBENCH с 3-мя степенями свободы в узле и с общим количеством конечных элементов одного сектора – 2925 и 5741 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет – 17233.

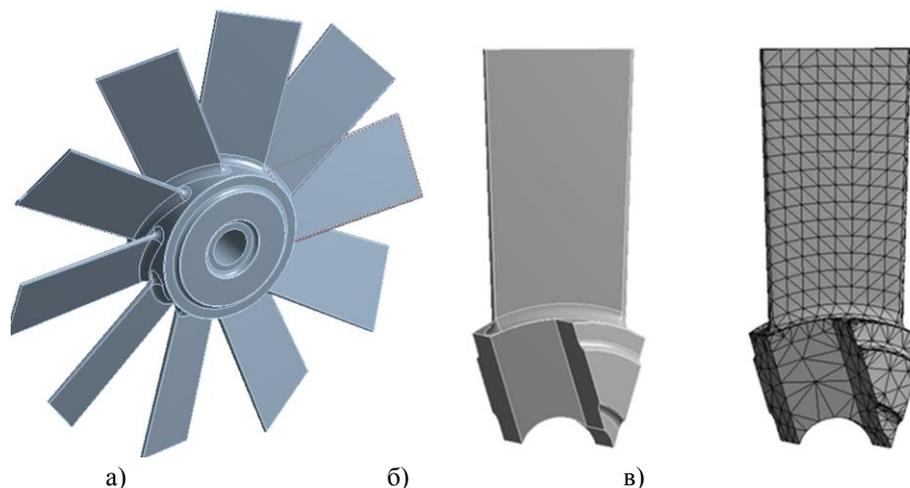


Рис. 2. Академическое рабочее колесо с 10-ю лопатками

(а) общий вид; б) вид одного сектора; в) конечноэлементная модель сектора)

Для численной оценки долговечности данной конструкции применена математическая модель на основе численного метода систематизации динамических напряжений Rain-Flow (метод «дождя») и линейной гипотезы суммирования напряжений Palmgren-Miner [13]. Результаты расчета динамического напряжения и многоциклового долговечности лопатки академического колеса в диапазоне 0 - 5 (с) показаны на рисунке 3.

На следующем этапе исследования проведена оптимизация введения расстройки параметров. На основании требования о стабилизации рабочего колеса в условиях динамической нагрузки для второй формы колебаний и максимальной скорости вращения 100 (1/с) выполнена оптимизация схемы преднамеренной расстройки путем изменения жесткости лопаток. Оптимизация преднамеренной расстройки состоит в переборе заранее заданных вариантов такой расстройки, выполненных в работе [14]. Результат оптимизации преднамеренной расстройки получен на основе численно-экспериментальных исследований частот колебаний академического рабочего колеса, путем определения отклонения частот собственных колебаний лопаток на основе анализа среднего отклонения экспериментальных частот колебаний и корректировки исходного варианта расстройки.

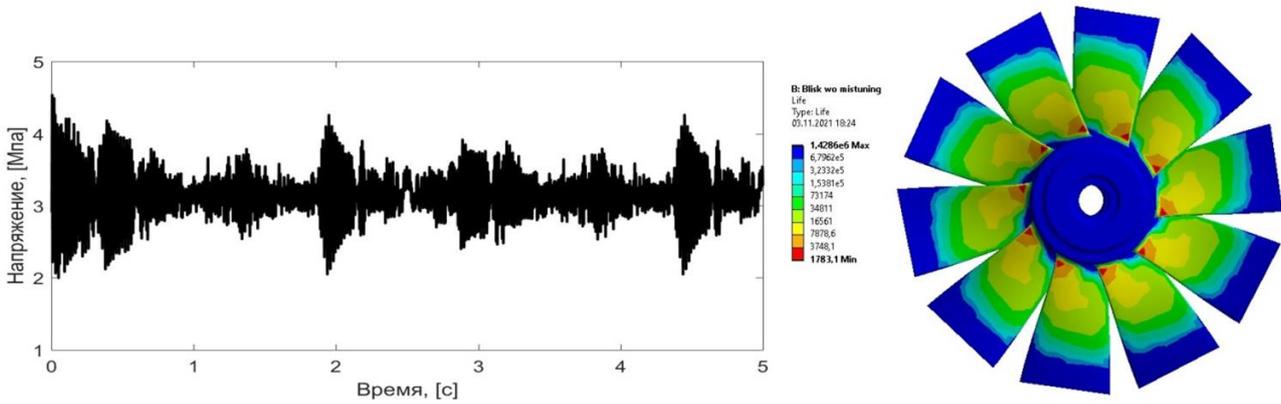


Рис. 3. Расчет динамического напряжения (слева) и долговечности академического колеса (справа) без преднамеренной расстройки в диапазоне 0-5 (с)

Рисунок 4 показывает значение расстройки лопаток колеса для второй формы колебаний при оптимизации преднамеренной расстройки. Результат долговечности академического колеса с учетом преднамеренной расстройки параметров, вносимой в систему путем изменения модуля упругости лопаток, показан в работе [14].

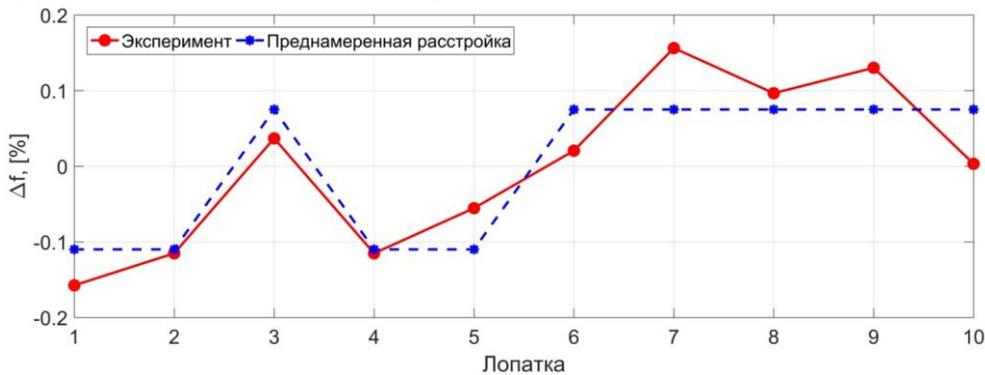


Рис. 4. Оптимизация введения преднамеренной расстройки

В данной работе были предприняты усилия по технической реализации преднамеренной расстройки. Согласно теории, собственная частота может быть увеличена или уменьшена за счет регулировки жесткости конструкции или геометрического изменения лопатки в конструкции. Однако изменение жесткости конструкции очень сложно применить на практике. Поэтому самый простой способ для регулировки собственной частоты лопатки облопаченного диска является изменением геометрии лопатки для обеспечения эффекта преднамеренной расстройки. Согласно результатам численного исследования преднамеренной расстройки при разных изменениях геометрии лопатки академического рабочего колеса, приведенным в работах [15, 16], варианты изменения радиуса закругления или изменения толщины лопатки можно использовать для анализа оптимизации по значениям расстройки параметров, так как изменение геометрии лопатки для этих вариантов можно легко, быстро и точно выполнять с помощью обычного станка с ЧПУ без каких-либо затруднений. Например, по расчету собственных частот колебаний без учета и с учетом вращения по изменению толщины лопатки на $\pm 10\%$ [15], собственная частота для второй формы колебаний была увеличена на 10,6% при утолщении лопатки и уменьшена на 10,56% при утончении лопатки в сравнении с результатом исходного варианта. Поэтому для исследования оптимизации преднамеренной расстройки по изменению геометрии лопатки академического рабочего колеса, показанного на рисунке 4, был исследован первый вариант – уменьшение толщины лопатки

(1, 2, 4, 5) на 0,1% (для получения $\Delta f_{np}^{on} = -0,11\%$ по формуле (3)) и увеличение толщины лопатки (3, 6-10) на 0,07% (для получения $\Delta f_{np}^{on} = 0,075\%$ по формуле (3)).

По результатам изменения частоты собственных колебаний лопаток от величины радиуса перехода пера лопатки в обод диска [16] при уменьшении радиуса перехода на 2 мм (с $R=5$ мм до $R=3$ мм), собственная частота для второй формы колебаний уменьшается на 1,23%. Наоборот, при увеличении радиуса перехода на 2 мм (с $R=5$ мм до $R=7$ мм), собственная частота колебаний увеличивается на 0,91%. Таким образом, в этом случае второй вариант оптимизации преднамеренной расстройки выполняется путем уменьшения радиуса закругления лопатки (1, 2, 4, 5) на 0,18 мм (для получения $\Delta f_{np}^{on} = -0,11\%$ по формуле (3)) и увеличения радиуса закругления лопатки (3, 6-10) на 0,16 мм (для получения $\Delta f_{np}^{on} = 0,075\%$ по формуле (3)).

Далее приведен результат численного исследования долговечности академического рабочего колеса в случае оптимизации преднамеренной расстройки путем геометрических изменений лопатки. Расчет долговечности академического колеса с учетом оптимизации преднамеренной расстройки параметров показан на рисунке 5.

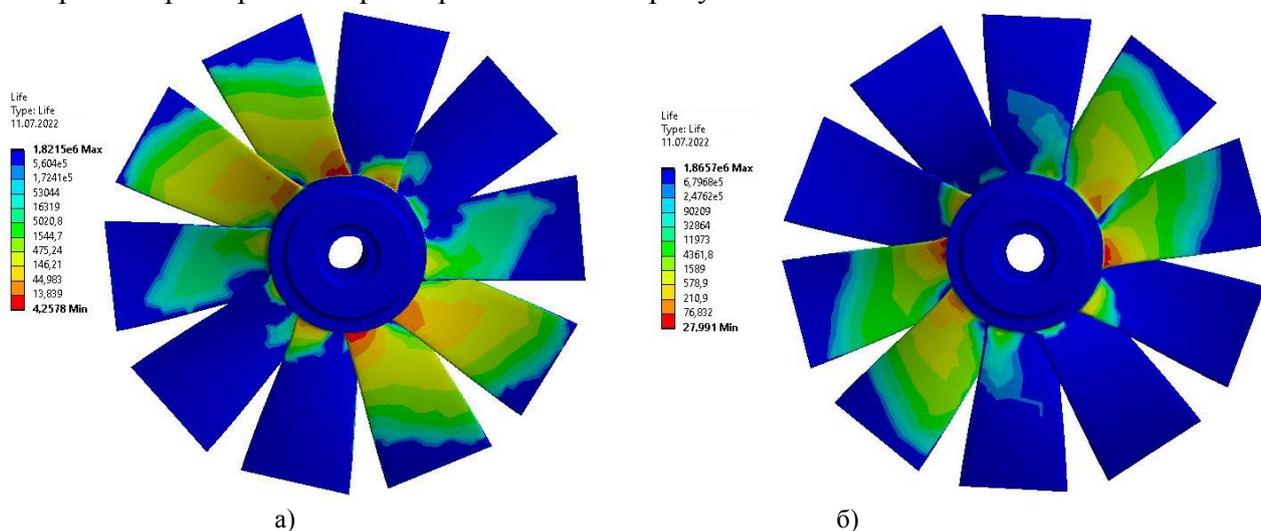


Рис. 5. Оптимизация долговечности рабочего колеса с преднамеренной расстройкой (а) первый вариант; б) второй вариант)

В таблице 1 представлен численный анализ введения преднамеренной расстройки и влияние ее на долговечность данной конструкции с учетом оптимизации по геометрическим изменениям лопатки.

Таблица 1. Результаты оптимизации долговечности по геометрическим изменениям лопатки

Вариант	Случай геометрического изменения	Долговечность (в циклах)	$\Delta \bar{N}$ (%)
0	Без изменения	$1,4286 \cdot 10^6$	0
1	Радиус перехода пера лопатки в обод диска	$1,8215 \cdot 10^6$	+27,5
2	Толщина лопатки	$1,8657 \cdot 10^6$	+30,6

Анализ таблицы 1 показывает, что долговечность академического колеса увеличивается на 27,5 % при оптимизации преднамеренной расстройки с учетом изменения радиуса перехода лопатки в обод диска. Второй вариант оптимизации преднамеренной расстройки по изменению толщины лопатки дает увеличение долговечности академического колеса в сравне-

нии с исходным колесом на 30,6%. Использование данных численных результатов позволяет повысить эффективность и надежность новых конструкций на стадии проектирования и доводки элементов рабочих колес турбомашин с минимальными временными затратами.

Заключение. В статье рассмотрено применение разработанного комплекса программ для проведения анализа эффективности применения математических моделей при моделировании преднамеренной расстройки параметров на основе геометрических изменений лопатки рабочего колеса. Выполнено исследование влияния преднамеренной расстройки на усталостную долговечность лопаточных структур. Представлены результаты численного исследования долговечности академического рабочего колеса при оптимизации введения преднамеренной расстройки. Анализ полученных результатов показывает, что оптимизация преднамеренной расстройки по изменению толщины лопатки приводит к максимальному увеличению долговечности академического рабочего колеса на 30,6% в сравнении с результатом долговечности без введения преднамеренной расстройки.

Список источников

1. Нгуен Т.К. Математические модели и программный комплекс для оценки влияния расстройки параметров рабочих колес энергетических турбомашин на их долговечность: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук / Нгуен Тьен Куэт: Иркутский национальный исследовательский технический университет. – Иркутск, 2018. – 18 с.
2. Yang M.T., Griffin J.H. A Reduced-Order model of Mistuning Using a Subset of Nominal System Modes. *J Eng Gas Turb Power*, 2001, vol. 123, pp. 893-900.
3. Giersch T., Hönisch P., Beirrow B., Kühhorn A. Forced Response Analysis of Mistuned Radial Inflow Turbines. *J Turbomach*, 2013, 135 (3), paper 031034, pp. 1-9.
4. Petrov E.P., Ewins D.J. Analysis of the Worst Mistuning Patterns in Bladed Disk Assemblies. *J Turbomach*, 2003, 125, pp. 623-631.
5. Han Y., Murthy R., Mignolet M.P., Lentz J. Optimization of intentional mistuning patterns for the mitigation of effects of random mistuning. *J Eng Gas Turb Power*, 2014, vol. 136, no. 6, paper 062505, pp. 1-9.
6. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirrow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and analysis of an intentional mistuning experiment reducing flutter susceptibility and minimizing forced response of a jet engine fan. *ASME Paper*, 2017, no. GT2017-64621.
7. Martel C., Sánchez-Álvarez J.J. Intentional mistuning effect in the forced response of rotors with aerodynamic damping. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, vol. 433, pp. 212-229.
8. Castanier M.P., Pierre C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 10.
9. Lim S.H., Castanier M.P., Pierre C. Intentional mistuning design space reduction based on vibration energy flow in bladed disks. *ASME-Paper*, 2004, GT2004-53873.
10. Martel C., Corral R., Llorens J.M. Stability increase of aerodynamically unstable rotors using intentional mistuning. *J Turbomach*, January 2008, 130(1):011006.
11. Beirrow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetckii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. *Proceedings of ASME*, 2018, GT2018-76584.
12. Beirrow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Vibration analysis of an axial turbine blisk with optimized intentional mistuning pattern. *Journal of sound and vibration*, 2019, vol. 442, pp. 11-27.
13. Репецкий О.В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин / О.В. Репецкий –Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1999. – 301 с.
14. Нгуен В.В., Математическое моделирование и его применение в преднамеренной расстройке параметров и оптимизации ресурсных характеристик турбомашин/ В.В. Нгуен, О.В. Репецкий // Информационные и математические технологии в науке и управлении, 2022. – № 2(26). – С. 24-30.
15. Репецкий О.В. Численное исследование преднамеренной расстройки при вариациях толщины лопаток энергетических турбомашин / О.В. Репецкий, В.В. Нгуен // Вестник НГИЭИ, 2021. – № 8 (123). – С. 44-56.
16. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Анализ вынужденного отклика облопаченных дисков турбомашин с учетом преднамеренной расстройки // О.В. Репецкий, В.В. Нгуен // Байкальский Вестник DAAD, 2021. – № 1. – С. 47-80.

Нгуен Ван Винь. Аспирант кафедры «Электрооборудование и физика», Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, AuthorID: 1081813, SPIN-код: 2759-6554, ORCID: 0000-0002-0030-1503, vinh.july177@gmail.com, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

Репецкий Олег Владимирович. Доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям Иркутского государственного аграрного университета им. А.А. Ежевского, AuthorID: 118300, SPIN-код: 6232-8930, ORCID: 0000-0003-2560-2721, repetckii@igsha.ru, 664038, Россия, г. Иркутск, пос. Молодежный.

UDC 519-7

DOI:10.38028/ESI.2022.27.3.019

Prediction and optimization of fatigue life of an axial bladed disk with intentional mistuning

Van Vinh Nguyen, Oleg V. Repetckii

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Russia, Irkutsk, vinh.july177@gmail.com

Abstract. Studying the durability of impellers of the turbomachine taking into account the intentional mistuning parameters using sensitivity analysis, which differ in the geometric complexity of structures, requires large computing resources. In this regard, it is necessary to develop methods in order to reduce the required computer costs (memory, speed), thereby reducing the complexity of simulation and speeding up the design process. This paper presents a mathematical model for optimizing the introduction of intentional mistuning in order to obtain structures with increased durability. The article is devoted to the application of mathematical models for predicting and optimizing the fatigue life of an axial bladed disk with intentional mistuning based on the finite element method (FEM). A numerical study of the introduction of intentional mistuning based on the created mathematical models of the dynamic load of turbomachine blades and estimation of resource characteristics has been carried out. The ANSYS WORKBENCH software package and original author's programs were used to study the effect of intentional mistuning of the bladed disk. The object of this research is an academic bladed disk with 10 blades, manufactured at the Brandenburg University of Technology. Using the obtained results in this work makes it possible to increase the efficiency and reliability at the design stage of turbomachine bladed disk parts. On the basis of such results, it is possible to provide the necessary accuracy of calculations and conduct computational experiments to study the effect of intentional mistuning parameters on the durability of axial impellers.

Keywords: academic impeller, geometric change, durability, finite element method, optimization, intentional mistuning

References

1. Nguen T.K. Matematicheskie modeli i programmnyj kompleks dlja ocenki vlijaniya rasstrojki parametrov rabochih koles jenergeticheskikh turbomashin na ih dolgovechnost' [Mathematical models and a software package for assessing the effect of mistuning parameters of the impellers of power turbomachines on their durability]. Ph.D. thesis, Irkutsk, 2018, 18 p.
2. Yang M. T., Griffin J. H. A Reduced-Order model of Mistuning Using a Subset of Nominal System Modes. J Eng Gas Turb Power, 2001, vol. 123, pp. 893-900.
3. Giersch T., Hönisch P., Beirow B., Kühhorn A. Forced Response Analysis of Mistuned Radial Inflow Turbines. J Turbomach, 2013, 135 (3), paper 031034, pp. 1-9.
4. Petrov E. P., Ewins D. J. Analysis of the Worst Mistuning Patterns in Bladed Disk Assemblies. J Turbomach, 2003, 125, pp. 623-631.
5. Han Y., Murthy R., Mignolet M.P., Lentz J. Optimization of intentional mistuning patterns for the mitigation of effects of random mistuning. J Eng Gas Turb Power, 2014, vol. 136, no. 6, paper 062505, pp. 1-9.
6. Figaschewsky F., Kühhorn A., Beirow B., Nipkau J., Giersch T., Power B. Design and Analysis of an Intentional Mistuning Experiment Reducing Flutter Susceptibility and Minimizing Forced Response of a Jet Engine Fan. ASME Paper, 2017, no. GT2017-64621.
7. Martel C., Sánchez-Álvarez J. J. Intentional mistuning effect in the forced response of rotors with aerodynamic damping. Journal of Sound and Vibration, 2018, vol. 433, pp. 212-229.

8. Castanier M.P., Pierre C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. *AIAA Journal*, 2002, vol. 40, no. 10.
9. Lim S. H., Castanier M. P., Pierre C. Intentional Mistuning Design Space Reduction Based on Vibration Energy Flow in Bladed Disks. *ASME–Paper*, 2004, GT2004–53873.
10. Martel C., Corral R., Llorens J. M. Stability Increase of Aerodynamically Unstable Rotors Using Intentional Mistuning. *J Turbomach*, January 2008, 130(1):011006.
11. Beirow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetckii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. *Proceedings of ASME*, 2018, GT2018–76584.
12. Beirow B., Figashevsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Vibration Analysis of an Axial Turbine Blisk with Optimized Intentional Mistuning Pattern. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, vol. 442, pp. 11-27.
13. Repeckij O. V. Komp'yuternyj analiz dinamiki i prochnosti turbomashin [Computer analysis of the dynamics and strength of turbomachines]. Irkutsk, Izd-vo IrGTU, 1999, 301 p.
14. Nguen V. V., Repeckij O. V. Matematicheskoe modelirovanie i ego primenenie v prednamerenoj rasstrojke parametrov i optimizacii resursnyh karakteristik turbomashin [Mathematical modeling and its application in intentional mistuning of parameters and optimization of life characteristics of turbomachines]. *Information and mathematical technologies in science and management*, 2022, no. 2 (26), pp. 24-30.
15. Repeckij O. V., Nguen V. V. Chislennoe issledovanie prednamerenoj rasstrojki pri variacijah tolshhiny lopatok jenergeticheskikh turbomashin [Numerical study of intentional mistuning with variations in the thickness of the blades of power turbomachines]. *Bulletin of the NGIEI*, 2021, no. 8 (123), pp. 44-56.
16. Repeckij O. V., Nguen V. V. Analiz vynuzhdenogo otklika oblopachennyh diskov turbomashin s uchedom prednamerenoj rasstrojki [Forced response analysis of bladed disk turbomachine based on intentional mistuning]. *Baikal Vestnik DAAD*, 2021, no. 1, pp. 47-80.

Van Vinh Nguyen. *Postgraduate student of the Department «Electrical power and physics», Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 1081813, SPIN: 2759–6554, ORCID: 0000–0002–0030–1503, vinh.july177@gmail.com, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny.*

Oleg V. Repetckii. *Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for International Relations, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, AuthorID: 118300, SPIN: 6232–8930, ORCID: 0000–0003–2560–2721, repetckii@igsha.ru, 664038, Russia, Irkutsk, Molodezhny.*

Статья поступила в редакцию 23.08.2022; одобрена после рецензирования 23.09.2022; принята к публикации 23.09.2022.

The article was submitted 08/23/2022; approved after reviewing 09/23/2022; accepted for publication 09/23/2022.