

Методика идентификации параметров модели наведения для атмосферных черенковских телескопов IACT

Журов Дмитрий Павлович^{1,2}, Гресс Олег Анатольевич², Сидоров Денис Николаевич^{1,3}

¹Иркутский национальный исследовательский технический университет,

Россия, Иркутск, *sidney28@yandex.ru*

²Научно-исследовательский институт прикладной физики Иркутского государственного университета, Россия, Иркутск

³Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Россия, Иркутск

Аннотация. В статье рассматривается методика идентификации параметров модели наведения для атмосферных черенковских телескопов IACT по отклонениям положений изображений звезд на фокальной плоскости во время калибровочных измерений. В работе представлена модель для расчета положения телескопа по показаниям датчиков и оценки угла поворота фокальной плоскости. Для идентификации параметров предлагается использовать градиентные методы оптимизации с начальным приближением, полученным из линейной регрессии в предположении малого угла вращения фокальной плоскости, с последующим уточнением параметров модели по апостериорным распределениям вероятностей, полученных методом Монте-Карло с Марковскими цепями. Приводятся результаты тестирования методики на модельных данных, подход позволяет надежно получить точные оценки параметров.

Ключевые слова: атмосферные черенковские телескопы, IACT, модель наведения, идентификация параметров

Цитирование: Журов Д.П. Методика идентификации параметров модели наведения для атмосферных черенковских телескопов IACT / Д.П. Журов, О.А. Гресс, Д.Н. Сидоров // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 3(27). – С. 174-183. – DOI: 10.38028/ESI.2022.27.3.016.

Введение. Атмосферные черенковские телескопы IACT (Imaging Atmospheric Cherenkov Telescope) предназначены в первую очередь для наземной гамма астрономии и физики космических лучей. Они позволяют регистрировать слабые короткие вспышки черенковского света от широких атмосферных ливней (ШАЛ) – вторичных каскадов, образованных гамма квантами и космическими лучами высоких энергий. Телескопы IACT имеют альт-азимутальную монтировку и представляют собой рефлектор с установленной в фокусе чувствительной камерой с быстрой электроникой, способной регистрировать наносекундные вспышки черенковского излучения от ШАЛ[1]. Телескопы IACT активно используются в существующих экспериментах, таких, как MAGIC[2], HESS[3], VERITAS[4]. Также ведется строительство новых экспериментальных комплексов, которые будут покрывать большие эффективные площади и способны регистрировать гамма-излучение выше 100 ТэВ. К таким комплексам относится эксперимент Cherenkov Telescope Array (CTA) [5], который будет включать больше 100 телескопов IACT разного размера, а также эксперимент TAIGA[6], использующий гибридный подход к регистрации ШАЛ. Пилотный комплекс TAIGA располагается в 50 км от озера Байкал в Тункинской долине (республика Бурятия, Россия), и на 2022 год включает в себя 3 телескопа TAIGA-IACT, работающих совместно с установкой TAIGA-NiSCORE и TAIGA-Muon [7].

Механические неточности в конструкции и ее деформация под действием силы тяжести вызывают неточности в наведении телескопа и приводят к ошибкам в определении положения источников на камере. Наиболее значимыми причинами неточностей являются смещение нуля датчиков положения, небольшие наклоны телескопа, отклонения от перпендикулярности оси высоты относительно оптической оси телескопа, отклонения от перпендикулярности оси высоты относительно азимутальной оси и деформации конструкции телескопа

под действием гравитации. Для достижения более высокой точности определения направления телескопа по датчикам положения и исправления этих эффектов для телескопов используется модель наведения (анг. pointing model). Распространенным подходом для моделирования наведения является введение функций поправок, которые добавляются к показаниям датчиков, что позволяет получить более точные оценки:

$$\begin{aligned}\phi_t^* &= \phi_e + \Delta\phi(\phi_e, \theta_e, \vec{p}_{pm}), \\ \theta_t^* &= \theta_e + \Delta\theta(\phi_e, \theta_e, \vec{p}_{pm}),\end{aligned}\tag{1}$$

где ϕ_t^*, θ_t^* – оценка направления телескопа, ϕ_e, θ_e – показания датчиков положения, $\Delta\phi, \Delta\theta$ – функции поправок, \vec{p}_{pm} – вектор параметров модели наведения. Для простой 7 параметрической модели наведения функции поправок выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}\Delta\phi(\phi_e, \theta_e) &= \phi_{offset} - \tau_{north} \sin(\phi_e) \operatorname{tg}(\theta_e) - \tau_{east} \cos(\phi_e) \operatorname{tg}(\theta_e) + \\ &+ \psi_{noe} \operatorname{sec}(\theta_e) - \psi_{nae} \operatorname{tg}(\theta_e),\end{aligned}\tag{2}$$

$$\Delta\theta(\phi_e, \theta_e) = \theta_{offset} - \tau_{north} \cos(\phi_e) + \tau_{east} \sin(\phi_e) - \beta \cos(\theta_e),\tag{3}$$

где ϕ_{offset} и θ_{offset} – смещения нуля датчиков положения, τ_{north} и τ_{east} – наклоны телескопа на север и восток, ψ_{noe} – отклонение от перпендикулярности оси высоты относительно оптической оси телескопа, ψ_{nae} – отклонения от перпендикулярности оси высоты относительно азимутальной оси, β – деформации конструкции под действием гравитации. Вывод функций поправок может быть найден, например, в [8]. Вектор \vec{p}_{pm} может быть расширен дополнительными параметрами, как, например, в [9,10]. Этот подход достаточно прост и легко расширяем, что позволяет подобрать оптимальную модель для различных телескопов.

Однако метод имеет ряд недостатков [11], среди которых то, что он плохо работает на углах, близких к зениту и не позволяет рассчитать угол вращения фокальной плоскости, который может быть существенным на больших высотах в случае значительных наклонов телескопа и отклонений от перпендикулярности осей. Например, при небольшом наклоне телескопа на $\tau = 0.2^\circ$ при зенитном угле 10° значение угла поворота будет меняться в диапазоне от 0° до 1.4° . Компьютерная модель [11] или [12] лишена этих недостатков.

Определение параметров модели наведения проводится по отклонениям положения изображения известных ярких звезд от центра камеры телескопа. Зависимостью угла поворота фокальной плоскости от положения телескопа можно пренебречь, если параметры τ_{north} , τ_{east} , ψ_{noe} и ψ_{nae} достаточно малы (что справедливо для многих телескопов) и положения звезд во время измерений не сильно отклоняются от центра камеры. Используя эти предположения, по отклонению звезды можно оценить направление телескопа и получить параметры модели наведения. Перспективным методом определения параметров является метод Монте-Карло с Марковскими цепями (МСМС), представленный для модели наведения (1) в работе [13].

В данной работе предлагается использовать компьютерную модель телескопа, учитывающую эффект вращения фокальной плоскости, а для идентификации параметров использовать МСМС. Это позволяет получить точные оценки параметров модели для телескопов с большими значениями параметров наклона и отклонения от перпендикулярности осей, даже по данным с большим отклонением изображений звезд от центра камеры во время измерений.

Математические модели, использованные в данной работе, опубликованы авторами статьи в [12], также кратко представлены в первом разделе для ясности изложения. Во втором разделе рассмотрена процедура проведения калибровочных измерений. В третьем разделе описана предлагаемая методика идентификации модели наведения. В четвертом разделе описано исследование эффективности предложенного метода на основе модельных данных.

1. Модель телескопа. Модель телескопа состоит из математической модели камеры и модели наведения. Введем систему координат, где ось x в пространстве направлена на север, ось y – на восток, z – в зенит, угол ϕ отсчитывается по часовой стрелке, т.е. от севера на восток, угол θ отсчитывается от горизонта.

1.1. Математическая модель камеры телескопа. При наблюдении удаленных источников, переходя к сферической системе координат, математическую модель камеры можно записать как [12]:

$$z \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ 1 \end{bmatrix} = KR_{\vec{v}_z}(\alpha_c)R_{\vec{v}_y}(\theta_t - \frac{\pi}{2})R_{\vec{v}_z}(-\phi_t) \begin{bmatrix} \cos(\phi_s) \cos(\theta_s) \\ \sin(\phi_s) \cos(\theta_s) \\ \sin(\theta_s) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где x_s, y_s – положение проекции объекта на фокальной плоскости, z – масштабный коэффициент, $K \in R^{3 \times 3}$ – матрица внутренней калибровки камеры, $R_{\vec{v}_y}(\psi)$, $R_{\vec{v}_z}(\psi)$ – матрицы вращения вокруг соответствующих осей на заданный угол ψ , углы ϕ_s и θ_s – положение источника по азимуту и высоте, ϕ_t и θ_t – направление телескопа, α_c – угол поворота фокальной плоскости. Угол α_c зависит от положения телескопа из-за возможных неточностей конструкции (небольшие отклонения от перпендикулярности осей, небольшие наклоны телескопа).

1.2. Модель наведения. Опишем телескоп в предположении небольших наклонов телескопа (τ_{north} и τ_{east}), а также отклонения от перпендикулярности оси высоты относительно оптической и азимутальной осей (ψ_{noe} и ψ_{nae}), тогда ось азимута может быть описана как:

$$\vec{a} = R_{\vec{v}_y}(\tau_{north})R_{\vec{v}_x}(\tau_{east})\vec{v}_z, \quad (5)$$

где $\vec{v}_x, \vec{v}_y, \vec{v}_z$ – единичные вектора, направленные вдоль осей x, y и z соответственно, \vec{a} – ось азимута, $R_{\vec{v}}(\varphi)$ – матрица поворота на угол φ вокруг вектора \vec{v} против часовой стрелки смотря в направлении вектора \vec{v} (запись и вывод этой матрицы можно найти в [14, с. 257]). Ось высоты \vec{e} аналогично может быть описана как:

$$\vec{e} = -R_{\vec{v}_y}(\tau_{north})R_{\vec{v}_x}(\tau_{east} + \psi_{nae}), \quad (6)$$

а направление \vec{t}_0 телескопа при заданных осях:

$$\vec{t}_0 = R_{\vec{v}_y}(\tau_{north})R_{\vec{v}_x}(\tau_{east} + \psi_{nae})R_{\vec{v}_z}(\psi_{noe})\vec{v}_x. \quad (7)$$

Тогда направление телескопа \vec{t} при повороте по осям для идеально жесткой конструкции можно описать как:

$$\vec{t} = R_{\vec{a}}(\phi_{int})R_{\vec{e}}(\theta_{int})\vec{t}_0, \quad (8)$$

где $\phi_{int} = \phi_e + \phi_{offset}$ и $\theta_{int} = \theta_e + \theta_{offset}$ – внутренние координаты телескопа, такие что при $(\phi_{int}, \theta_{int}) = (0, 0)$, $\vec{t} = \vec{t}_0$. Углы азимута и высоты определяются из вектора \vec{t} соответственно:

$$\phi_t = \arctg 2(\vec{t}_y, \vec{t}_x), \quad \theta_{tno\beta} = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{\vec{t}_z}{|\vec{t}|}\right). \quad (9)$$

Для учета эффекта прогиба конструкции введем параметр β , угол высоты телескопа определим как:

$$\theta_t = \theta_{tno\beta} + \beta \cos(\theta_{tno\beta}). \quad (10)$$

1.3. Расчета угла поворота фокальной плоскости. Для расчета угла поворота α_c фокальной плоскости возьмем вектор \vec{g}_0 как проекцию вектора $-\vec{v}_z$, на плоскость с нормалью \vec{t}_0 (из (7)):

$$\vec{g}_0 = (\vec{v}_z \cdot \vec{t}_0)\vec{t}_0 - \vec{v}_z, \quad (11)$$

тогда угол α_c поворота камеры рассчитывается, как угол:

$$\alpha_c = \angle(R_{\vec{a}}(\phi_{int})R_{\vec{e}}(\theta_{int})\vec{g}_0, (\vec{v}_z \cdot \vec{t})\vec{t} - \vec{v}_z) + \alpha_{c0}, \quad (12)$$

где α_{c0} – поворот системы координат фокальной плоскости в положении телескопа \vec{t}_0 , \vec{t} – направление телескопа из (8).

2. Методика проведения измерений. В отличие от оптических и радио телескопов проведение измерений для калибровки наведения IACT непосредственно с помощью камеры затруднительно. Поэтому современные IACT оснащаются CCD камерами, которые крепятся к конструкции телескопа и отслеживают положение звезд и камеры телескопа, по периметру которой располагаются позиционные светодиоды. На фокальной плоскости располагается белый экран, на который фокусируется свет от звезд, отраженный от рефлектора (примеры изображений можно найти в [15,16]). Однако в области экрана на CCD могут быть видны лишь достаточно яркие звезды, например, для телескопов TAIGA-IACT звезды ярче 3 звездной величины, что накладывает ограничения на выбор источников, а также означает, что крайне редко возможно наблюдать несколько источников одновременно на одном снимке.

Измерения, необходимые для определения параметров модели наведения, проводятся в ясные ночи с развернутым экраном. Телескоп наводится последовательно на ряд известных ярких источников и меняя цели после получения серии снимков CCD камеры, на которых видны калибровочные светодиоды и сфокусированное на экран изображение источника, в момент снимка сохраняются показания датчиков положения. Из снимков извлекаются данные о положении объектов и определяется положение пятна от звезды в координатах на фокальной плоскости (x_c, y_c) .

2.1. Алгоритм выбора источников. Для проведения калибровочных измерений предлагается выбрать множество C из n звезд из звездного каталога K , $|C| = n$, $C \subset K$, таким образом, чтобы они максимально покрыли наблюдаемую телескопом область неба за заданный промежуток времени. Пусть T_i – траектория движения звезды за заданный промежуток времени. Обозначим область на сфере, которая может быть наблюдаема за O , а область, которая может быть промерена за заданный промежуток времени при наблюдении i -ого источника из каталога как A_i , $A_i \subset O$. Пусть точка $p \in O$, будем считать, что $p \in A_i$, если $\exists z \in T_i$, такая, что $|p - z| \leq d$, где d – максимальное расстояние от траектории, при которой область считается промеренной. Чтобы найти оптимальное множество C , необходимо решить оптимизационную задачу:

$$S(\cup_{i \in C} A_i) \rightarrow \max_{C \subset K} \quad (13)$$

где S – обозначает функцию расчета площади области. Численно оценить площадь области можно используя решетки Фибоначчи на сфере [17], где сфера разбивается на $2N + 1$ точек, таких, что:

$$\begin{aligned} \phi_i &= 2\pi i \Phi^{-1}, \\ \theta_i &= \arcsin\left(\frac{2i}{2N+1}\right), \end{aligned} \quad (14)$$

где ϕ_i и θ_i – углы азимута и высоты, Φ – золотое число, равное $(\sqrt{5} + 1)/2$, i – номер точки на решетке Фибоначчи. Это разбиение, достаточно близкое к равномерному [17]. Обозначив множество точек решетки за P , площадь области M на сфере можно оценить, как:

$$S(M) = 4\pi \frac{|P \cap M|}{|P|}. \quad (15)$$

При решении задачи (13) гиперпараметр d стоит выбирать достаточно большим, чтобы траектории, лежащие близко друг к другу, вместе давали малый вклад в целевую функцию, и в то же время не сильно большим, чтобы не достигать значения $S(O)$.

Решить задачу (13) можно используя генетический алгоритм [18].

2.2. Генетический алгоритм для выбора источников. Авторами статьи использовалась следующая реализация генетического алгоритма для нахождения оптимального множества источников из звездного каталога. На начальном этапе выбирается начальная популяция

из m наборов источников $C_i^{(0)} \subset K$, $|C_i^{(0)}| = n$, $i \in [1, m]$, где элементы C_i выбираются случайным образом, вероятность выбора элементов одинакова. Далее в цикле выполняются следующие шаги, номер итерации обозначим как p , наборы источников на итерации p как $C_i^{(p)}$:

1. Скрещивание. Случайным образом выбирается $\lfloor \sqrt{mt} \rfloor$ пар $(l_j^{(1)}, l_j^{(2)})$, $l_j^{(1)} \neq l_j^{(2)}$, $l_j^{(1)} \in [1, m]$, $l_j^{(2)} \in [1, m]$, $j \in [1, \lfloor \sqrt{mt} \rfloor]$, и проводится скрещивание $C_{l_j^{(1)}}^{(p-1)}$ и $C_{l_j^{(2)}}^{(p-1)}$. На выходе имеем множества $C_j^* \subset C_{l_j^{(1)}}^{(p-1)} \cup C_{l_j^{(2)}}^{(p-1)}$, $|C_j^*| = n$, элементы множества C_j^* выбираются случайным образом из $C_{l_j^{(1)}}^{(p-1)} \cup C_{l_j^{(2)}}^{(p-1)}$, причем вероятность выбора элемента из $C_{l_j^{(1)}}^{(p-1)} \cap C_{l_j^{(2)}}^{(p-1)}$ выше, чем из $C_{l_j^{(1)}}^{(p-1)} \Delta C_{l_j^{(2)}}^{(p-1)}$, где Δ - симметрическая разность.

2. Мутация. С вероятностью ρ_{mut} в множестве источников C_j^* один из элементов заменяется на случайный элемент из множества $K \setminus C_j^*$.

3. Оценивается целевая функция для каждого полученного набора источников C_j^* по формуле (15).

4. Селекция. Из полученных $\lfloor \sqrt{mt} \rfloor$ множеств C_j^* методом ранжирования выбирается m , которые составят популяцию итерации p (множества источников $C_i^{(p)}$).

После выполнения заданного количества итераций в качестве оптимального множества источников из всех популяций выбирается такое, у которого максимальное значение целевой функции.

3 Идентификация параметров модели. Функция правдоподобия для параметров \vec{p}_{pm} в предположении, что остатки предсказанных и измеренных положений источников на фокальной плоскости распределены по нормальному закону распределения:

$$L(\vec{p}_{pm}, \sigma | \vec{x}_1, \dots, \vec{x}_n) = \prod_{i=1}^n (2\pi\sigma^2)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{|\vec{x}_i - \vec{x}(\vec{t}(\vec{e}_i, \vec{p}_{pm}), \vec{s}_i, \alpha(\vec{e}_i, \vec{p}_{pm}))|^2}{\sigma^2}\right), \quad (16)$$

где $\vec{x}_i = (x_{s,i}, y_{s,i})$ – измеренные положения изображения звезды на фокальной плоскости; функцией $\vec{x}(\phi_t, \theta_t, \phi_s, \theta_s, \alpha)$ обозначен расчет координат (x_c, y_c) по модели камеры (4), $\vec{t}(\vec{e}_i, \vec{p}_{pm})$ обозначает функцию расчета направления телескопа (ϕ_t, θ_t) по показаниям датчиков положения $\vec{e} = (\phi_e, \theta_e)$, $\vec{s}_i = (\phi_s, \theta_s)$ – направление на источник, $\alpha(\vec{e}_i, \vec{p}_{pm})$ – расчет угла поворота фокальной плоскости.

Как известно, нахождение максимума функции правдоподобия (28) соответствует решению задачи минимизации:

$$\sum_{i=1}^n \left| \vec{x}_i - \vec{x}(\vec{t}(\vec{e}_i, \vec{p}_{pm}), \vec{s}_i, \alpha(\vec{e}_i, \vec{p}_{pm})) \right|^2 \rightarrow \min_{\vec{p}_{pm}}. \quad (17)$$

Для идентификации параметров модели предлагается следующий алгоритм:

1. Определить начальное приближение параметров модели $\vec{p}_{pm}^{(0)}$, для чего воспользоваться методами линейной регрессии, используя функции поправок (2) и (3). Для этого необходимо оценить направление телескопа, что можно сделать в предположении малой зависимости угла поворота фокальной плоскости α и принять его равным α_0 .

2. Уточнить значения параметров модели $\vec{p}_{pm}^{(1)}$, решив оптимизационную задачу (17) градиентными методами минимизации с начальным приближением $\vec{p}_{pm}^{(0)}$.

3. Используя МСМС, вычислить апостериорное распределение вероятностей параметров модели с начальным значением $\vec{p}_{pm}^{(1)}$, принять медианное значение за оптимальное значение параметров $\vec{p}_{pm}^{(2)}$.

В качестве априорного распределения параметров в данной работе использовалось равномерное. Аналогично предложенному Г. Шпенглером и У. Шванке в [13] методу идентификации параметров модели наведения, в качестве априорного распределения параметров может быть выбрано распределение Лапласа, а для уменьшения чувствительности к выбросам в качестве функции правдоподобия может быть использовано распределение Стьюдента с добавлением параметра числа степеней свободы ν .

4. Тестирование метода на модельных данных. Для тестирования работы методики использовалась программная реализация модели камеры и модели наведения (раздел 1). Случайным образом сгенерированы 1500 моделей телескопов с различными векторами параметров $\vec{p}_{pm}^{(true)}$, значения которых распределены нормально со случайно выбранным стандартным отклонением из $\{0.025^\circ, 0.05^\circ, 0.1^\circ, 0.2^\circ, 0.4^\circ, 0.6^\circ\}$. Таким образом в набор включены модели, в которых присутствуют сильная зависимость параметра угла поворота α от положения телескопа (до 15° по абсолютной величине на высоте $\theta = 80^\circ$).

Для получения плана измерений использовался алгоритм, описанный в разделе 2.1 с параметрами $d = 5^\circ$, $n = 17$, звездная величина для выбора источников не превышала 3, время набора данных для наведения 8 часов. Получены 12 планов наблюдения для некоторого дня каждого месяца.

Для каждой модели имитировался процесс измерений с начальной калибровкой $\vec{p}_{pm}^{(init)}$, в которой все параметры равны 0, кроме параметров ϕ_{offset} и θ_{offset} , распределенных нормально со смещением $\phi_{offset}^{(init)}$ и $\theta_{offset}^{(init)}$ соответственно и стандартным отклонением 0,4. Телескоп наводился последовательно, перенаводясь между источниками каждые 2 минуты, таким образом, за 8 часов получалось 240 точек. Показания датчиков (ϕ_e, θ_e) рассчитывались используя обратное преобразование и параметры $\vec{p}_{pm}^{(init)}$. Для имитации ошибок измерений к показаниям датчиков добавлялась случайная величина с $\sigma_e = 0.003^\circ$. Истинные направления $(\phi_t^{(true)}, \theta_t^{(true)})$ рассчитывались, исходя из параметров $\vec{p}_{pm}^{(true)}$. Используя модель камеры, рассчитывалось положение источника $(x_s^{(true)}, y_s^{(true)})$, к которому прибавлялась случайная ошибка со стандартным отклонением σ_s , выбранным из $\{0.006^\circ, 0.012^\circ, 0.024^\circ, 0.036^\circ\}$. В результате получены выборки для проверки метода, которые включают показания датчиков $\vec{e}_i = (\phi_{e,i}, \theta_{e,i})$, направление на источник $\vec{s}_i = (\phi_{s,i}, \theta_{s,i})$ и положение источника на фокальной плоскости $\vec{x}_i = (x_{s,i}, y_{s,i})$.

По полученным данным определены параметры модели согласно алгоритму, описанному в разделе 3, и получены параметры $\vec{p}_{pm}^{(0)}$, $\vec{p}_{pm}^{(1)}$, $\vec{p}_{pm}^{(2)}$. Для нахождения параметров градиентными методами и вычисления апостериорного распределения вероятностей параметров модели мы используем библиотеку `lmfit` и `emcee`, которая реализует аффинный инвариантный семплер [19]. В качестве алгоритма оптимизации для задачи (17) использовался 'L-BFGS-B'. Нахождение параметров модели и построение апостериорного распределения вероятностей в нашей реализации на процессоре Intel Core i5 занимали около 3 минут.

Для оценки качества полученных моделей $\vec{p}_{pm}^{(1)}$ и $\vec{p}_{pm}^{(2)}$ проводилось сравнение их предсказаний с исходной моделью $\vec{p}_{pm}^{(true)}$, для чего генерировались равномерная сетка T из N точек $(\phi_{t,i}, \theta_{t,i})$, для нее по модели $\vec{p}_{pm}^{(true)}$ определялись показания датчиков $(\phi_{e,i}, \theta_{e,i})$, по ко-

торым оценивалось направление телескопа $(\phi_{t,i}^{(j)}, \theta_{t,i}^{(j)})$ по j -ой модели $\vec{p}_{pm}^{(j)}, j \in \{1,2\}$. Отклонение предсказанного значения от исходной модели выражается как:

$$r_i^{(j)} = \arccos \left(\cos(\theta_{t,i}) \cos(\theta_{t,i}^{(j)}) \cos(\phi_{t,i} - \phi_{t,i}^{(j)}) + \sin(\theta_{t,i}) \sin(\theta_{t,i}^{(j)}) \right). \quad (18)$$

Оценку качества j -ой модели выразим как среднеквадратичное значение r_i :

$$RMS_r^{(j)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n r_i^{(j)^2}{N}}}. \quad (19)$$

На рисунке 1 представлена диаграмма размаха значений RMS_r для модели $\vec{p}_{pm}^{(1)}$, полученной методом градиентного спуска, и модели $\vec{p}_{pm}^{(2)}$, значение параметров которой уточнено по апостериорному распределению вероятностей, полученному методом МСМС. Из графиков видно, что модели, полученные последним методом, оценивают направление телескопа значительно точнее. Большое количество моделей с параметрами $\vec{p}_{pm}^{(1)}$ определены неточно, что происходит в основном для грубых монтировок, для которых наблюдается значительная зависимость угла поворота фокальной плоскости. На рисунке 2 представлена диаграмма рассеивания для моделирования с $\sigma_s = 0.012^\circ$, из которой видно, что основная часть не успешно определенных градиентным методом моделей были получены для телескопов, у которых максимальное абсолютное значение угла поворота α на высоте 80° выше 4° . Однако модели с уточненными с помощью МСМС параметрами отлично работают даже для таких монтировок.

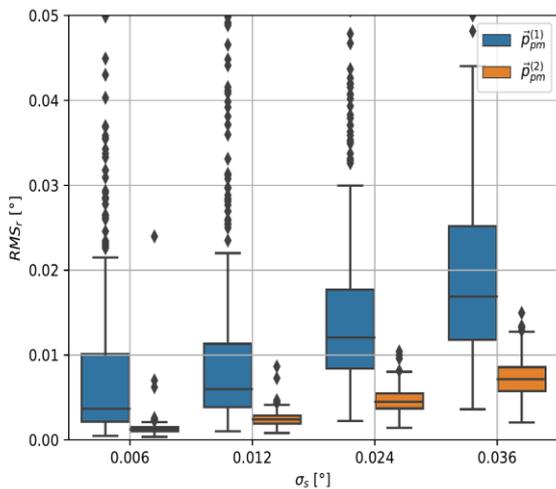


Рис. 1. Диаграмма размаха значений RMS_r для моделей, полученных на 2 и 3 шаге идентификации параметров

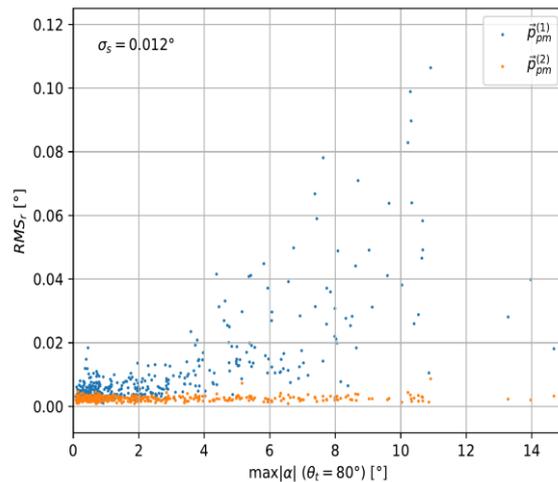


Рис. 2. Диаграмма рассеивания значений RMS_r в зависимости от максимального абсолютного значения угла поворота α на высоте 80° при $\sigma_s = 0.012^\circ$

Закключение. В работе кратко представлена математическая модель телескопа (раздел 1), состоящая из модели камеры и модели наведения, которая позволяет учесть неточности конструкции. Описана процедура проведения калибровочных измерений, необходимых для набора данных, по которым проводится идентификация параметров модели наведения (раздел 2). Предложен алгоритм нахождения оптимального набора источников для калибровки. Представлен алгоритм идентификации параметров модели наведения (раздел 3), авторами предложено комбинировать применение МСМС и использование модели наведения с расчетом угла поворота вращения фокальной плоскости, что позволяет получить хорошие оценки параметров, даже при проведении калибровочных измерений с грубым начальным прибли-

жением и сильной зависимостью угла поворота фокальной плоскости от положения телескопа. Эффективность работы предложенной методики протестирована на модельных данных (раздел 4).

Оценка параметров градиентным методом оптимизации для монтировок с сильной зависимостью значение угла поворота α от положения телескопа работает ненадежно, что может быть связана с неудачно выбранным начальным приближением и наличием локальных минимумов в окрестности решения и/или сильной корреляцией между параметрами. Однако последующее вычисление апостериорное распределение вероятностей параметров модели метод Монте-Карло с Марковскими цепями позволяет уточнить модель и получить надежные оценки параметров. Для применения на реальных данных может потребоваться учесть дополнительные эффекты, что может быть выполнено добавлением функции коррекции вида (1) с дополнительными параметрами после вычисления направления телескопа по алгоритму из раздела 1.2.

Благодарности. Работа выполнена на УНУ «Астрофизический комплекс МГУ-ИГУ», поддержана Минобрнауки России (соглашение 13.УНУ.21.0007, гос. задание FZZE-2020-0017, FZZE-2020-0024), РФФ (проект 19-72-20067, раздел 3), РФФИ (проект № 19-52-44002).

Список источников

1. Holder J. Atmospheric cherenkov gamma-ray telescopes. The WSPC handbook of astronomical instrumentation, Volume 5, Gamma-Ray and Multimessenger Astronomical Instrumentation. World Scientific, 2021, pp. 117–136. DOI: 10.1142/9789811203817_0006
2. Cortina J. Status and first Results of the magic telescope. Astrophysics and Space Science, 2005, June, vol. 297, no. 1, pp. 245–255, DOI: 10.1007/s10509-005-7627-5.
3. Hinton J. The status of the HESS project. New Astronomy Reviews, 2004, vol. 48, no. 5, pp. 331–337, DOI: 10.1016/j.newar.2003.12.004
4. Holder J., Atkins R.W., Badran H.M. et al. The first VERITAS telescope. Astroparticle Physics, 2006, vol. 25, no. 6, pp. 391–401, DOI: 10.1016/j.astropartphys.2006.04.002
5. Acharya B., Actis M., Aghajani T. et al. Introducing the CTA concept. Astroparticle Physics, 2013, vol. 43, pp. 3–18. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2013.01.007
6. Budnev N., Astapov I., Bezyazeev P. et al. TAIGA - an advanced hybrid detector complex for astroparticle physics and high energy gamma-ray astronomy in the Tunka. Journal of instrumentation, 2020, Sept., vol. 15, no. 9, DOI: 10.1088/1748-0221/15/09/C09031.
7. Budnev N., Astapov I., Bezyazeev P. et al. TAIGA—an innovative hybrid array for high energy gamma astronomy, cosmic ray physics and astroparticle physics. Physics of Atomic Nuclei, 2021, vol. 84, no. 3, pp. 362–367, DOI: 10.1134/S1063778821030078.
8. Condon J. GBT pointing equations. GBT tech. Memo. 75, NRAO, 1992, available at: https://library.nrao.edu/public/memos/gbt/GBT_075.pdf.
9. Wallace P. TPOINT—Telescope pointing analysis system. Starlink User Note. 1994, vol. 100, available at: https://sites.astro.caltech.edu/~srk/TP/Literature/Tpoint_SunWorks.pdf.
10. Lew B. Improving pointing of Toruń 32-m radio telescope: effects of rail surface irregularities. Experimental Astronomy, 2018, vol. 45, no. 1, pp. 81–105, DOI: 10.1007/s10686-018-9573-6.
11. Wallace P. Rigorous algorithm for telescope pointing. Advanced telescope and instrumentation control software II, vol. 4848, International Society for Optics, Photonics, 2002, pp. 125–136, DOI: 10.1117/12.460914.
12. Журов Д. П. Моделирование для наведения атмосферных черенковских телескопов в эксперименте TAIGA / Д.П. Журов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математическое моделирование и программирование», 2021. – Т. 14. – № 4. – С. 106–111. DOI: 10.14529/mmp210409
13. Spengler G., Schwanke U., Zhurov D. CTbend: A Bayesian open-source framework to model pointing corrections of Cherenkov telescope. Proceedings of 37th International Cosmic Ray Conference, PoS(ICRC2021), vol. 395, 2021, pp. 699, DOI: 10.22323/1.395.0699.
14. Cole Ian R. Modelling CPV. Loughborough University. Thesis, 2015, available at: <https://hdl.handle.net/2134/18050>.
15. Bretz T., Dorner D., Wagner R.M. et al. The drive system of the major atmospheric gamma-ray imaging Cherenkov telescope. Astroparticle Physics. 2009, vol. 31, no. 2, pp. 92–101, DOI: 10.1016/j.astropartphys.2008.12.

16. Zhurov D., Gress O.A, Lukyantsev D.S. et al. TAIGA-IACT pointing control and monitoring software status. Proceedings of 37th International Cosmic Ray Conference, PoS(ICRC2021), vol. 395, 2021, pp. 690, DOI: 10.22323/1.395.0690.
17. González Á. Measurement of areas on a sphere using Fibonacci and latitude–longitude lattices. Mathematical Geosciences – 2010, vol. 42, no. 1, pp. 49–64, DOI: 10.1007/s11004-009-9257-x.
18. Katoch S., Chauhan S.S., Kumar V. A review on genetic algorithm: past, present, and future. Multimedia Tools and Applications, vol.80, no.5, 2021, pp. 8091–8126, DOI: 10.1007/s11042-020-10139-6.
19. Goodman J., Weare J. Ensemble samplers with affine invariance. Communications in applied mathematics and computational science, 2010, vol. 5, no. 1, pp. 65–80, DOI: 10.2140/camcos.2010.5.65.

Журов Дмитрий Павлович, аспирант ИРНИТУ, м.н.с. НИИПФ ИГУ, SPIN-код: 6071-7716, AuthorID: 1078130, ORCID: 0000-0002-1596-8829, sidney28@yandex.ru, Россия, Иркутск, бульвар Гагарина, 20.

Гресс Олег Анатольевич, с.н.с. НИИПФ ИГУ, SPIN-код: 5709-7523, AuthorID: 23235, ORCID: 0000-0002-5070-0836, gro108@rambler.ru, Россия, Иркутск, бульвар Гагарина, 20.

Сидоров Денис Николаевич, доктор ф.-м. н., проф. РАН, зав. лаб. промышленной математики ИРНИТУ, з.н.с. отдела прикладной математики Института систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, SPIN-код: 6049-9314, AuthorID: 14218, ORCID: 0000-0002-3131-1325, contact.dns@gmail.com, Россия, Иркутск, ул. Лермонтова, 130.

UDC 004.942

DOI:10.38028/ESI.2022.27.3.016

Technique for pointing model parameters estimation for imaging atmospheric Cherenkov telescopes

Dmitriy P. Zhurov^{1,2}, Oleg A. Gress², Denis N. Sidorov^{1,3}

¹Irkutsk National Research Technical University, Russia, Irkutsk, sidney28@yandex.ru

²Applied Physics Institute of Irkutsk State University, Russia, Irkutsk

³Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Russia, Irkutsk

Abstract. The article discusses a technique to estimate parameters of a pointing model for atmospheric Cherenkov telescopes (IACT) by deviations of image positions of stars on the focal plane during calibration measurements. The model for calculation of the telescope position and estimation of the focal plane rotation angle using shaft encoders readouts are presented. To estimate the parameters, it is proposed to use gradient optimization methods with an initial approximation obtained from linear regression under the assumption of a small focal plane rotation angle, followed by a posterior probability distributions calculation using Markov chain Monte Carlo method to precise the parameters. Results of technique tests on simulated data are presented, the approach allows to obtain robust estimates of the parameters.

Keywords: imaging atmospheric Cherenkov telescopes, IACT, pointing model, parameters estimation

Acknowledgements: The work was performed at the UNU "Astrophysical Complex of MSU-ISU" (agreement 13.UNU.21.0007), supported by the Russian Federation Ministry of Science and High Education (projects FZZE-2020-0017, FZZE-2020-0024), the Russian Science Foundation (grant 19-72-20067, section 3), Russian Foundation for Basic Research (grants no. 19-52-44002).

References

1. Holder J. Atmospheric cherenkov gamma-ray telescopes. The WSPC handbook of astronomical instrumentation, Volume 5, Gamma-Ray and Multimessenger Astronomical Instrumentation. World Scientific, 2021, pp. 117–136. DOI: 10.1142/9789811203817_0006
2. Cortina J. Status and first Results of the magic telescope. Astrophysics and Space Science, 2005, June, vol. 297, no. 1, pp. 245–255, DOI: 10.1007/s10509-005-7627-5.
3. Hinton J. The status of the HESS project. New Astronomy Reviews, 2004, vol. 48, no. 5, pp. 331–337, DOI: 10.1016/j.newar.2003.12.004
4. Holder J., Atkins R.W., Badran H.M. et al. The first VERITAS telescope. Astroparticle Physics, 2006, vol. 25, no. 6, pp. 391–401, DOI: 10.1016/j.astropartphys.2006.04.002

5. Acharya B., Actis M., Aghajani T. et al. Introducing the CTA concept. *Astroparticle Physics*, 2013, vol. 43, pp. 3–18. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2013.01.007
6. Budnev N., Astapov I., Bezyazeev P. et al. TAIGA - an advanced hybrid detector complex for astroparticle physics and high energy gamma-ray astronomy in the Tunka. *Journal of instrumentation*, 2020, Sept., vol. 15, no. 9, DOI: 10.1088/1748-0221/15/09/C09031.
7. Budnev N., Astapov I., Bezyazeev P. et al. TAIGA—an innovative hybrid array for high energy gamma astronomy, cosmic ray physics and astroparticle physics. *Physics of Atomic Nuclei*, 2021, vol. 84, no. 3, pp. 362–367, DOI: 10.1134/S1063778821030078.
8. Condon J. GBT pointing equations. GBT tech. Memo. 75, NRAO, 1992, available at: https://library.nrao.edu/public/memos/gbt/GBT_075.pdf.
9. Wallace P. TPOINT—Telescope pointing analysis system. Starlink User Note. 1994, vol. 100, available at: https://sites.astro.caltech.edu/~srk/TP/Literature/Tpoint_SunWorks.pdf.
10. Lew B. Improving pointing of Toruń 32-m radio telescope: effects of rail surface irregularities. *Experimental Astronomy*, 2018, vol. 45, no. 1, pp. 81–105, DOI: 10.1007/s10686-018-9573-6.
11. Wallace P. Rigorous algorithm for telescope pointing. *Advanced telescope and instrumentation control software II*, vol. 4848, International Society for Optics, Photonics, 2002, pp. 125–136, DOI: 10.1117/12.460914.
12. Zhurov D. P. Modelirovaniye dlya navedeniya atmosferykh cherenkovskikh teleskopov v eksperimente TAIGA [Simulation for pointing atmospheric Cherenkov telescopes in the TAIGA experiment]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo uni-versiteta. Seriya «Matematicheskoye modelirovaniye i programmirovaniye» [Bulletin of the South Ural State University. Series "Mathematical Modeling and Programming"]*, 2021, vol. 14, no. 4, pp. 106–111. DOI: 10.14529/mmp210409
13. Spengler G., Schwanke U., Zhurov D. CTbend: A Bayesian open-source framework to model pointing corrections of Cherenkov telescope. *Proceedings of 37th International Cosmic Ray Conference, PoS(ICRC2021)*, vol. 395, 2021, pp. 699, DOI: 10.22323/1.395.0699.
14. Cole Ian R. Modelling CPV. Loughborough University. Thesis, 2015, available at: <https://hdl.handle.net/2134/18050>.
15. Bretz T., Dorner D., Wagner R.M. et al. The drive system of the major atmospheric gamma-ray imaging Cherenkov telescope. *Astroparticle Physics*. 2009, vol. 31, no. 2, pp. 92–101, DOI: 10.1016/j.astropartphys.2008.12.
16. Zhurov D., Gress O.A., Lukyantsev D.S. et al. TAIGA-IACT pointing control and monitoring software status. *Proceedings of 37th International Cosmic Ray Conference, PoS(ICRC2021)*, vol. 395, 2021, pp. 690, DOI: 10.22323/1.395.0690.
17. González Á. Measurement of areas on a sphere using Fibonacci and latitude–longitude lattices. *Mathematical Geosciences – 2010*, vol. 42, no. 1, pp. 49–64, DOI: 10.1007/s11004-009-9257-x.
18. Katoch S., Chauhan S.S., Kumar V. A review on genetic algorithm: past, present, and future. *Multimedia Tools and Applications*, vol.80, no.5, 2021, pp. 8091–8126, DOI: 10.1007/s11042-020-10139-6.
19. Goodman J., Weare J. Ensemble samplers with affine invariance. *Communications in applied mathematics and computational science*, 2010, vol. 5, no. 1, pp. 65–80, DOI: 10.2140/camcos.2010.5.65.

Dmitry P. Zhurov, post-graduate student of INRTU, junior researcher NIIPP ISU, SPIN: 6071-7716, AuthorID: 1078130, ORCID: 0000-0002-1596-8829, sidney28@yandex.ru, Russia, Irkutsk, Gagarin boulevard, 20.

Oleg A. Gress, Senior Researcher NIIPPF IGU, SPIN: 5709-7523, AuthorID: 23235, ORCID: 0000-0002-5070-0836, grol08@rambler.ru, Russia, Irkutsk, Gagarina boulevard, 20.

Denis N. Sidorov, Dr of Ph. and Mathematics s., prof. RAS, head of industrial mathematics laboratory of INRTU, Senior Researcher Department of Applied Mathematics, Institute of Energy Systems named after L.A. Melentiev SB RAS, SPIN: 6049-9314, AuthorID: 14218, ORCID: 0000-0002-3131-1325, contact.dns@gmail.com, Russia, Irkutsk, st. Lermontov, 130.

Статья поступила в редакцию 01.06.2022; одобрена после рецензирования 05.08.2022; принята к публикации 06.09.2022.

The article was submitted 06/01/2022; approved after reviewing 08/05/2022; accepted for publication 09/06/2022.