

УДК 519.7, 519.718

doi:10.38028/ESI.2022.25.1.002

Синтез системы управления, мониторинга и оценивания состояния анаэробного биореактора

Фоменкова Анастасия Алексеевна, Ключарев Александр Анатольевич, Колесникова Светлана Ивановна

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Россия, Санкт-Петербург, *skolesnikova@yandex.ru*

Аннотация. В статье представлена концептуальная схема мониторинга и формализации управляющего воздействия на техническое состояние сложной системы на примере анаэробного биореактора. Представлен математический аппарат и реализующее его алгоритмическое обеспечение, как основа синтеза интеллектуальной системы управления технологическими процессами на предприятиях. Приведены примеры аналитического синтеза адаптивной системы управления для нелинейного многомерного объекта и алгоритм наблюдателя неизмеряемых переменных.

Ключевые слова: система анаэробной биологической очистки, мониторинг, нелинейный синтез управления, инвариант динамического объекта, оценка состояния сложного объекта, наблюдатель состояния

Цитирование: Фоменкова А.А., Ключарев А.А., Колесникова С.И. Синтез системы управления, мониторинга и оценивания состояния анаэробного биореактора // Информационные и математические технологии в науке и управлении. – 2022. – № 1 (25). – С. 21-34. – DOI:10.38028/ESI.2021.25.1.002.

Введение. Современные системы анаэробной биологической очистки (САБО) сточных вод [1-5] позволяют очищать стоки с высокими концентрациями органических загрязнений и повышать энергоэффективность производства за счет вырабатываемого биогаза.

Актуальность разработки системы мониторинга процессов очистки сточных вод с целью обеспечения нормативных показателей не нуждается в обосновании, поскольку:

- 1) решение задач современного производства должно отвечать понятиям рационального природопользования и ресурсосбережения, относящихся к приоритетному направлению развития науки, технологий и техники РФ;
- 2) существующие системы биологической очистки обладают рядом недостатков, связанных с серьезными экологическими угрозами, не преодоленных на данный момент, несмотря на возрастающее число публикаций (см., напр., обзор в [6]);
- 3) высокая структурная и физическая сложность биологических систем очистки [4] не позволяют полностью описать все взаимосвязи процессов с учетом состояния биомассы (неустойчивого объекта);
- 4) нелинейность математического описания ограничивает возможности применения классических математических моделей и алгоритмов оценивания состояния биореакторов (часть параметров которых не подлежат непосредственному измерению);
- 5) САБО функционируют в условиях внутренних и внешних возмущений, что вкупе со сложностью математического описания создает серьезную проблему для конструирования управления с требуемыми свойствами.

Под **сложным динамическим объектом** будем понимать объект [7], характеризующийся свойствами: 1) отсутствие (недостаточность) априорной информации для построения адекватной модели или невозможность (структурно сложный объект) полного аналитического

го описания; 2) нелинейность имеющихся моделей описания; 3) динамическая нестационарность сопровождающего его поведение процесса.

Состоянию $X(t)$ в некоторый момент t в фазовом пространстве соответствует точка $X = (X_1, \dots, X_n)$ – изображающая точка, движение которой в фазовом пространстве по определенной траектории (фазовой) сопоставлено изменению $X(t)$ [7 - 10].

Макросостояние объекта (системы) есть некоторая подобласть фазового пространства динамического объекта, характерные физически интерпретируемые (экспертно) свойства которого могут быть формализованы предельным ($t \rightarrow \infty$) уравнением $\psi(X) = 0$, где $\psi(X)$ – целевая макропеременная [9].

Мониторинг – система наблюдения, оценивания и прогноза основных показателей процесса анаэробной биологической очистки, результаты которой являются основанием для выбора соответствующих управленческих решений по обеспечению режима функционирования объекта САБО требуемого качества [8].

При изменении параметров существующий динамический режим САБО может потерять устойчивость, но некоторое время еще оставаться в прежней области фазового пространства. При этом, несмотря на то, что статистические свойства наблюдаемого объекта значимо не меняются, со временем устанавливается другой динамический режим, и важно как можно раньше и точнее обнаружить «предвестники» момента изменения состояния системы.

Система управления – система, состоящая из управляющей подсистемы (в частности, регулятора) и объекта управления [8]. Здесь в состав управляющей подсистемы входят подсистемы мониторинга состояния объекта и блок формирования управляющих воздействий.

1. Постановка задачи. Разработку математического и алгоритмического обеспечения мониторинга и формирование целевого воздействия на системы анаэробной биологической очистки сточных вод, направленного на сохранение работоспособности и снижение аварийности в процессе эксплуатации, свяжем с решением следующих задач:

- 1) формализовать математическую модель САБО, исходя из особенностей процессов, как объект мониторинга и управления;
- 2) построить наблюдатель неизмеряемых переменных состояния САБО;
- 3) построить систему управления САБО на принципах нелинейной адаптации и метода аналитического проектирования агрегированных регуляторов (АКАР) [9-11].

2. Формализация системы мониторинга и управления.

2.1. Формализация САБО как объекта мониторинга. Для синтеза системы мониторинга удобно рассматривать САБО как объект класса динамических систем, допускающих представление:

$$Z = \{X, Y\} = \{X(t), Y(t), t_0 \leq t \leq T\}, t \geq t_0, \quad (1)$$

где $X(t) \in R^n$ – вектор переменных состояния системы; $Y(t) = G(X(t), \xi(t)) \in R^m, m < n$ – вектор измеряемых переменных, $G()$ – известная функция своих аргументов; $\xi(t)$ – неизвестное ограниченное возмущение как функция времени.

Вообще говоря, полагается, что процесс $Z(t)$ характеризует состояние САБО и принимает значения в произвольном измеримом (фазовом) пространстве (Z, \mathfrak{F}_Z) со счетно-порожденной σ -алгеброй подмножеств пространства Z (общее предположение, охватывающие практически все возможные ситуации).

Относительно динамики поведения процесса $Z(t)$ на $[t_0, \infty)$ выдвинуто $I > 0$ альтернативных гипотез $(\Omega_1, \dots, \Omega_I)$, составляющих полную группу событий и интерпретируемых как классы состояний САБО. Другими словами, временной фрагмент реализации случайного процесса $Z(t)$ может находиться только в одной из заданных экспертом, или выделенных по обучающей выборке по заданным ограничениям областей (классов) $\Omega_i, i = \overline{1, I}$.

Предполагается, что с вероятностью 1 за конечный промежуток времени происходит конечное число изменений состояний САБО и для определенности процесс (1) допускает представление:

$$Z(t) = \sum_{i=1}^I Z_i(t) \chi_i(t), \quad (2)$$

где $Z_i(t)$ – вообще говоря, случайный элемент (при фиксированном t), принимающий значения из (Z, \mathfrak{F}_Z) , $\chi_i(t)$ – индикаторная функция со значением 1, если САБО в момент t находится в состоянии $\Omega_i, i = \overline{1, I}$, и ноль – иначе. Наблюдение $Y(t)$ осуществляется в соответствии с дискретным планом $t \in \{t_0, t_1, \dots, t_n, \dots\}$, $t_j = t_0 + j\Delta$, $j = 0, 1, 2, \dots$, отвечающим системе реального времени (масштабы времени наблюдающей (управляющей) системы и контролируемого ею объекта синхронизированы) (рис. 1).

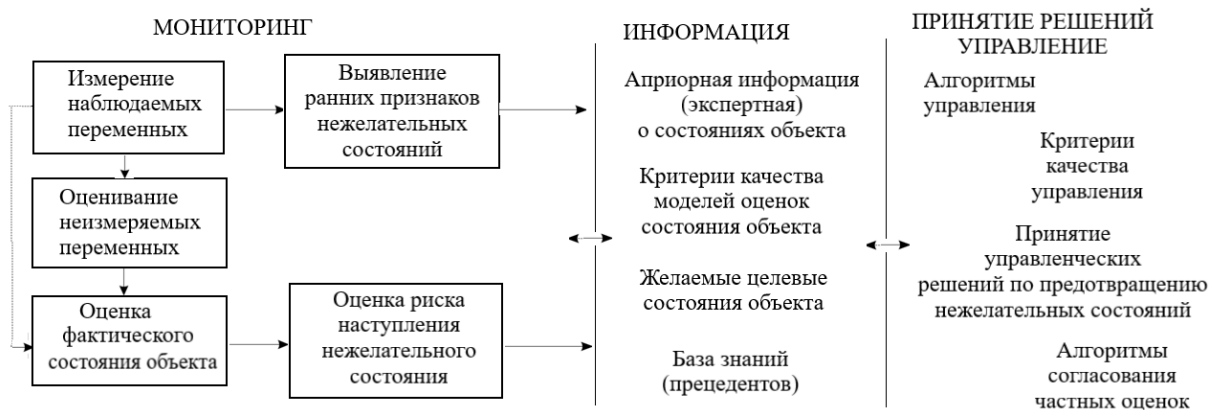


Рис. 1. Структурная схема взаимодействия двух систем: мониторинга САБО и управления

Схема на рис.1 есть основа для синтеза соответствующих алгоритмов реализации каждого положения и их информационного взаимодействия для организации приемлемого управления сложной системой САБО.

2.2. Формализация задачи управления макросостояниями САБО. Ставится задача синтеза системы управления в пространстве состояний для динамического объекта вида (3), функционирующего в условиях неопределенностей, на характер которых влияют и неполнота описания, и наличие внутренних и внешних возмущений (рис. 2):

$$\begin{aligned} \dot{X} &= F(X, \xi) + U, \quad \hat{X} = g(X), \\ U &= U(\psi, \hat{X}), \quad \psi = \psi(\hat{X}), \quad \dim(U) = \dim(\psi) < n, \end{aligned} \quad (3)$$

где \hat{X} – вектор оценки состояния, $g()$ – функция от измеряемых переменных (наблюдатель состояния), $\psi(X)$ – целевая макропеременная, условие $\psi(X(t)) = 0, t \rightarrow \infty$ определяет так называемое целевое макросостояние (многообразие или инвариант системы в случае его асимптотической устойчивости) для объекта управления $\dot{X} = F(X, \xi) + U$; $F()$ – известная функция; U – управление, конструкция которого должна обеспечивать асимптотическую

устойчивость системы управления (3) в целом с заданным временем переходных процессов в ней (класс АКАР-управлений, см. раздел 2.3).

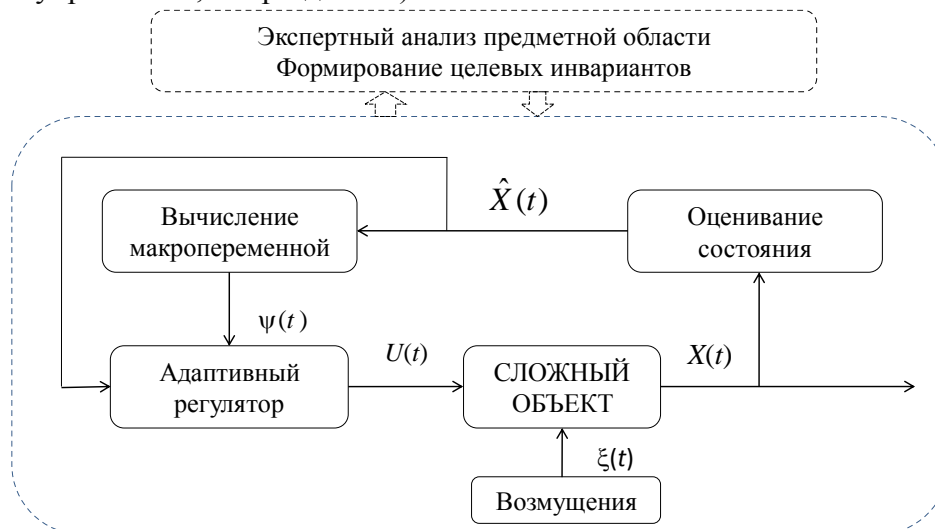


Рис. 2. Структурная схема системы управления на основе алгоритма нелинейной адаптации

2.3. Математическая модель САБО как объекта управления. Согласно базовой модели ADM-1 [12] для описания работы анаэробного биореактора достаточно рассмотрения двухстадийной модели процесса (рис. 3), исходя из которой концентрация органического загрязнения сточной воды пересчитывается в эквивалентную концентрацию глюкозы S . На вход в биореактор подается сточная вода с эквивалентной концентрацией глюкозы S_{in} .

Двухстадийный процесс анаэробного брожения, протекающий по схеме: $S + B_1 \rightarrow P$, $P + B_2 \rightarrow G$, схематично представлен на рис. 3 с вектором состояний $X \in R^7$, $X = (S, B_1, P, B_2, G, \theta, Q)^T$.

Динамика процесса очистки следующая. В биореактор-смеситель объемом V в момент времени t подается субстрат с расходом $Q(t)$ и концентрацией органических загрязнений $S_{in}(t)$.

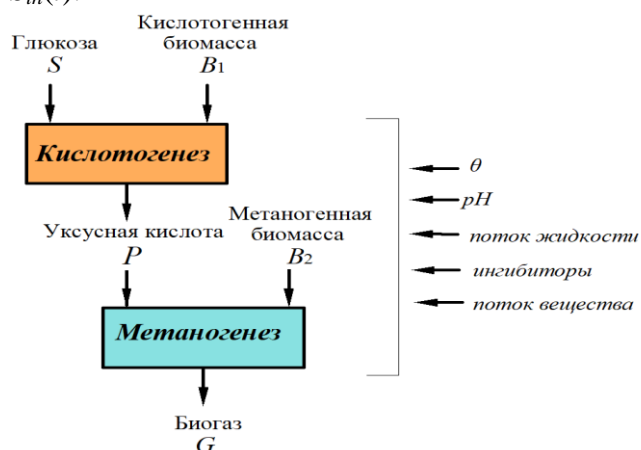


Рис. 3. Схема двухстадийного процесса анаэробного разложения органического загрязнения сточной воды в анаэробном биореакторе

На выходе биореактора формируется поток очищенной воды с концентрацией загрязнений $S_{out}(t) = S(t) + P(t)$, состоящих из остатков исходного субстрата с концентрацией $S(t)$ и промежуточных продуктов анаэробного брожения с концентрацией $P(t)$. В процессе очистки исходное органическое загрязнение проходит стадии кислотогенеза и метаногенеза. В результате жизнедеятельности кислотогенной биомассы с концентрацией B_1 образуются промежуточные продукты очистки, которые перерабатываются в биогаз метаногенной биомассой с концентрацией B_2 .

Двухстадийный процесс анаэробной биологической очистки сточных вод в биореакторе-смесителе можно описать системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \frac{Q(t)}{V} (S_{in}(t) - S(t)) - k_1(\theta) B_1(t) - k_2(\theta) \frac{S(t) B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}, \\ \dot{B}_1(t) &= -\frac{Q(t)}{V} B_1(t) + k_4(\theta) \frac{S(t) B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}, \\ \dot{P}(t) &= -\frac{Q(t)}{V} P(t) + k_5(\theta) B_1(t) + k_6(\theta) \frac{S(t) B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)} - k_7(\theta) B_2(t) - k_8(\theta) \frac{P(t) B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)}, \\ \dot{B}_2(t) &= -\frac{Q(t)}{V} B_2(t) + k_{10}(\theta) \frac{P(t) B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)}, \\ \dot{G}(t) &= -G(t) + k_{11}(\theta) \frac{P(t) B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)} \frac{k_{12}(\theta)}{k_{12}(\theta) + P(t)}, \end{aligned} \quad (4)$$

дополнив которую уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t) &= z_1(t) + u_1(t), \\ \dot{Q}(t) &= z_2(t) + u_2(t), \end{aligned} \quad (5)$$

получим объект управления. Здесь $z_1(t), z_2(t)$ и $u_1(t), u_2(t)$ - неизвестные ограниченные функции времени (возмущения) и функции управления, соответственно; $\theta(t)$ - рабочая температура в биореакторе, $k_i(\theta)$ - кинетические параметры процесса с законом изменения $k_i(\theta) = k_{i35^\circ C} \exp(c(\theta - 35^\circ C))$, $k_{i35^\circ C}$ - значение параметра при нормальной температуре жизнедеятельности биомассы $35^\circ C$, c - заданная постоянная.

Определяя конкретное целевое состояние САБО как формализованное уравнение $\psi(\hat{X}(t)) = 0, t \rightarrow \infty$, получим задачу управления состоянием в виде (3)-(5).

Далее для краткости записи будем ссылаться на систему (3)-(5), используя обозначение $\Theta = (X; u + \xi), X \in R^7, u, \xi \in R^2$.

2.4. Формализация макросостояний САБО. Традиционно формулируемое техническое состояние динамической системы через совокупность характерных значений структурных параметров (признаков в определенный момент времени при определенных условиях внешней среды), увязанных с данными технической документации, в структуре мониторинга (рис. 1) и управления в частности предполагает следующую формализацию (как пример).

1. Основной целью функционирования биореактора в системе очистки сточных вод является снижение концентрации органического загрязнения сточной воды до (или ниже) заданного нормативного значения $S_{норм}$. При этом желательно максимально полно преобразовать загрязнения в биогаз. Если G^* - расчетное количество биогаза, которое возможно получить из заданного сырья, $\psi_1^*(t)$ и $\psi_2^*(t)$ - целевые инварианты для системы анаэробной биологической очистки, то формальная модель цели управления примет вид:

$$\begin{aligned} \psi_1^*(t) &= S_{out}(t) + P_{out}(t) - S_{норм} \rightarrow 0; \\ \psi_2^*(t) &= G_{out}(t) - G^* \rightarrow 0, t \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (6)$$

2. Увеличение количества газа не всегда приводит к повышению энергоэффективности $E(t)$ системы из-за увеличения расходов на обогрев биореактора, $E(t) = \frac{E_G(t) - E_{heating}(t)}{E_{heating}(t)}$,

где $E_G(t)$ - количество энергии, которую потенциально можно получить из биогаза, $E_{heating}(t)$ - энергия, расходуемая для обогрева биореактора и в общем случае определяется из уравнения

теплового баланса системы. Тогда целевой инвариант для системы очистки сточных вод примет вид:

$$\begin{aligned}\psi_1^*(t) &= S_{out}(t) + P_{out}(t) - S_{norm} \rightarrow 0; \\ \psi_2^*(t) &= E(t) \rightarrow \max, t \rightarrow \infty.\end{aligned}\tag{7}$$

3. Для биогазовых установок описание целевого макросостояния целесообразно выбрать в виде:

$$\begin{aligned}\psi_1^*(t) &= P(t) - P^* \rightarrow 0; (P(t) \rightarrow \min, P(t) \leq P^*) \\ \psi_2^*(t) &= E(t) \rightarrow \max; (\psi_2^*(t) = E(t) \rightarrow 1-).\end{aligned}\tag{8}$$

Соотношения (6)-(8) представляют собой примеры формализации макросостояний САБО (инвариантов в случае асимптотической устойчивости целевых систем).

3. Решение задачи управления достижением целевого макросостояния.

3.1. Суть алгоритма нелинейной адаптации (НАД). Алгоритм энергосберегающего (осторожного) управления на принципах нелинейной адаптации (НАД) [13] есть по сути расширение классического метода аналитического проектирования агрегированных регуляторов (АКАР) [9].

Под **адаптацией** будем понимать процесс изменения усредненных характеристик динамического объекта с неопределенностью в описании среды функционирования, а под алгоритмом адаптации способность асимптотически переводить состояние системы в окрестность заданного инвариантного множества в такой среде.

Как известно [9], синтез АКАР-управлений в общем виде допускает иерархичность процедуры конструирования управления. Так, в задачах стабилизации иерархичность синтеза управления связана с необходимостью осуществлять управление переменными, прямой доступ к которым невозможен. При этом используется совокупность частных критериев (целевых функционалов) $\{\Phi^s\}_{s=1,e}$ с определенным правилом подчинения и согласованности, каждый из критериев отражает некоторое локальное требование к качеству соответствующей подсистемы управления.

Постановка непрерывной задачи классического АКАР-управления. Рассматривается нелинейный векторный объект с описанием в виде системы ОДУ $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \mathbf{x}, \mathbf{f} \in R^n, \mathbf{u} \in R^m, m \leq n$. Требуется определить закон управления $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}(t))$ в пространстве состояний для вывода объекта управления из некоторого начального состояния $\mathbf{x}(0)$ в окрестность многообразия $\psi(t) = \psi(\mathbf{x}(t)) = 0, t \rightarrow \infty$ и обеспечить асимптотически устойчивое движение объекта в его окрестности.

Имеют место предположения:

1) глобальный минимум функционала качества, отражающего вариационный принцип при достижении цели управления $\psi(\mathbf{x}) = 0, t \rightarrow \infty$:

$$\Phi = \int_0^{\infty} \sum_{l=1}^m (\psi_l^2(t) + w_l^2 \dot{\psi}_l^2(t)) dt \rightarrow \min, \psi \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, \psi \in R^m$$

где $\mathbf{w} \in R^m$ - параметр синтезируемой системы управления, регулирующий длительность движения изображающей точки объекта управления до окрестности $\psi(\mathbf{x}) = 0, t \rightarrow \infty$;

2) ограниченность правой части и реализуемость поведения системы $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ при всех допустимых управлениях;

3) существование устойчивой целевой системы для исходной модели, отвечающей одновременно динамическим и/или инженерным требованиям, не противоречащим физиче-

ским возможностям системы [14];

Ранее в [11] был конструктивно доказан ряд утверждений об условиях существования такого управления для скалярного объекта.

Основные положения алгоритма адаптации объекта, функционирующего под воздействием ограниченного возмущения.

1. Расширение фазового пространства за счет перевода внешнего возмущения ξ во внутреннюю дополнительную фазовую переменную \mathbf{z} с законом изменения [13, 15]

$$\dot{z}(t) = \eta \psi^*(t), \quad \eta = \text{const} > 0$$

2. Вывод структуры синтезируемого регулятора реализуется методологией классического синтеза АКАР для полученной на шаге 1 замкнутой системы. При этом на конечном e -ом уровне иерархии синтеза используется макропеременная вида $\psi^{(e)} = \psi^* + k\mathbf{z}$, $k = \text{const} > 0$, где ψ^* - целевая макропеременная из постановки задачи управления, и формулируется соответствующая вариационная задача $(\Phi^e, \psi^{(e)})$ с функциональным дифференциальным уравнением линейного вида, доставляющим устойчивое решение уравнению Эйлера-Лагранжа для вариационной задачи $(\Phi^e, \psi^{(e)})$

$$w_e \dot{\psi}^{(e)}(t) = 0, t \rightarrow 0^*$$

Функционал Φ^e является критерием качества искомого управления при перемещении изображающей точки системы от многообразия $\psi^{(e-1)}(t) = 0, t \rightarrow \infty$ к многообразию $\psi^{(e)}(t) = 0, t \rightarrow \infty$. Верхний индекс e (для объекта САБО $e=1,2$ в зависимости от вида целевой макропеременной ψ) означает конечный номер иерархии в процессе синтеза классического АКАР-регулятора.

Возникающие постоянные в процессе синтеза w_s есть параметры системы управления, пропорциональные скорости достижения изображающих точек s -й подсистемы окрестности $\psi_s(t) = 0, t \rightarrow \infty$ согласно частному критерию $\Phi^s, s = \overline{1, e}$.

3.2. Конструирование системы управления для САБО на основе алгоритма нелинейной адаптации. Рассмотрим скалярный случай конструирования управления с целью достижения заданного целевого множества состояний (для краткости изложения без ограничения общности).

Алгоритм интегральной нелинейной адаптации для задачи $\psi^*(t) = G(t) - G^*, t \rightarrow \infty$ с учетом возмущения по скалярному управлению. Здесь G^* - целевое (желаемое, допустимое) значение выхода биогаза. Здесь полагаем $Q = \text{const}$, и в описании (5) имеется одно уравнение

$$\dot{\theta}(t) = z(t) + u(t) \tag{9}$$

Шаг 1. Расширение фазового пространства (превращение исходного описания в замкнутую систему для синтеза управления и компенсации возмущения):

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \frac{Q(t)}{V} (S_{in}(t) - S(t)) - k_1(\theta) B_1(t) - k_2(\theta) \frac{S(t) B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}, \\ \dot{B}_1(t) &= -\frac{Q(t)}{V} B_1 + k_1(\theta) \frac{S(t) B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)}, \\ \dot{P}(t) &= -\frac{Q(t)}{V} P(t) + k_5(\theta) B_1(t) + k_6(\theta) \frac{S(t) B_1(t)}{k_3(\theta) + S(t)} - k_7(\theta) B_2(t) - k_8(\theta) \frac{P(t) B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)}, \\ \dot{B}_2(t) &= -\frac{Q(t)}{V} B_2(t) + k_{10}(\theta) \frac{P(t) B_2(t)}{k_9(\theta) + P(t)}, \\ \dot{G}(t) &= -G(t) + k_{11}(\theta) \frac{P(t) B_2(t)}{k_9 + P(t) k_{12}(\theta) + P(t)}, \\ \dot{\theta}(t) &= z(t) + u(t), \end{aligned} \tag{10}$$

$$\ddot{x}(t) = \eta \psi^*(t), \eta = \text{const} > 0.$$

Обозначим $\Theta_0 = (X; u + \xi)$, $X = (S, B_1, P, B_2, G, \theta)^T \in R^6$, $u, \xi \in R^1$ – исходное описание, а расширенную систему (10) – исходную для алгоритма синтеза регулятора через $\Theta_1 = (X_1; u + z)$, $X_1 = (S, B_1, P, B_2, G, \theta, z)^T$, $X_1 \in R^7$, $u, z \in R^1$.

Замечание 1. Возмущение $z(t)$ есть ограниченная и непрерывная функция времени. Для моделирования используются результаты: а) непрерывные функции могут быть представлены как решения дифференциальных уравнений [16]; б) возмущения $\xi(t)$ могут быть представлены как суперпозиция кусочно-непрерывных функций $z(t)$ – волновое представление [15].

Шаг 2. Вводим вспомогательную макропеременную ψ_1 (для передачи функции управления от переменной $\theta(t)$ к внутренней переменной управления ϕ , где $\phi = \phi(G, z)$):

$$\psi_1 = \theta - \phi. \tag{11}$$

Шаг 3. Выписываем уравнение для устойчивых экстремалей вариационной задачи

$$\begin{aligned} (\Phi_1 \psi_1), \Phi_1 = \int_0^\infty (\psi_1^2(t) + T_1^2 \dot{\psi}_1^2(t)) dt \rightarrow \min: \\ T_1 \dot{\psi}_1 + \psi_1 = 0, T_1 = \text{const} > 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Подставляем (11) в (12):

$$T_1 \dot{\psi}_1 + \psi_1 = T_1 \dot{\theta} - T_1 \dot{\phi} + \psi_1 = 0, \dot{\phi}(G, z) = \frac{\partial \phi}{\partial G} \dot{G} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \dot{z} = \frac{\partial \phi}{\partial G} f_G + \frac{\partial \phi}{\partial z} \eta \psi^*,$$

где f_G - правая часть описания в системе (10).

Из (12) следуют формулы для *структуры управления*:

$$u = \dot{\phi} - T_1^{-1} \psi_1 - z = \frac{\partial \phi}{\partial G} f_G + \frac{\partial \phi}{\partial z} \eta \psi^* - T_1^{-1} \psi_1 - z \tag{13}$$

Выражение (13) определяют структуру регулятора для (9) с точностью до неизвестной функции внутреннего управления ϕ и ее частных производных по переменным G, z .

Шаг 4. Осуществляем декомпозицию базовой модели на многообразии $\psi_1 = 0$, получаем систему уравнений, исходную для дальнейшего синтеза внутреннего управления ϕ . Заменяем в (8) $\theta = \phi$. Получим описание

$$\Theta_2 = (X_2; \phi), X_2 = (S, B_1, P, B_2, G, z)^T, X_2 \in R^6, \phi \in R^1 \tag{14}$$

Система (14) – исходная для алгоритма синтеза регулятора.

Шаг 5. Вводим вспомогательную макропеременную второго этапа синтеза регулятора $\psi_2 = \psi^* + \mu z$, $\mu = \text{const} > 0$ и выписываем уравнение для устойчивых экстремалей вариационной задачи $(\Phi_2 \psi_2)$, $\Phi_2 = \int_0^\infty (\psi_2^2(t) + T_2^2 \dot{\psi}_2^2(t)) dt \rightarrow \min:$

$$T_2 \dot{\psi}_2 + \psi_2 = T_2 (\dot{\psi}^* + \mu \dot{z}) + \psi_2 = 0, T_2 = \text{const} > 0 \tag{15}$$

Подставляем производные целевых макропеременных $\psi^*(t) = G(t) - G^*$ в (15), с учетом уравнений (14), получим явный вид функции ϕ и ее частных производных $\frac{\partial \phi}{\partial G}, \frac{\partial \phi}{\partial z}$.

Итоговая система управления для достижения требуемого состояния $\psi^*(t) = G(t) - G^*$, $t \rightarrow \infty$ согласно алгоритму нелинейной адаптации имеет вид совокупности уравнений (4), (9), (13) (рис. 4).

Как следует из рис. 4, вопрос типа и уровня возмущений с практически приемлемым качеством системы управления требует отдельного рассмотрения и связан с аккуратностью подбора параметров регулятора (здесь это величины T_1, T_2, η , влияющие на скорость достижения установившегося режима и качество переходного процесса).

Утверждение 1. Управление $u(t)$, если существует, обеспечивает асимптотическую устойчивость объекту управления САБО (4), (9) в окрестности $\psi^*(t) = 0, t \rightarrow \infty$.

Доказательство утверждения 1 конструктивное [9-11] и непосредственно следует из самого метода АКАР [9] и его обобщения [13] - алгоритма интегральной адаптации для данного описания (4), (9) (см. шаги 1-5) при выполнении следующих условий корректного применения АКАР-конструирования регулятора:

а) существует инвариант для объекта управления $\psi^*(t) = \psi^*(X(t)) = 0, t \rightarrow \infty$ с аттрактивным [10] свойством, где $\psi^*(X(t))$ непрерывно дифференцируемая функция;

б) управление должно обеспечить существование и ограниченность решений исходной системы;

в) исходная система в окрестности $\psi^*(t) = 0, t \rightarrow \infty$ стабилизируема.

Тогда согласно следствию (15) из уравнения Эйлера-Лагранжа (см. приложение) для функционала Φ_2 получим $\psi_2 = \psi^* + \mu z = 0, t \rightarrow \infty$, или предельное уравнение $\psi^* = -\mu z, t \rightarrow \infty$, согласно которому в декомпозированной системе на многообразии $\psi_2 = 0$ уравнение, отвечающее за моделирование возмущения, примет вид $\dot{z}(t) = -\mu\eta z(t), \mu, \eta = \text{const} > 0$, что гарантирует $\psi^* = -\mu z, t \rightarrow \infty$ и, следовательно, асимптотически устойчивое достижение цели управления $\psi^*(t) = 0, t \rightarrow \infty$.

Замечание 2. В [17] доказано, что свойство аттрактивности инвариантного многообразия является достаточным для асимптотической стабилизации заданного положения равновесия системы (см. также теорему 1.1 в [10]). Отдельно решается задача доказательства инвариантности заданного целевого многообразия, реализующего желаемое технологическое состояние объекта управления.

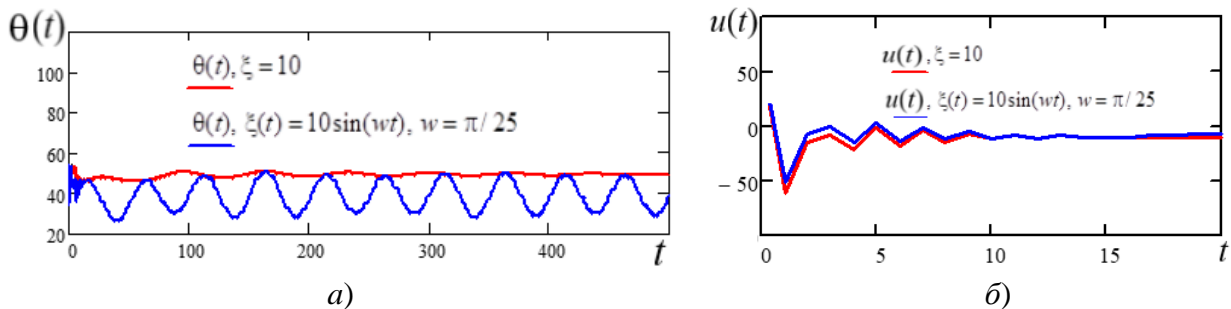


Рис. 4. Графики а) переменной управления θ и б) функции управления $u(t)$ под воздействием разного типа возмущений (постоянные и гармонические)

Замечание 3. Аналитически сформулированная цель управления есть основание для синтеза системы синергетического управления (цена вопроса). Вопрос инвариантности заданного целевого многообразия, реализующего желаемое технологическое (и не только, см. [9]) состояние объекта управления, как правило, исследуется отдельно (в том числе на основе имитационного моделирования, экспертного заключения).

3.3. Конструирование наблюдателя состояния для системы управления на основе алгоритма нелинейной адаптации. Поскольку в описании (4) не все переменные измеряются, то требуется алгоритм оценивания неизмеряемых переменных и представление их как функций от измеряемых. Сложность объекта (4) заключается еще и в возможных параметрических флуктуациях в силу нестабильных биохимических процессов, весьма чувствительных к внешним воздействиям.

Цель данного раздела – показать принципиальную возможность встраивания в систему управления САБО (с частным описанием (4), (9)) наблюдателя состояния и, следовательно, реализуемости схемы на рис. 2. Поставим задачу построения наблюдателей $\hat{B}_1(t), \hat{B}_2(t)$

для переменных $B_1(t), B_2(t)$ как функций от переменных состояния S, P, G, θ для объекта управления (4), (5) с обозначением $\Theta_0 = (X; u + \xi), X = (S, B_1, P, B_2, G, \theta)^T \in R^6, u, \xi \in R^1$.

Согласно алгоритму адаптации НАД, для синтеза управления и компенсации возмущений следует осуществить перевод в расширенное фазовое пространство $\Theta_0 \rightarrow \Theta_1$, где $\Theta_1 = (X_1; u + z), X_1 = (S, B_1, P, B_2, G, \theta, z)^T, X_1 \in R^7, u, z \in R^1; \dot{z}(t) = \eta \psi^*(t), \eta = \text{const} > 0$.

Алгоритм построения наблюдателя состояния для применения метода нелинейной адаптации в задаче управления (4), (9). Для компактного изложения алгоритма на основе АКАР-наблюдателей [9] нам удобно унифицировать обозначения:

$$Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7)^T = (S, P, G, z, \theta, B_1, B_2)^T.$$

1. Задаются некоторые промежуточные функции, зависящие от наблюдаемой и измеряемых переменных (здесь предполагаем линейную зависимость):

$$\phi_1(Y) = \sum_{l=1}^5 \frac{Y_l}{N_l} + Y_6, \quad \phi_2(Y) = \sum_{l=1}^5 \frac{Y_l}{N_l} + Y_7. \quad (16)$$

где N_l - подбираемые параметры модели наблюдателя переменных Y_6, Y_7 .

2. Вводится совокупность макропеременных $\psi_i = \phi_i - \hat{\phi}_i, i = 1, 2$ с требованием удовлетворять решению соответствующей вариационной задачи $(\Phi, \psi), \Phi = \int_0^{\infty} \sum_{l=1}^2 (\psi_l^2(t) + L_l \dot{\psi}_l^2(t)) dt \rightarrow \min, \psi \in R^2$ и, соответственно, уравнениям:

$$\dot{\psi}_i - L_i \psi_i = 0, \quad i = 1, 2. \quad (17)$$

Здесь $\hat{\phi}_i = \hat{\phi}_i(t)$ есть наблюдатель для Y_7, Y_8 в виде искомым функций времени, выбор постоянных $L_i, i = 1, 2$ должен обеспечивать асимптотическую устойчивость решениям (17).

Решение вариационной задачи (Φ, ψ) с условием $\psi = \phi - \hat{\phi} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0, \psi, \phi, \hat{\phi} \in R^2$, обеспеченное уравнением (17), приводит к предельному равенству $\phi = \hat{\phi}, t \rightarrow \infty$.

3. Определяется соотношение из уравнения (17) с учетом вида (4) и (9):

$$\sum_{l=1}^5 \frac{\partial \phi_1}{\partial Y_l} \dot{Y}_l + \dot{Y}_6 - \frac{d\hat{\phi}_1}{dt} - L_1(\phi_1 - \hat{\phi}_1) = 0, \quad \sum_{l=1}^5 \frac{\partial \phi_2}{\partial Y_l} \dot{Y}_l + \dot{Y}_7 - \frac{d\hat{\phi}_2}{dt} - L_2(\phi_2 - \hat{\phi}_2) = 0. \quad (18)$$

4. Исключение из уравнений (18) переменных, для которых строится наблюдатель состояния. С этой целью вводятся вспомогательные далее определяемые функции $\Gamma_{1,l}, \Gamma_{2,l}, \gamma_i, l = \overline{1,5}, i = 1, 2$, не зависящие от неизмеряемых (наблюдаемых) переменных, такие, чтобы выполнялось равенство (представляем (18) в виде (19)):

$$\sum_{l=1}^5 \frac{\partial \phi_1}{\partial Y_l} \dot{Y}_l + \dot{Y}_6 - L_1 \phi_1 = \sum_{l=1}^5 \Gamma_{1,l} \dot{Y}_l + \gamma_1, \quad \sum_{l=1}^5 \frac{\partial \phi_2}{\partial Y_l} \dot{Y}_l + \dot{Y}_7 - L_2 \phi_2 = \sum_{l=1}^5 \Gamma_{2,l} \dot{Y}_l + \gamma_2. \quad (19)$$

Сопоставляя представления (18) и (19) (в предположении, что величины $\Gamma_{i,l}, \gamma_i, l = \overline{1,5}, i = 1, 2$ определены), получим собственно оценочные функции времени $\hat{\phi}_i$ наблюдателя ϕ_i в виде линейных уравнений (относительно функций $\hat{\phi}_i, i = 1, 2$)

$$\frac{d\hat{\phi}_1}{dt} = L_1 \hat{\phi}_1 - \left(\sum_{l=1}^5 \Gamma_{1,l} \dot{Y}_l + \gamma_1 \right), \quad \frac{d\hat{\phi}_2}{dt} = L_2 \hat{\phi}_2 - \left(\sum_{l=1}^5 \Gamma_{2,l} \dot{Y}_l + \gamma_2 \right). \quad (20)$$

С учетом описаний (4), (9), (18)-(20) получим

$$\sum_{l=1}^4 \frac{f_l}{N_l} + \frac{1}{N_5} (f_5 + u + z) + f_5 - L_1 \phi_1 = \sum_{l=1}^4 \Gamma_{1,l} f_l + \Gamma_{1,5} (f_5 + u + z) + \gamma_1, \quad (21)$$

$$\sum_{l=1}^4 \frac{f_l}{N_l} + \frac{1}{N_5} (f_5 + u + z) + f_6 - L_2 \phi_2 = \sum_{l=1}^4 \Gamma_{2,l} f_l + \Gamma_{2,5} (f_5 + u + z) + \gamma_2.$$

Выберем функции в (21) $\Gamma_{i,l}, \gamma_i, l = \overline{1,5}, i = 1,2$ так, чтобы исключить наблюдаемые переменные, понятно, что это можно осуществить неоднозначно. Например, собирая из (21) все члены с управлением в виде:

$$\gamma_1 = (u + \hat{z})(N_5^{-1} - \Gamma_{1,5}), \quad \gamma_2 = (u + \hat{z})(N_5^{-1} - \Gamma_{2,5}). \quad (22)$$

и подставляя $\gamma_i, i = 1,2$ в (21), получим

$$\sum_{l=1}^4 \frac{f_l}{N_l} + \frac{1}{N_5} f_5 + f_6 - L_1 \phi_1 = \sum_{l=1}^4 \Gamma_{1,l} f_l + \Gamma_{1,5} f_5,$$

$$\sum_{l=1}^4 \frac{f_l}{N_l} + \frac{1}{N_5} f_5 + f_7 - L_2 \phi_2 = \sum_{l=1}^4 \Gamma_{2,l} f_l + \Gamma_{2,5} f_5.$$

С учетом представления (16)

$$\sum_{l=1}^4 \frac{f_l}{N_l} + \frac{1}{N_5} f_5 + f_6 - L_1 \left(\sum_{l=1}^5 \frac{Y_l}{N_l} + Y_6 \right) = \sum_{l=1}^4 \Gamma_{1,l} f_l + \Gamma_{1,5} f_5, \quad (23)$$

$$\sum_{l=1}^4 \frac{f_l}{N_l} + \frac{1}{N_5} f_5 + f_7 - L_2 \left(\sum_{l=1}^5 \frac{Y_l}{N_l} + Y_7 \right) = \sum_{l=1}^4 \Gamma_{2,l} f_l + \Gamma_{2,5} f_5.$$

5. Из (23) методом неопределенных коэффициентов получают соотношения, связывающие величины $\Gamma_{i,l}, l = \overline{1,5}, i = 1,2$ и описание объекта.

Метод неопределенных коэффициентов приводит к неединственным соотношениям. Традиционное его применение сводится к приравнению коэффициентов при одинаковых степенях в полиномах, либо при одинаковых наименованиях функций. Согласно идеологии машинного обучения сам способ определения коэффициентов, может быть параметром наблюдателя (рис. 5).

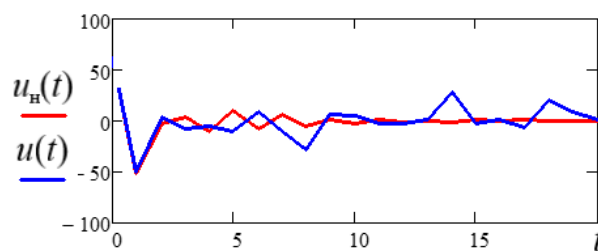


Рис. 5. Сглаживающий эффект управления u_n с наблюдателем состояния

Заключение. Результаты настоящего исследования, а именно: алгоритмы достижения заданных свойств технического объекта, позволяющие реализовать желаемые целевые состояния САБО, и алгоритмы оценивания и управления процессами в биореакторе для достижения и поддержания работоспособного состояния могут быть использованы в автоматизированных системах управления технологическим процессом очистки, при проектировании и выборе технических средств реализации системы мониторинга и поддержки принятия решений при эксплуатации анаэробных систем очистки производственных сточных вод.

Благодарности. Работа поддержана РФФИ (грант № 20-08-00747).

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Kalyuzhnyi S.V. Batch anaerobic digestion of glucose and its mathematical modeling. II. Description, verification and application of model. *Biores. Technol*, 1997, vol. 59, pp. 249-258.
2. Boe K., Batstone D.J., Steyer J.-P., Angelidaki I. State indicators for monitoring the anaerobic digestion process. *Water Res*, 2010, vol. 44, pp. 5973–5980. DOI: 10.1016/j.watres.2010.07.043
3. Hill A., Tait S., Baillie C., Viridis B., McCabe B. Microbial electrochemical sensors for volatile fatty acid measurement in high strength wastewaters: A review. *Biosensors and Bioelectronics*, 2020, vol. 165, pp. 112409-112420. DOI: 10.1016/j.bios.2020.112409
4. Lyberatos G., Skiadas I.V. Modelling of anaerobic digestion - a review. *Global Nest: the Int. J*, 1999, vol. 1, no. 2, pp. 63-76.
5. Madsen M., Holm-Nielsen J.B., Esbensen K.H. Monitoring of anaerobic digestion processes: A review perspective. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2011, no. 15, pp. 3141– 3155.
6. Aamir Ishaq Shah, Mehraj U. Din Dar, Rouf Ahmad Bhat, J.P. Singh, Kuldip Singh, Shakeel Ahmad Bhat. Prospectives and challenges of wastewater treatment technologies to combat contaminants of emerging concerns. *Ecological Engineering*, 2020, vol. 152, 105882, URL: <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2020.105882>
7. Растрингин Л. А. Адаптация сложных систем / Л. А. Растрингин – Рига: Зинатне, 1981. – 375 с.
8. Интеллектуальные технологии мониторинга и управления структурной динамикой сложных технических объектов: монография / М.Ю. Охтилев, Б.В. Соколов, Р.М. Юсупов. – М.: Наука, 2006. – 408 с.
9. Колесников А.А. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов / А.А. Колесников. – М.: Физматлит, 2004. – 504 с.
10. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. СПб.: ЛКИ, 2008. – 384 с.
11. Kolesnikova S.I. Synthesis of the Control System for a Second Order Non-Linear Object with an Incomplete Description. *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79, no. 9, pp. 1556–1566. DOI: 10.1134/S0005117918090023
12. Batstone D., Keller J., Angelidaki I., Kalyuzhnyi S., Pavlostathis S., Rozzi A., Sanders W., Siegrist H., Vavilin V.A. The IWA anaerobic digestion model No 1. *Wat. Sci. Technol*, 2002, vol.45, no. 10, pp.65-73.
13. Колесников А.А. Метод интегральной адаптации нелинейных систем на инвариантных многообразиях / А.А. Колесников // Труды 3-ей мультиконференции по проблемам управления. – СПб., 2010. – С. 29-34.
14. Krasovskiy A.A. Problems of Control Physical Theory. *Automatic and Telemechanic*, 1990, no. 1, pp. 3-28.
15. Джонсон С. Теория регуляторов, приспособляющихся к возмущениям / Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / С. Джонсон; под ред. К.Т. Леондеса. – М: Мир, 1980. – 406 с.
16. Галиуллин А.С. Обратные задачи динамики и задачи управления движениями материальных систем / А.С. Галиуллин // Дифференц. уравнения, 1972. – Т. 8. – № 9. – С. 1535–1541.
17. Astolfi A., Ortega R. Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems // *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2003, vol. 48, no. 4. – pp. 590–605.

Фоменкова Анастасия Алексеевна, аспирант, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, *a.a.fomenkova@mail.ru*, Россия, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А

Ключарев Александр Анатольевич, к.т.н., доцент, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, *ak@aanet.ru*, Россия, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А

Колесникова Светлана Ивановна, д.т.н., профессор, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, *skolesnikova@yandex.ru*, Россия, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, д. 67, лит. А

UDC 519.7, 519.718

doi:10.38028/ESI.2022.25.1.002

Synthesis of the system of control, monitoring and evaluation of the state of an anaerobic bioreactor

Anastasia A. Fomenkova, Alexander A. Klyucharev, Svetlana I. Kolesnikova

St.Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
Russia, St. Petersburg, *skolesnikova@yandex.ru*

Abstract. The article presents a conceptual scheme for monitoring and formalizing the control action on the technical state of a complex system using an anaerobic bioreactor as an example. The mathematical apparatus and the algorithmic support that implements it are presented as the basis for the synthesis of an intelligent process control system at enterprises. Examples of analytical synthesis of an adaptive control system for a non-linear multidimensional object and an algorithm for the observer of an unmeasured variable are given.

Keywords: anaerobic biological treatment system, monitoring, non-linear control synthesis, dynamic object invariant, assessment of the state of a complex object, state observer

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant no. 20-08-00747).

REFERENCES

1. Kalyuzhnyi S.V. Batch anaerobic digestion of glucose and its mathematical modeling. II. Description, verification and application of model. *Biores. Technol*, 1997, vol. 59, pp. 249-258.
2. Boe K., Batstone D.J., Steyer J.-P., Angelidaki I. State indicators for monitoring the anaerobic digestion process. *Water Res*, 2010, vol. 44, pp. 5973–5980. DOI: 10.1016/j.watres.2010.07.043
3. Hill A., Tait S., Baillie C., Virdis B., McCabe B. Microbial electrochemical sensors for volatile fatty acid measurement in high strength wastewaters: A review. *Biosensors and Bioelectronics*, 2020, vol. 165, pp. 112409-112420. DOI: 10.1016/j.bios.2020.112409
4. Lyberatos G., Skiadas I.V. Modelling of anaerobic digestion - a review. *Global Nest: the Int. J*, 1999, vol. 1, no. 2, pp. 63-76.
5. Madsen M., Holm-Nielsen J.B., Esbensen K.H. Monitoring of anaerobic digestion processes: A review perspective. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2011, no. 15, pp. 3141– 3155.
6. Aamir Ishaq Shah, Mehraj U. Din Dar, Rouf Ahmad Bhat, J.P. Singh, Kuldip Singh, Shakeel Ahmad Bhat. Prospectives and challenges of wastewater treatment technologies to combat contaminants of emerging concerns. *Ecological Engineering*, 2020, vol. 152, 105882, URL: <https://doi.org/10.1016/j.ecoleng.2020.105882>

7. Rastrigin L.A. Adaptatsiya slozhnykh sistem [Adaptation of complex systems]. Riga: Zinatne, 1981, 375 p.
8. Okhtilev M.Yu., Sokolov B.V., Yusupov R.M. Intellektual'nyye tekhnologii monitoringa i upravleniya strukturnoy dinamiko slozhnykh tekhnicheskikh ob"yektov: monografiya [Intelligent Technologies for Monitoring and Controlling the Structural Dynamics of Complex Technical Objects: monograph]. M.: Science, 2006, 408 p.
9. Kolesnikov A.A. Novye nelinejnye metody upravleniya poletom [New nonlinear methods of flight control]. M.: Fizmatlit, 2013, 193 p.
10. Tyukin I.Yu., Terekhov V.A. Adaptatsiya v nelinejnykh dinamicheskikh sistemah [Adaptation in nonlinear dynamical systems]. SPb.: LKI, 2008, 384 p. (in Russian).
11. Kolesnikova S.I. Synthesis of the Control System for a Second Order Non-Linear Object with an Incomplete Description. Automation and Remote Control, 2018, vol. 79, no. 9, pp. 1556–1566. DOI: 10.1134/S0005117918090023
12. Batstone D., Keller J., Angelidaki I., Kalyuzhnyi S., Pavlostathis S., Rozzi A., Sanders W., Siegrist H., Vavilin V.A. The IWA anaerobic digestion model. No 1. Wat. Sci. Technol, 2002, vol.45, no. 10, pp.65-73.
13. Kolesnikov A.A. Metod integral'noy adaptatsii nelineynykh sistem na invariantnykh mnogoobraznykh [The method of integral adaptation of nonlinear systems on invariant manifolds] // Trudy 3-ey mul'tikonferentsii po problemam upravleniya = Proceedings of the 3rd multiconference on control problems. SPb, 2010, pp. 29-34
14. Krasovskiy A.A. [Problems of Control Physical Theory] // Avtomatika i telemekhanika =Automatic and Telemechanic. 1990. no. 1. Pp. 3-28.
15. Dzhonson S. Teoriya regulyatorov, prisposoblivayushchikhsya k vozmushcheniyam [The theory of regulators to adapt to disturbances]. V kn. Fil'tratsiya i stokhasticheskoe upravlenie dinamicheskikh sistemakh [In the book. Filtering and stochastic control of dynamical systems], ed. by Leondes K.T. Moscow, Mir, 1980, 406 p. (in Russian).
16. Galiullin A.S. Obratnyye zadachi dinamiki i zadachi upravleniya dvizheniyami material'nykh sistem [Inverse problems of dynamics and problems of motion control of material systems] // Differents. Uravneniya = Differ. equations. 1972, vol. 8, no. 9, pp. 1535–1541.
17. Astolfi A., Ortega R. Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems // IEEE Trans. on Automatic Control, 2003, vol. 48, no. 4, pp. 590–605.

Anastasia A. Fomenkova, postgraduate student, St.Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, a.a.fomenkova@mail.ru, 67, Bolshaya Morskaya Str., St. Petersburg, Russia

Alexander A. Klyucharev, associate Professor, St.Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, ak@aanet.ru, 67, Bolshaya Morskaya Str., St. Petersburg, Russia

Svetlana I. Kolesnikova, professor, St.Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, skolesnikova@yandex.ru, 67, Bolshaya Morskaya Str., St. Petersburg, Russia,

Статья поступила в редакцию 05.03.2022; одобрена после рецензирования 25.03.2022; принята к публикации 29.03.2022.

The article was submitted 03.05.2022; approved after reviewing 03.25.2022; accepted for publication 03.29.2022.