

УДК 004.942

DOI:10.38028/ESI.2022.27.3.018

## Линеаризация избыточных механических структур сложных технических систем

Божко Аркадий Николаевич, Черняев Роман Валерьевич

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Россия, Москва, *kayl.sander@gmail.com*

**Аннотация.** В работе рассматривается проблема синтеза неизбыточных механических структур сложных технических систем. В качестве математической модели механической структуры используется гиперграф. Эта модель адекватно описывает процессы сборки, разборки и декомпозиции изделия на сборочные единицы. С ее помощью можно идентифицировать структурную избыточность изделия. В терминах гиперграфовой модели преодоление избыточности называется линеаризацией. Показано, что эта операция способна привести к образованию запрещенных фигур, то есть таких подграфов, которые описывают несобираемые конструктивные фрагменты. Предложены алгоритмы, позволяющие выполнить линеаризацию с последующей проверкой на наличие запрещенных фигур. Разработанные алгоритмы могут быть использованы при проектировании сложных технических систем в современных интегрированных CAD/CAM/CAE-системах.

**Ключевые слова:** механическая структура, гиперграф, структурная избыточность, базирование, стягивание, сборка, последовательность сборки, автоматизированное проектирование

**Цитирование:** Божко А.Н. Линеаризация избыточных механических структур сложных технических систем / А.Н. Божко, Р.В. Черняев // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 3(27). – С. 192-203. – DOI: 10.38028/ESI.2022.27.3.018.

**Введение.** Любой технический объект состоит из совокупности элементов и связей между ними, которые образуют его структуру: механическую, электрическую, гидравлическую и пр. Механическая структура – это важная часть описания технической системы. Она закладывается на самых ранних этапах проектирования технического объекта и оказывает заметное влияние на все последующие стадии жизненного цикла. Механическая структура (МС) изделия представляет собой множество деталей и комплектующих, которые образуют системную целостность при помощи механических связей: соединений и сопряжений. От механической структуры во многом зависит поведение изделия в процессе сборки, эксплуатации, ремонта и утилизации.

Для моделирования механических структур технических объектов в автоматизированных системах проектирования применялись различные средства дискретной математики: матрицы, графы, семантические сети, И – ИЛИ-деревья, нечеткие множества, онтологии и др. [1-11]. Основным носителем информации о структурных свойствах изделия – граф связей и его многочисленные модификации: Liaison diagram [12], Liaison graph [13], Parts liaison graph [14], Attributed liaison graph [15], Product liaison graph [16], Connection graph [17], Assembly mating graph [18], Part mating graph [19], Connective relation graph [20], Hierarchical relation graph [21], Adjacency graph [22] и др.

Приведем точное определение графа связей. Пусть  $X = \{x_i\}_{i=1}^n$  – множество деталей изделия. Графом связей изделия называется неориентированный граф  $G = (X, V)$ , в котором множество вершин  $X$  представляют детали, а множество ребер  $V$  описывают механические связи между деталями. Ребро  $v = (x, y)$  соединяет две вершины  $v \in V$ ;  $x, y \in X$  тогда и только тогда, когда между деталями  $x$  и  $y$  существует соединение или сопряжение.

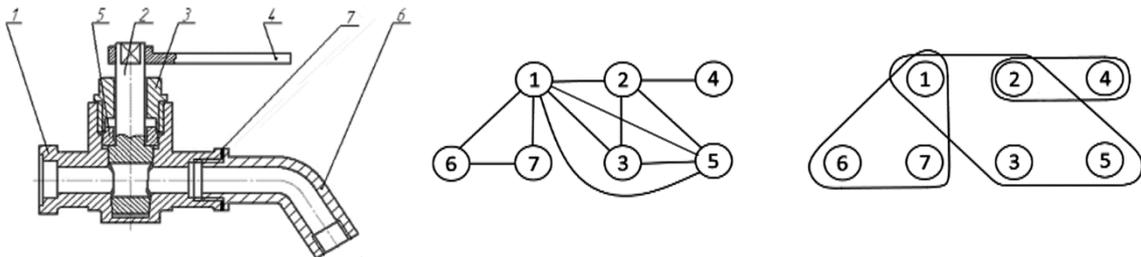
Во всех упомянутых работах предполагается, что геометрическая координация изделия достигается при помощи механических связей между парами деталями, а все связи являются независимыми друг от друга. Иными словами, МС представляет собой бинарное отношение на множестве деталей.

Это предположение является корректным не во всех случаях. Во многих проектных ситуациях координация деталей при сборке (базировании) достигается при помощи нескольких механических связей одновременно. Это превращает данные связи в некоторую целостность и делает их зависимыми. Так, в классическом примере базирования призматической детали по трем плоскостям используются три связи, а во фланцевом соединении двух труб их число на единицу больше количества используемых крепежных болтов или шпилек, то есть 5, 6 и более. Можно привести и другие примеры группового базирования.

**1. Гиперграфовая модель механической структуры сложного изделия.** Базирование детали по конструкторским базам является отношением переменной местности и, в общем случае, не может быть корректно описано языком бинарных математических моделей. В [1] предложена гиперграфовая модель механической структуры сложного изделия, которая преодолевает данный недостаток. Введем необходимые формальные определения.

Изделию  $X = \{x_i\}_{i=1}^n$  поставим в соответствие гиперграф  $H = (X, R)$ , в котором множество вершин  $X = \{x_i\}_{i=1}^n$  описывает детали изделия, а множество гиперребер  $R = \{r_j\}_{j=1}^m$  – минимальные геометрически определенные группировки деталей, полученные базированием по полным комплектам конструкторских баз.

На рисунке 1, а приведена конструкция, на рисунке 1, б показан граф связей конструкции, а на рисунке 1, в – ее гиперграфовая модель.



**Рис. 1.** Конструкция (а), граф связей конструкции (б), гиперграфовая модель (в)

Гиперграфовая модель механической структуры оказалась весьма содержательной. С ее помощью удалось получить эффективное решение многих важных проектных задач, например: синтез последовательности сборки и разборки, разбиение изделия на сборочные единицы, структурный анализ сложных технических систем и др. [1, 24].

В современном дискретном производстве сборка изделий в подавляющем большинстве случаев выполняется при помощи секвенциальных и когерентных сборочных операций [25]. Это операции, которые реализуют механическую связь между двумя элементами производства: деталями, деталью и сборочной единицей или двумя сборочными единицами. В [1] показано, что секвенциальные когерентные сборочные операции можно корректно описать при помощи стягиваний гиперребер гиперграфовой модели. Далее гиперребра будем называть просто ребрами. Приведем основные определения и результаты.

*Определение 1.* Стягиванием ребра  $r \in R$  гиперграфа  $H = (X, R)$  называется операция отождествления всех вершин, инцидентных  $r$ , и удаления этого ребра.

*Определение 2.* Стягивание ребра второй степени называется нормальным.

*Определение 3.* Гиперграф  $H = (X, R)$ , для которого существует последовательность нормальных стягиваний, преобразующая его в одновершинный гиперграф без петель, называется  $s$ -гиперграфом.

$S$ -гиперграф корректно описывает структурные свойства собираемой технической системы. В самом деле:

1.  $S$ -гиперграф представляет состояние изделия до сборки;

2. Нормальное стягивание ребра описывает когерентную и секвенциальную сборочную операцию;

3. Одновершинный гиперграф без петель – это образ собранного изделия, в котором реализованы все связи.

В [24] доказана простая теорема о необходимых условиях стягиваемости гиперграфов  
*Теорема.* Пусть гиперграф  $H = (X, R)$  преобразуется в точку при помощи последовательности нормальных стягиваний. Тогда:

1. Гиперграф является связным.
2. Во множестве  $R$  есть хотя бы одно ребро второй степени.
3. Выполняется равенство  $|X| = |R| + 1$ .

Приведем рациональные аргументы в пользу этих утверждений. Сама процедура преобразования гиперграфа в точку является обоснованием его связности (1). В гиперграфе без ребер второй степени невозможно начать стягивания (2).

Более подробно о третьем условии. В гиперграфе  $H = (X, R)$  каждое гиперребро описывает полный комплект конструкторских баз. При сборке изделия первая деталь устанавливается в сборочное приспособление или на монтажный стол, поэтому она не нуждается во внутренних базах изделия. Для координации и установки каждой последующей детали нужен только один комплект баз. Отсюда с необходимостью следует линейное соотношение  $|X| = |R| + 1$  между числом вершин и ребер гиперграфа.

При  $|X| > |R| + 1$  детали теряют взаимную геометрическую координацию, которая заложена в проект изделия. Пусть равенство нарушается в обратную сторону, то есть  $|X| < |R| + 1$ . Легко видеть, что в результате нормальных стягиваний такого гиперграфа получится одновершинный гиперграф с петлями. Это противоречит исходному допущению, что изделие собрано, когда все связи реализованы.

Неравенство  $|X| < |R| + 1$  описывает ситуацию структурной избыточности изделия. На этапе конструирования структурная избыточность влечет за собой появление неразрешимых размерных цепей. На этапе технологической подготовки производства она приводит к перебазированию. Перебазирование (overbasing [25]) – это необходимость установки детали с ориентацией сразу по нескольким полным комплектам конструкторских баз. В качестве примера можно привести ситуацию, когда выполняется монтаж призматической шпонки в шпоночный паз с нулевым зазором по всем контактным поверхностям. Перебазирование – это тяжелая проектная ошибка, которая влечет за собой радикальные изменения процесса технологической подготовки производства.

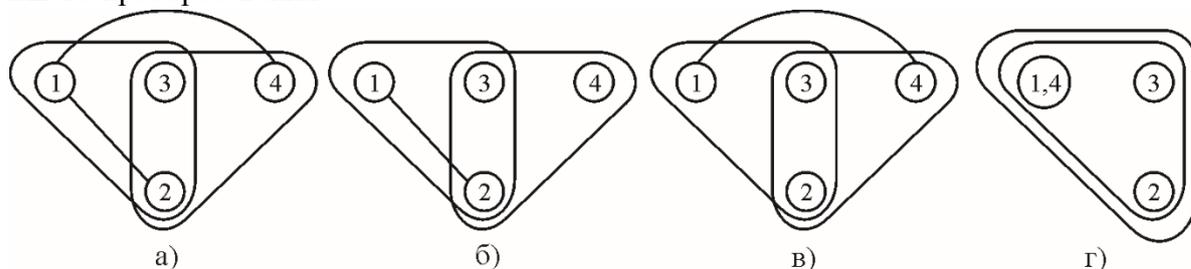
Современные системы автоматизированного проектирования не имеют программных инструментов для идентификации и удаления перебазирования, поэтому проекты сложных технических систем часто оказываются структурно избыточными.

**2. Постановка задачи.** Пусть механическая структура некоторого изделия представлена в виде гиперграфа  $H = (X, R)$ , у которого выполняются первые два условия теоремы 1 и  $|X| < |R| + 1$ . Требуется удалить из  $R$  ребра так, чтобы выполнялось равенство  $|X| = |R| + 1$  и гиперграф  $H = (X, R)$  стал  $s$ -гиперграфом.

*Определение 4.* Удаление избыточных ребер из  $H = (X, R), |X| < |R| + 1$ , называется линеаризацией. Гиперграф  $H^* = (X, R^*)$ ,  $|X| = |R^*| + 1$ , полученный в результате этой операции, – линеаризованным.

Процедура линеаризации не сводится к простому удалению избыточных ребер высокой степени, как может показаться. Простое удаление ребер может породить нестягиваемые

гиперграфы, для которых выполняются все условия теоремы. Приведем простой пример. На рисунке 2, а изображен избыточный гиперграф, у которого четыре вершины и четыре ребра. Легко проверить, что удаление любого ребра, кроме  $\{1,2\}$ , превращает гиперграф в  $s$ -гиперграф. На рисунке 2, б показан гиперграф, полученный удалением ребра  $\{1,4\}$ . Последовательность стягиваний 1,2,3,4 преобразует этот линеаризованный гиперграф в точку. Удаление ребра  $\{1,2\}$  дает пример, показанный на рисунке 2, в. Стягивание единственного ребра второй степени  $\{1,4\}$  приводит к двойному треугольнику (рис. 2, г), который не допускает дальнейшего преобразования.



**Рис. 2.** Избыточный гиперграф (а), варианты линеаризации (б, в), результат стягивания (г)

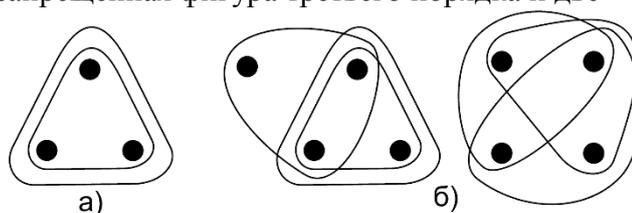
Пусть гиперграф удовлетворяет всем условиям теоремы 1. Выполним все возможные нормальные стягивания его ребер. Это преобразование может завершиться только двумя исходами:

1. Гиперграф стянут в точку и тогда он является  $s$ -гиперграфом.
2. Последовательность нормальных стягиваний завершается гиперграфом, у которого нет ребер второй степени.

Каждая операция нормального стягивания уменьшает число ребер и вершин на единицу, поэтому такие гиперграфы являются связными и для них выполняется линейное соотношение между числом вершин и ребер.

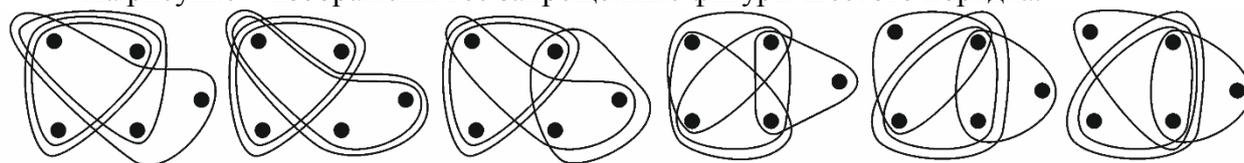
*Определение 5.* Связные гиперграфы без ребер второй степени, для которых выполняется равенство  $|X| = |R| + 1$ , будем называть запрещенными фигурами.

Оказалось, что запрещенная фигура, показанная на рисунке 2, г не единственная. Их число быстро растет в зависимости от порядка (числа вершин) гиперграфа. На рисунке 3 изображена единственная запрещенная фигура третьего порядка и две – четвертого порядка.



**Рис. 3.** Запрещенные фигуры: третьего порядка(а), четвертого порядка(б).

На рисунке 4 изображены все запрещенные фигуры шестого порядка.



**Рис. 4.** Запрещенные фигуры пятого порядка

В практике современного дискретного производства редко встречаются конструктивные фрагменты, у которых полные комплекты образуют четыре и более деталей [25]. По этой причине в работе рассматриваются гиперграфы с ребрами не выше третьей степени.

Линеаризация избыточного гиперграфа представляет собой итерационный процесс, в котором после удаления очередного ребра необходимо выполнить верификацию полученной

структуры. Эта процедура заключается в проверке первых двух условий теоремы 1. Кроме того, необходимо убедиться в том, что в гиперграфе отсутствуют запрещенные фигуры. Поскольку достаточные условия стягиваемости гиперграфов пока неизвестны, то для решения этой задачи разработан специальный алгоритм. Сначала он преобразует гиперграф к специальной разделенной форме, потом ее исследует на предмет наличия или отсутствия запрещенных фигур.

**3. Алгоритм анализа запрещенных фигур.** Алгоритм требует преобразования гиперграфа в форму с разделенными ребрами. Это достигается дублированием общих вершин, которые соединяются искусственными ребрами второй степени. Простой пример такого разделения приведен на рисунке 5. Если существует несколько ребер третьей степени, имеющих общую вершину (рис. 6, а), то необходимо исключить их зацикливание (рис. 6, в).

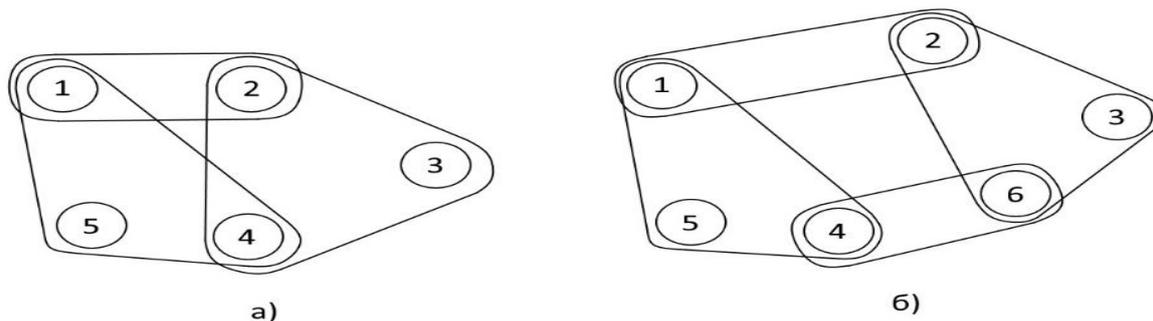


Рис. 5. Разделение ребер третьей степени: гиперграф (а), гиперграф с разделенными ребрами (б)

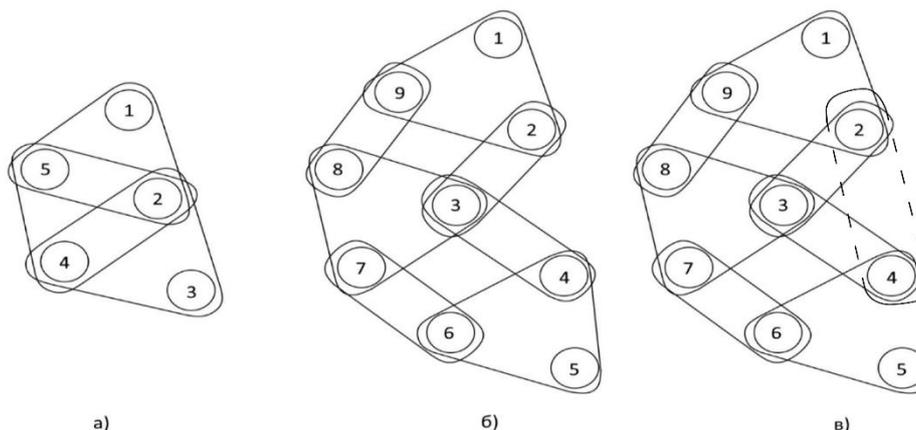
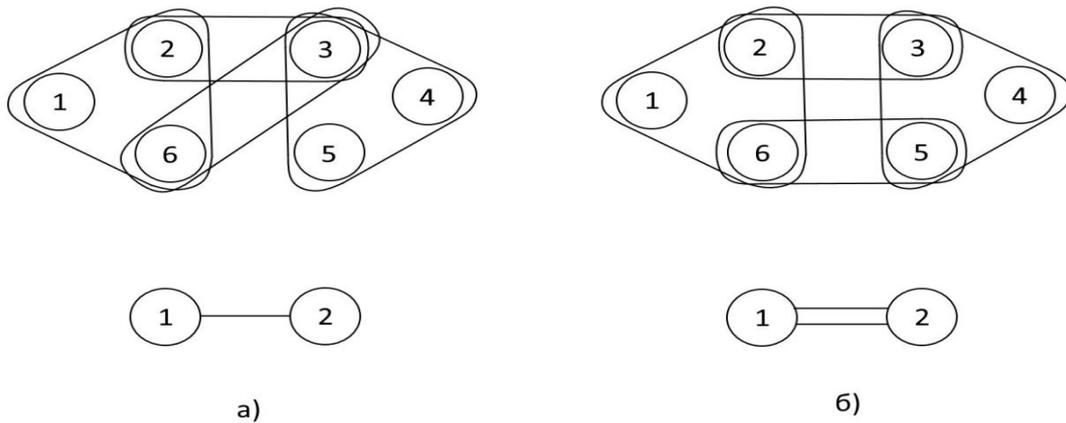


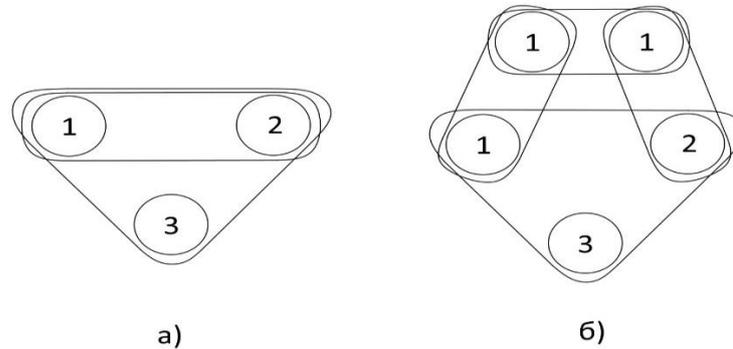
Рис. 6. Сложное разделение ребер: гиперграф (а), корректное разделение (б), некорректное разделение (выделено пунктиром) (в)

Следующий шаг – представление гиперграфа с разделенными ребрами третьей степени в виде мультиграфа. Во избежание путаницы будем называть вершины этого вспомогательного мультиграфа узлами. Он формируется по следующим правилам. Узлы мультиграфа соответствуют ребрам третьей степени гиперграфа («треугольникам»). Ребра мультиграфа представляют ребра второй степени гиперграфа, которые соединяют вершины, инцидентные разным «треугольникам». Причем, отображаются только такие ребра, которые не имеют общих вершин в «треугольникам». На рисунке 7 приведены два примера представления гиперграфов в форме мультиграфов.



**Рис. 7.** Примеры представления гиперграфов в виде мультиграфов

Узлы мультиграфа, представляющие минимальные  $s$ -подграфы, будем помечать специальным значком (галочкой). На рисунке 8 изображены два минимальных стягиваемых подграфа. Простая проверка показывает, что не существует других минимальных  $s$ -подграфов.



**Рис. 8.** Примеры минимальных стягиваемых подграфов

После получения мультиграфа и пометки его узлов делается попытка стянуть его в точку. Легко видеть, что в принятых соглашениях можно стягивать только узлы, которые соединены двумя ребрами. Необходимо слить воедино все непомеченные узлы, соединенные только двумя связями друг с другом (рис. 9). На последнем этапе следует анализ полученного состояния. Стягивание мультиграфа означает стягиваемость соответствующего гиперграфа, и, наоборот, неудача при стягивании мультиграфа означает наличие в гиперграфе запрещенных фигур.

Для того, чтобы мультиграф стягивался, необходимо и достаточно выполнения следующих условия:

1. В мультиграфе существует хотя бы один помеченный узел.
2. Узлы не связаны ребрами кратности три и выше.
3. В мультиграфе не существует циклов между помеченными узлами, в том числе двойных связей.
4. Каждый непомеченный узел связан только с одним помеченным узлом ребром кратности два.

Некоторые примеры гиперграфов и результаты их обработки алгоритмом приведены на рисунке 10. Более подробные результаты анализа представлены в таблице 1.

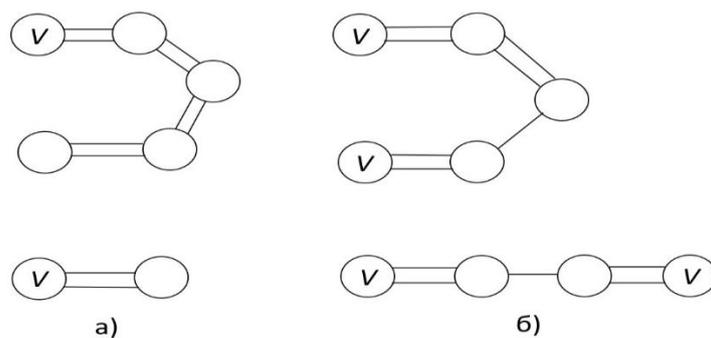


Рис. 9. Примеры слияний немеченных узлов

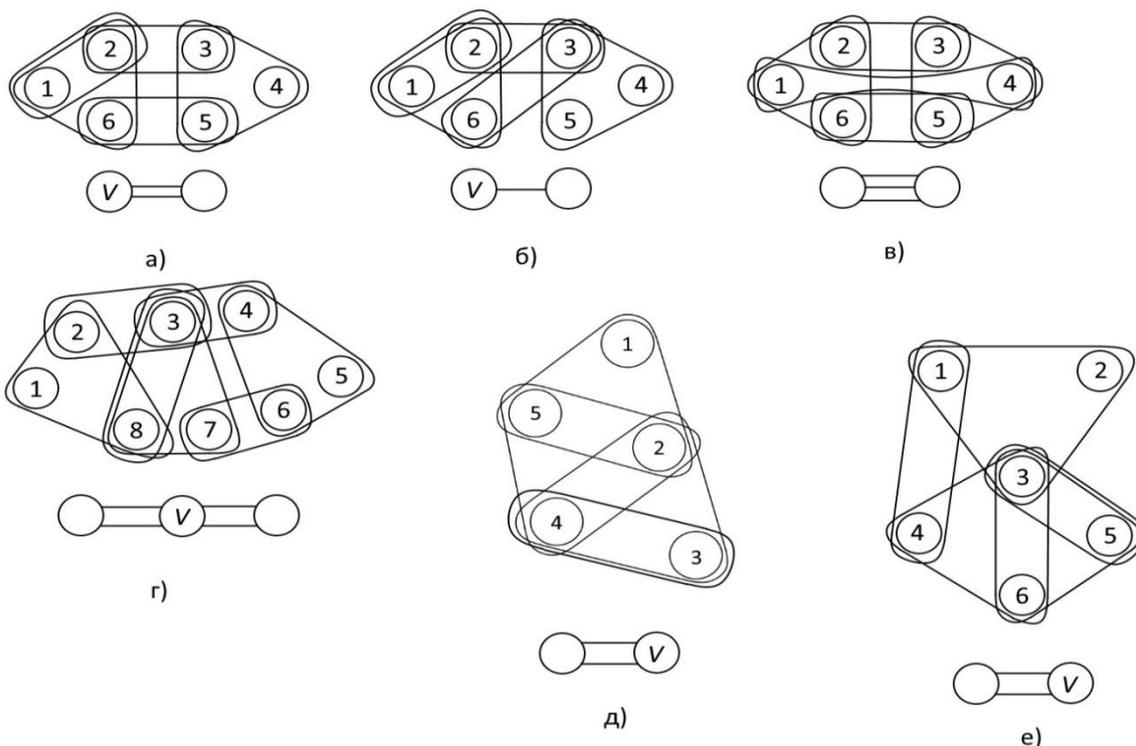


Рис. 10. Примеры гиперграфов после их обработки алгоритмом

Таблица 1. Результаты обработки гиперграфов

Гиперграф на рисунке	Количество вершин	Количество рёбер третьей степени	Количество рёбер второй степени	Запрещенная фигура
а	6	2	3	Нет
б	6	2	3	Есть
в	6	2	3	Есть
г	8	3	4	Нет
д	5	3	1	Нет
е	6	2	3	Нет

В общем виде алгоритм определения запрещенных фигур представлен в виде блок-схемы на рисунке 11, а. На этом рисунке номера 1 и 2 обозначают следующие операторы:

1. Гиперребро является минимальным стягиваемым подграфом.
2. Выполняются условия стягиваемости мультиграфа 1 – 4, описанные ранее.

**4. Алгоритм линейзации гиперграфов.**

Блок-схема алгоритма линейзации представлена на рисунке 11, б. Для описания работы алгоритма приняты следующие обозначения: AR2 - массив рёбер гипергра-

фа второй степени,  $AR3$  - массив рёбер гиперграфа третьей степени,  $|AR2|$  и  $|AR3|$  - количество элементов в массивах  $AR2$  и  $AR3$  соответственно,  $SR$  – массив сохраненных рёбер, также содержащий номер итерации при сохранении. Номерами 1 – 5 обозначены следующие операторы:

1. Условный оператор, который проверяет содержится ли ребро в списке сохраненных ребер и совпадает ли сохраненный номер итерации с текущим?
2. Проверка гиперграфа на связность.
3. Проверка на наличие ребер второй степени.
4. Проверка соотношения  $|X| = |R| + 1$ .
5. Проверка гиперграфа на стягиваемость.

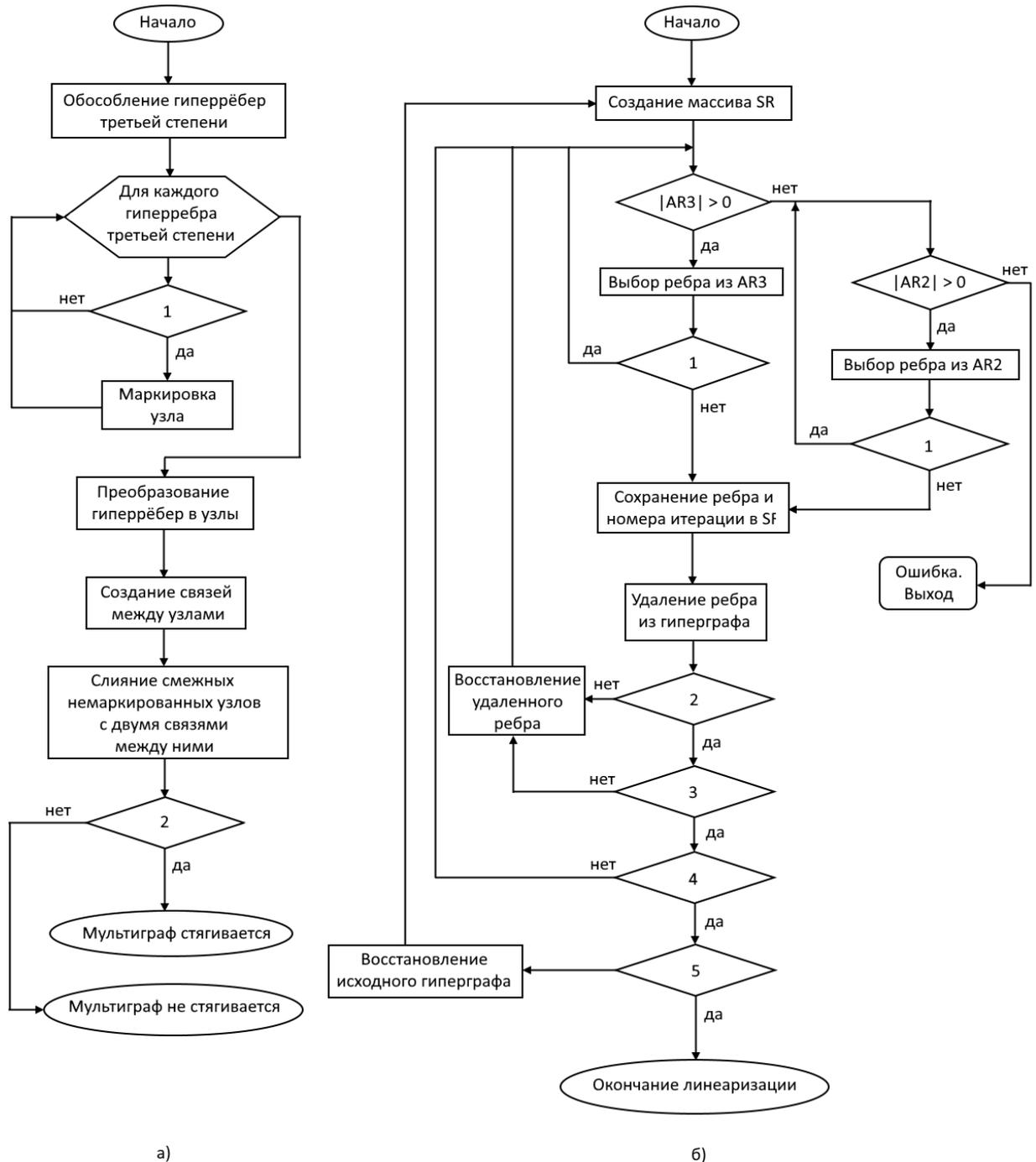
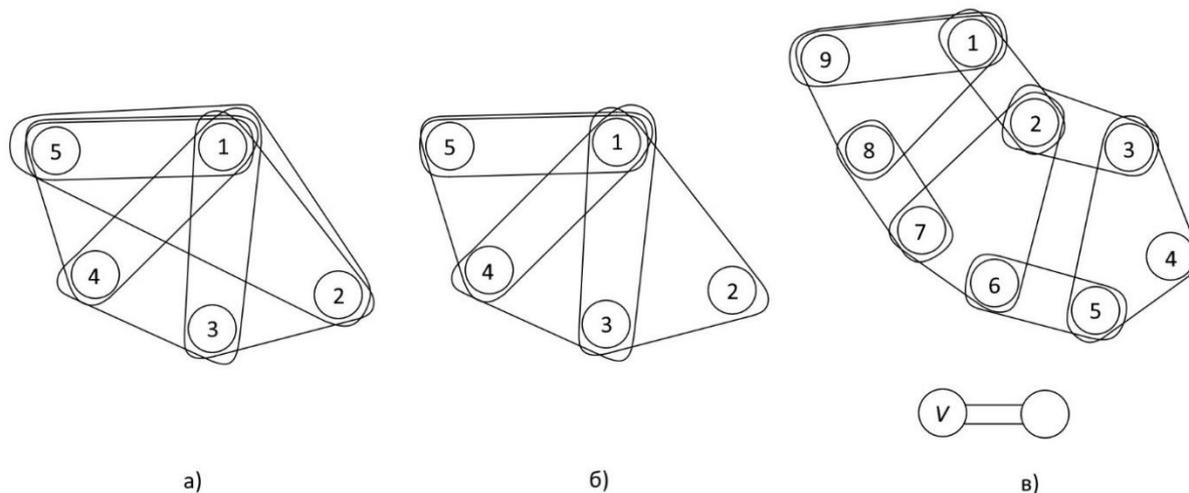


Рис. 11. Блок-схема алгоритма анализа запрещенных фигур (а), блок-схема алгоритма линеаризации гиперграфов (б)

Продемонстрируем работу алгоритма (рис.11, б) на примере избыточного гиперграфа, показанного на рис. 12, а. Для линейаризации этого примера необходимо выбрать и удалить гиперребро третьей степени. Пусть это ребро  $\{5,1,2\}$ . Гиперграф без выбранного ребра является связным и содержит ребро второй степени. Далее проверяется стягивание линейаризованного гиперграфа. Для этого выполняются все операции, описанные в алгоритме анализа запрещенных фигур. Гиперграф в форме с разделенными ребрами и его мультиграф показаны на рис 12, в.



**Рис. 12.** Этапы линейаризации гиперграфа: а – гиперграф; б – гиперграф с удаленным ребром; в – представление гиперграфа в форме с разделенными ребрами и соответствующий ему мультиграф

**Заключение.** Статья посвящена генерации избыточных механических структур сложных технических систем. Механическая структура изделия формируется на самых ранних этапах жизненного цикла, сразу после синтеза трехмерной геометрической модели изделия. Это важное проектное решение оказывает значительное влияние на поведение системы в процессе сборки, разборки, ремонта и утилизации. Современные САД-системы не имеют программных средств для синтеза и верификации механических структур. Во многих проектных ситуациях эти структуры оказываются избыточными. Это тяжелая проектная ошибка, которая при изготовлении изделия приводит к появлению неразрешимых размерных цепей и перебазируванию. Для описания механической структуры изделия используется гиперграфовая модель. Она формализует базирование деталей при сборке изделия как отношение переменной местности и позволяет идентифицировать структурную избыточность. Структурная избыточность преодолевается удалением лишних механических связей. В гиперграфовых терминах эта процедура называется линейаризацией модели. Показано, что линейаризация может привести к появлению запрещенных фигур. Таковыми являются подграфы гиперграфа, которые описывают структуры несобираемых конструктивных фрагментов. Предложены алгоритмы, линейаризации гиперграфов и проверки их на запрещенные фигуры. Разработанные алгоритмы могут быть использованы при проектировании сложных технических систем в современных интегрированных САД/САМ/САЕ-системах.

#### Список источников

1. De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640-658.
2. Antonsson E.K., Cagan J. Formal engineering design synthesis. Cambridge University Press, 2005, 500 p.
3. Homem De Mello L.S., Sanderson A.C. A correct and complete algorithm for the generation of mechanical assembly sequences. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1991, vol. 7, iss. 2, pp. 228-240.
4. Lee Y.Q., Kumara S.R.T. Individual and group disassembly sequence generation through freedom and interference spaces. Journal of Design and Manufacturing, 1992, vol. 2, pp. 143-154.

5. Homem de Mello L.S., Lee S. Computer-Aided mechanical assembly planning. The Springer international series in engineering and computer science, 1991, vol. 148, 464 p.
6. Lopes L. S., Camarinha-Matos L. M. Learning failure recovery knowledge for mechanical assembly. Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1996, vol. 2, pp. 712-719.
7. De Fazio T., Whitney D. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. IEEE Journal on Robotics and Automation, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640-658.
8. Grewal S. et al. Assembly planning software. CIRP annals, 1995, vol. 44, no. 1, pp. 1-6.
9. Zha X.F., Lim S.Y.E., Fok S.C. Development of expert system for concurrent product design and planning for assembly. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1999, vol. 15, no. 3, pp. 153-162.
10. Karjalainen I. et al. Assembly sequence planning of automobile body components based on liaison graph. Assembly automation, 2007, pp. 21-36.
11. Park H.S. et al. Development of automatic assembly sequence generating system based on the New type of parts liaison graph. IFIP International Conference on Product Lifecycle Management, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013, pp. 540-549.
12. Bourjault A. Methodology of assembly automation: A new approach. Robotics and Factories of the Future, 1988, pp. 37-45.
13. Karjalainen I. et al. Assembly sequence planning of automobile body components based on, assembly automation, 2007, pp.178-192.
14. Park H.S. et al. Development of automatic assembly sequence generating system based on the new type. IFIP International Conference on Product Lifecycle Management, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013, pp. 540-549.
15. Viganò R., Gómez G.O. Assembly planning with automated retrieval of assembly sequences from CAD model information. Assembly Automation, 2012, pp.112-114.
16. Erdos G., Kis T., Xirouchakis P. Modelling and evaluating product end-of-life options. International Journal of Production Research, 2001, vol. 39, no. 6, pp. 1203-1220.
17. De Mello L.S.H., Sanderson A.C. Representations of mechanical assembly sequences. IEEE transactions on Robotics and Automation, 1991, vol. 7, no. 2, pp. 211-227.
18. Sambhoos K., Koc B., Nagi R. Extracting assembly mating graphs for assembly variant design. Journal of computing and information science in engineering, 2009, vol. 9, no. 3, pp. 17-21.
19. Ko H., Lee K. Automatic assembling procedure generation from mating conditions. Computer-Aided Design, 1987, vol. 19, no. 1, pp. 3-10.
20. Gu P., Yan X. CAD-directed automatic assembly sequence planning. International Journal of Production Research, 1995, vol. 33, no. 11, pp. 3069-3100.
21. Su Q. A hierarchical approach on assembly sequence planning and optimal sequences analyzing. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2009, vol. 25, no. 1, pp. 224-234.
22. Zhang J. et al. Generic face adjacency graph for automatic common design structure discovery in assembly models. Computer-Aided Design, 2013, vol. 45, no. 8, pp. 1138-1151.
23. Божко А.Н. Анализ стягиваемости гиперграфов / А.Н. Божко, Е.А. Бетин // Информационные технологии. – Москва: Издательство «Новые Технологии», 2005. – № 5. – С. 6-8.
24. Божко А.Н. Математические модели базирования и избыточности в механических системах / А.Н. Божко, Б.С. Сюсюкалов // Информационные технологии. – Москва: Издательство «Новые Технологии», 2014. – № 3. – С. 11-18.
25. Whitney D.E. Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development. Oxford University Press, 2004, 518 p.
26. Божко А.Н., Криволапова А.С. Удаление избыточности в механических структурах по критерию расчленяемости / А.Н. Божко, А.С. Криволапова // Наука и образование. – Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № 11. – С. 267-280.
27. Божко А.Н. Математическое моделирование механических конструкций и процессов сборки сложных технических систем / А.Н. Божко // Международная российская конференция по автоматизации. – 2021. – С. 80-91.

**Божко Аркадий Николаевич**, *д.т.н., профессор, МГТУ им. Н.Э. Баумана, bozhkoan@bmstu.ru, Россия, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д.5.*

**Черняев Роман Валерьевич**, *магистр 2 курса, МГТУ им. Н.Э. Баумана, AuthorID: 1165256, SPIN-код: 7043-4482, kayl.sander@gmail.com, Россия, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д.5.*

## Linearization of redundant mechanical structures of complex technical systems

Arkadij N. Bozhko, Roman V. Chernjaev

N.E. Bauman MSTU, Russia, Moscow, *kayl.sander@gmail.com*

**Abstract.** The paper deals with the problem of synthesis of non-redundant mechanical structures of complex technical systems. A hypergraph is used as a mathematical model of the mechanical structure. This model adequately describes the processes of assembly, disassembly and decomposition of the product into assembly units. It can be used to identify the structural redundancy of the product. In terms of the hypergraph model, overcoming redundancy is called linearization. It is shown that this operation can lead to the appearance of forbidden figures, that is, such subgraphs that describe unassembled constructive fragments. Algorithms are proposed that make it possible to perform linearization followed by a check for the presence of forbidden figures. The developed algorithms can be used in the design of complex technical systems in modern integrated CAD/CAM/CAE systems.

**Keywords:** mechanical structure, hypergraph, structural redundancy, basing, contraction, assembly, assembly sequence, computer-aided design

### References

1. De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640–658.
2. Antonsson E.K., Cagan J. *Formal engineering design synthesis*. Cambridge University Press, 2005, 500 p.
3. Homem De Mello L.S., Sanderson A.C. A correct and complete algorithm for the generation of mechanical assembly sequences. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, vol. 7, iss. 2, pp. 228-240.
4. Lee Y.Q., Kumara S.R.T. Individual and group disassembly sequence generation through freedom and interference spaces. *Journal of Design and Manufacturing*, 1992, vol. 2, pp. 143-154.
5. Homem de Mello L.S., Lee S. *Computer-Aided mechanical assembly planning*. The springer international series in engineering and computer science, 1991, vol. 148, 464 p.
6. Lopes L. S., Camarinha-Matos L. M. Learning failure recovery knowledge for mechanical assembly. *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1996, vol. 2, pp. 712-719.
7. De Fazio T., Whitney D. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640-658.
8. Grewal S. et al. *Assembly planning software*. *CIRP annals*, 1995, vol. 44, np. 1, pp. 1-6.
9. Zha X.F., Lim S.Y.E., Fok S.C. Development of expert system for concurrent product design and planning for assembly. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1999, vol. 15, no. 3, pp. 153-162.
10. Karjalainen I. et al. Assembly sequence planning of automobile body components based on liaison graph. *Assembly automation*, 2007, pp. 21-36.
11. Park H.S. et al. Development of automatic assembly sequence generating system based on the New type of parts liaison graph. *IFIP International Conference on Product Lifecycle Management*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013, pp. 540-549.
12. Bourjault A. Methodology of assembly automation: A new approach. *Robotics and Factories of the Future*, 1988, pp. 37-45.
13. Karjalainen I. et al. Assembly sequence planning of automobile body components based on, assembly automation, 2007, pp.178-192.
14. Park H.S. et al. Development of automatic assembly sequence generating system based on the new type. *IFIP International Conference on Product Lifecycle Management*, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013, pp. 540-549.
15. Vigano R., Gómez G.O. Assembly planning with automated retrieval of assembly sequences from CAD model information. *Assembly Automation*, 2012, pp.112-114.
16. Erdos G., Kis T., Xirouchakis P. Modelling and evaluating product end-of-life options. *International Journal of Production Research*, 2001, vol. 39, no. 6, pp. 1203-1220.
17. De Mello L.S.H., Sanderson A.C. Representations of mechanical assembly sequences. *IEEE transactions on Robotics and Automation*, 1991, vol. 7, no. 2, pp. 211-227.
18. Sambhoos K., Koc B., Nagi R. Extracting assembly mating graphs for assembly variant design. *Journal of computing and information science in engineering*, 2009, vol. 9, no. 3, pp. 17-21.
19. Ko H., Lee K. Automatic assembling procedure generation from mating conditions. *Computer-Aided Design*, 1987, vol. 19, no. 1, pp. 3-10.

20. Gu P., Yan X. CAD-directed automatic assembly sequence planning. *International Journal of Production Research*, 1995, vol. 33, no. 11, pp. 3069-3100.
21. Su Q. A hierarchical approach on assembly sequence planning and optimal sequences analyzing. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2009, vol. 25, no. 1, pp. 224-234.
22. Zhang J. et al. Generic face adjacency graph for automatic common design structure discovery in assembly models. *Computer-Aided Design*, 2013, vol. 45, no. 8, pp. 1138-1151.
23. Bozhko A.N., Betin E.A. Analiz stjagivaemosti gipergrafov [Analysis of contractibility of hypergraphs]. *Informacionnye tehnologii [Information Technology]*, Moscow, Publ. New technologies, 2005, no. 5, pp. 6-8.
24. Bozhko A.N., Sjusjukalov B.S. Matematicheskie modeli bazirovanija i izbytochnosti v mehanicheskikh sistemah [Mathematical models of basing and redundancy in mechanical systems]. *Informacionnye tehnologii [Information Technology]*, Moscow, Publ. New technologies, 2014, no.3, pp. 11-18.
25. Whitney D.E. *Mechanical assemblies: Their design, Manufacture, and role in product development*. Oxford University Press, 2004, 518 p.
26. Bozhko A.N., Krivolapova A.S. Udalenie izbytochnosti v mehanicheskikh strukturah po kriteriju raschlenjaemosti [Removal of redundancy in mechanical structures according to the criterion of dismemberment]. *Nauka i obrazovanie [Science and education]*, Moscow, Publ. N.E. Bauman MSTU, 2014, no.11, pp. 267-280.
27. Bozhko A.N. Matematicheskoe modelirovanie mehanicheskikh konstrukcij i processov sborki slozhnyh tehniceskikh system [Mathematical modeling of mechanical structures and assembly processes of complex technical systems]. *International Russian Conference on Automation*, 2021, pp. 80-91.

**Bozhko Arkadij Nikolaevich.** *Professor, MSTU, bozhkoan@bmstu.ru, 105005, Russia, Moscow, Baumanskaya 2-ya., 5/1.*

**Chernjaev Roman Valerevich.** *Second course master, MSTU, AuthorID: 1165256, SPIN: 7043-4482, kayl.sander@gmail.com, 105005, Russia, Moscow, Baumanskaya 2-ya., 5/1.*

*Статья поступила в редакцию 08.06.2022; одобрена после рецензирования 23.09.2022; принята к публикации 23.09.2022.*

*The article was submitted 06/08/2022; approved after reviewing 09/23/2022; accepted for publication 09/23/2022.*