

МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ СЕГМЕНТА ЗЕРКАЛА ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ ДЛЯ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК К КОНСТРУКТИВНЫМ ФАКТОРАМ

Рейзмунт Елена Михайловна

К.т.н., н.с. лаборатории вычислительной механики и риск-анализа,
Красноярский филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения
«Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий»,
e-mail: e.sigova@gmail.com,
660049 г. Красноярск, пр. Мира 53.

Аннотация. Предложена и апробирована технология изучения влияния конструктивных решений на результирующие характеристики изделия на примере сегмента зеркала крупногабаритной параболической антенны. Выбраны силовые характеристики конструкции для статического и динамического анализа. Определен перечень конструктивных решений, влияние которых на результирующие характеристики представляет интерес, и разработана соответствующая система численных моделей. Новизна подхода заключается в построении многомерного и многоуровневого графа-модели, отражающего логику взаимосвязей конструктивных решений при разработке рассматриваемого объекта.

Ключевые слова: многоуровневое моделирование, декомпозиция, анализ чувствительности, трехслойные композиционные многоопорные оболочки

Цитирование: Рейзмунт Е. М. Многоуровневая модель сегмента зеркала параболической антенны для анализа чувствительности силовых характеристик к конструктивным факторам // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2020. № 2 (18). С. 124 - 133 DOI: 10.38028/ESI.2020.18.2.010

Введение. Анализ чувствительности представляет собой оценку влияния изменения входных параметров объекта (модели) на его свойства и поведение. Основные идеи анализа чувствительности в технике первоначально сформировались в предметной области кибернетики и теории автоматического управления [14, 8]. В силу своей универсальности подходы, связанные с анализом чувствительности, превратились в универсальный инструмент исследований и широко применяются в различных областях науки и техники.

Поиск оптимальных конструктивных вариантов на основе анализа чувствительности искомых характеристик к изменению переменных проектирования является предметом классической теории оптимизации. Теоретические основы подхода применительно к статическим и динамическим задачам оптимизации разработаны и описаны в ряде фундаментальных монографий [17, 18, 1], систематически апробируются в диссертационных исследованиях [4, 7, 9, 13, 15]. Подход к оптимизации на основе анализа чувствительности достаточно хорошо формализован [3, 6], в результате чего в течение последнего десятилетия такой анализ включен в качестве штатного инструмента в большинство тяжелых коммерческих САЕ-систем [2, 10]. Гибкость и универсальность подхода позволяют

применять его к прикладным задачам конструктивной оптимизации, характеризующимся различными инженерными и техническими смыслами [5, 11, 12, 16, 19].

В настоящей работе рассматриваются принципиальные возможности анализа чувствительности характеристик инновационных технических объектов к конструктивным факторам на основе результатов, накапливаемых при выполнении большого количества вычислительных экспериментов в ходе поисковых научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР), а также возможные перспективы применения этой информации при разработке информационных и математических моделей для прогнозирования тенденций построения и развития объектов-аналогов. Отличительными особенностями такого анализа чувствительности являются его апостериорный и дискретный характер.

Апостериорность обусловлена следующими факторами: поисковые НИОКР выполняются, как правило, в течение нескольких последовательных этапов, на каждом из которых получается промежуточный (улучшаемый) конструктивный вариант и уточняется концепция структуры и обеспечения свойств технического объекта. При этом генерируется и накапливается большое количество результатов расчетных (аналитических и численных) анализов, максимальный объем которых оказывается доступным фактически уже после окончания проекта. Последнее не способствует возникновению мотивации анализа и обобщения всех накопленных в ходе выполнения проекта результатов и выявлению тенденций и закономерностей, которые могут быть получены только при изучении всего объема накопленных данных. Таким образом, эти данные, как правило, не анализируются, и потенциально содержащиеся в них знания не извлекаются.

Дискретный характер анализа связан с тем, что в ходе НИОКР инновационных объектов, как правило, речь идет не о поиске оптимального варианта объекта неизменной структуры при непрерывном изменении переменных проектирования в некотором диапазоне, а о поиске именно оптимальной структуры – множества конструктивных элементов и организации связей между ними. Очевидно, внесение (исключение) конструктивных элементов и связей является дискретным процессом.

Таким образом, речь идет о дополнительном интеллектуальном анализе массива результатов, полученного на базе развернутых во времени многоэтапных исследований. Такой анализ фактически может быть отнесен к категории метаанализа, в перспективе направленного на построение суррогатных моделей, необходимых для установления неочевидных закономерностей. Эти закономерности могут быть использованы при постановке и решении задач структурной оптимизации конструкций инновационных технических объектов.

1. Характеристика технического объекта и постановка задачи. Предпосылками данного исследования явились НИОКР крупногабаритной прецизионной зеркальной параболической антенны наземных систем спутниковой связи, в ходе которых выполнялись уточняющие расчеты постепенно усложняющихся сегментов зеркала. Это позволило установить набор типовых конструктивных решений, последовательное применение которых сформировало окончательный облик сегмента.

Отражающие сегменты зеркала диаметром 12 м изготавливаются с использованием полимерных композиционных материалов (ПКМ). Рассматриваемый далее в качестве объекта отражающий сегмент (рис. 1) представляет собой оребренную трехслойную

оболочку с двумя внешними слоями тканого ПКМ и одним внутренним слоем пенопласта, закрепленную в 6 точках монтажа на силовом каркасе антенны и находящуюся в условиях радиационно-конвективного теплообмена. Два внешних слоя тканого ПКМ представляют собой сегменты параболической оболочки с перпендикулярно загнутыми торцами, которые при производстве сегмента зеркала стыкуются между собой наложением торцов. Таким образом, слой пенопласта закрывается со всех сторон, в том числе и с торцов, углепластиком, образуется оконтуривающее сегмент ребро жесткости (рис. 1).

Иерархическая система моделей со сравнительным анализом результатов, получаемых на постепенно усложняемых моделях, открывает возможность анализа чувствительности и позволяет учесть вклад конкретных конструктивных факторов и их взаимодействий.

Постановка задачи исследования основывается на следующей идее: введение в рассмотрение (учет в модели) каждого конструктивного решения сопровождается откликом результирующих параметров. Величина отклика на введение того или иного конструктивного решения различна. Эти величины предположительно отражают закономерности поведения не только данного конкретного типоразмера сегмента, но и остаются как минимум качественно справедливыми для некоторого класса концептуально близких сегментов-аналогов, пока можно предполагать подобными характер поведения изделия. Изучение этих величин отклика и анализ чувствительности результата позволяет определить:

- изменение параметров каких конструктивных факторов наиболее эффективно влияет на результат (случай доработки данного конкретного сегмента, если меняются технические требования к изделию);
- введение в рассмотрение каких конструктивных факторов на ранних стадиях НИОКР позволяет оценить «жизнеспособность» и перспективы дальнейшего развития изделия (для конструкций-аналогов).

Цель заключается в том, чтобы предложить и апробировать технологию изучения влияния конструктивных решений на результирующие характеристики изделия (на примере сегмента зеркала крупногабаритной параболической антенны).

Задача исследования заключается в выборе силовых характеристик конструкции, разработке и структурной организации расчетных моделей, обеспечивающих возможность анализа чувствительности силовых характеристик к изменению конструктивных факторов многослойных оробренных многоопорных композитных оболочек на примере сегментов зеркала крупногабаритной параболической антенны. При решении этой задачи необходимо:

- обосновать (определить) перечень конструктивных решений, влияние которых на результирующие характеристики представляет интерес;
- разработать систему численных моделей, отражающих рассматриваемые конструктивные решения;
- предложить технологию анализа, позволяющую определять влияние каждого конструктивного фактора на результат независимо от других;
- апробировать подход на примере одного из сегментов зеркала.

Для решения поставленной задачи использовались численные и экспериментальные методы механики деформируемого твердого тела, метод декомпозиции, системный подход.

2. Выбор силовых характеристик конструкции для статического и

динамического анализа. В качестве силовых характеристик будем рассматривать ряд величин, характеризующих поведение конструкции с позиций статической и динамической прочности и жесткости при расчетных случаях нагружения. Естественно измерять и анализировать эти величины в терминах напряжений (статическая прочность), перемещений (статическая жесткость), собственных частот свободных колебаний (динамическая жесткость). Анализ теплового деформирования выполняется по результатам численного решения сопряженной задачи стационарной теплопроводности в условиях радиационно-конвективного теплообмена и термоупругости. Интегральная плотность потока солнечное излучение 112 Вт/м^2 ; коэффициент конвективного теплообмена $1,5e^{-5} \text{ Вт/мм}^2 \cdot \text{°C}$. Также численно выполняется модальный анализ низших собственных частот свободных колебаний без учета и с учетом предварительного напряжения конструкции от температурного воздействия.

Исходя из условий нагружения и конструктивных особенностей объекта, рассматривается следующий набор расчетных характеристик: u – максимальные поступательные перемещения отражающей поверхности зеркала рефлектора, мм; σ – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу во всей конструкции, МПа; σ_r – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в слое углепластика отражающей поверхности, МПа; σ_s – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в слое пенопласта, МПа; σ_m – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в слое углепластика со стороны крепления (монтажная поверхность), МПа; σ_r^* – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу на отражающей поверхности, МПа; R_1-R_6 – реакции в соответствующих опорах от температурного преднапряжения, Н; f_1 – собственная частота свободных колебаний по первой форме, Гц; $f_1(T)$ – собственная частота свободных колебаний по первой форме в случае температурного преднапряжения, Гц. Причем с точки зрения физико-технического смысла предпочтительно, чтобы низшие собственные частоты свободных колебаний стремились к максимуму, а остальные характеристики – к минимуму.

3. Структурная организация иерархии моделей. Структурная организация иерархии моделей представлена на рис. 2. Рассматриваются четыре уровня детализации структурной сложности конструкции с точки зрения геометрии. При этом на каждом уровне по возможности рассматриваются модели с изотропным (усредненным для тканого ПКМ) и ортотропным описанием свойств материала. Во всех случаях кинематические граничные условия описывают жесткое опирание сегмента на силовой каркас рефлектора.

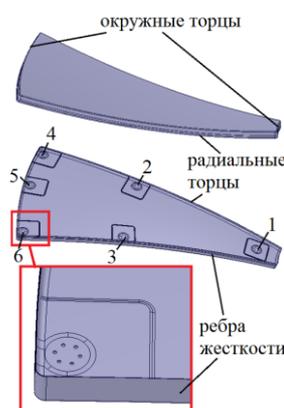


Рис. 1. Геометрия сегмента: 1-6 – опоры

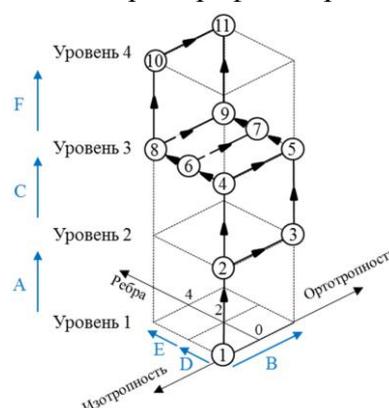


Рис. 2. Структурная организация иерархии моделей

Комментарии к рис. 2: уровень 1 – модель 1 – двумерная модель оболочки сегмента с использованием функции многослойного сечения с указанием трех слоев соответствующей толщины, материал изотропный; уровень 2 – модели 2 и 3 – трехмерные модели трехслойной оболочки сегмента (без закрытия торцов и без ребер жесткости), материал изотропный (модель 2) и ортотропный (модель 3); уровень 3 – модели 4-9 – трехмерные модели трехслойной оболочки сегмента с торцами, закрытыми слоем ПКМ без ребер жесткости (модели 4 и 5), с двумя радиальными (модели 6 и 7), с двумя радиальными и двумя окружными (модели 8 и 9) ребрами жесткости. Материал изотропный (модели 4, 6, 8) и ортотропный (модели 5, 7, 9); уровень 4 – модели 10 и 11 – трехмерные модели трехслойной оболочки сегмента с ребрами жесткости, сделанными заедино с отражающей и закрепляемой поверхностями (сложная конфигурация с особенностями геометрии), материал изотропный (модель 10) и ортотропный (модель 11).

Модели уровней 2-4 позволяют анализировать распределение температур по толщине сечения оболочки (решение сопряженной задачи радиационно-конвективного теплообмена, стационарной теплопроводности и термоупругости) и его влияние на силовые характеристики.

Вводимые в рассмотрение факторы отражают следующие конструктивные изменения: А – переход от двумерной модели к трехмерной; В – введение ортотропности; С – закрытие торцов; D – введение радиальных ребер; Е – введение окружных ребер; F – учет всех геометрических и конструктивных особенностей технического объекта.

Таким образом, рассматривается следующая многоуровневая система моделей, отражающая эволюцию ментальной модели конструкции на протяжении всех этапов поисковой НИОКР: 1 – изотропная трехслойная оболочка; 2 – изотропное трехслойное 3D тело; 3 – ортотропное трехслойное 3D-тело; 4 – изотропное трехслойное 3D-тело с закрытыми торцами; 5 – ортотропное трехслойное 3D-тело с закрытыми торцами; 6 – изотропное трехслойное 3D-тело с закрытыми торцами и радиальными ребрами; 7 – ортотропное трехслойное 3D-тело с закрытыми торцами и радиальными ребрами; 8 – изотропное трехслойное 3D-тело с закрытыми торцами, радиальными и окружными ребрами; 9 – ортотропное трехслойное 3D-тело с закрытыми торцами, радиальными и окружными ребрами; 10 – изотропная полная геометрия; 11 – ортотропная полная геометрия.

Линии со стрелками отображают связь – переход от более простой модели к более сложной, иллюстрируют влияние вводимого в рассмотрение фактора. Таким образом, организованная структура системы моделей отражает их развитие от общего предка (модели 1) и обеспечивает наследование с позиций увеличения числа все более детализированных признаков. Полученную систему иерархически организованных и взаимосвязанных моделей можно рассматривать как единую многоуровневую модель конструкции.

4. Основные результаты. Получение полного массива данных для анализа чувствительности. Рассмотрим расчетные значения предложенного набора характеристик деформирования для рассматриваемых моделей 1-11, представленные в табличной форме (таблица ю1). Для десяти моделей 2-11 получены результаты по 13 характеристикам и для первой модели – по одной характеристике. По результатам численного расчета максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу во всей конструкции σ оказались в слое углепластика со стороны крепления (монтажная поверхность), т.е. совпали с σ_m . Минимальные значения реакции R_1 возникли в моделях 7 и 9, для остальных реакций – в

модели 3. Максимальные значения реакции возникли в модели 10. Низшая собственная частота свободных колебаний в случае температурного преднапряжения $f_1(T)$ для моделей 2-11 практически не отличается от f_1 без учета температурного преднапряжения.

Таблица 1. Расчетные значения силовых характеристик

Характеристики	Модель										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
u , мм		0,0814	0,0782	0,074	0,0699	0,0592	0,0569	0,0592	0,0569	0,055	0,0523
$\sigma = \sigma_m$, МПа		15,6	13,6	15,1	14	14,5	12,8	14,4	12,9	10,9	8,9
σ_r , МПа		2,6	2,4	11,6	10,6	8,6	7,9	7,9	7,4	8,6	5
σ_s , МПа		0,056	0,054	0,061	0,06	0,06	0,058	0,057	0,056	0,063	0,071
σ_r^* , МПа		1,8	1,8	9,8	9,2	8,6	7,9	7	6,9	3,7	2,9
R_1 , Н		601	558	634	579	594	541	595	541	769	720
R_2 , Н		228	200	248	212	260	220	266	224	410	358
R_3 , Н		240	208	260	221	272	229	275	231	418	362
R_4 , Н		400	353	422	364	420	360	426	361	632	552
R_5 , Н		300	272	326	293	327	294	311	282	381	361
R_6 , Н		430	378	456	391	455	388	458	386	692	605
$f_1(T)$, Гц		107,47	104,97	111,01	107,42	121,12	117,69	121,08	117,66	124,74	121,79
f_1 , Гц	151,45	107,66	105,15	111,19	107,59	121,28	117,84	121,24	117,81	124,94	121,98

Очевидно, что уже при такой размерности таблицы затруднительны экспертный анализ и интерпретация результатов без дополнительной их обработки. Представленные в таблице числовые данные характеризуют количественный отклик каждой силовой характеристики к каждому конструктивному фактору и являются основой для анализа. Однако, отметим, анализ чувствительности следует рассматривать как первый из серии возможных приемов интеллектуального анализа полученного массива данных.

Заключение. В статье рассмотрен подход к формированию массива числовых данных для дальнейшего анализа чувствительности целевых характеристик исследуемого объекта к изменению переменных проектирования. Подход апробирован на примере сегмента зеркала параболической антенны, для которого целевыми характеристиками являются наборы величин, характеризующих поведение сегмента при тепловом нагружении, а в качестве переменных проектирования выступают вносимые при разработке объекта конструктивные изменения.

Новизна подхода заключается в построении многомерного и многоуровневого графа-модели, отражающего логику взаимосвязей конструктивных решений при разработке рассматриваемого объекта.

Применение полученного массива данных для анализа чувствительности целесообразно в использовании интеллектуальных информационных систем поддержки разработки инновационных конструкций параболических зеркальных антенн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Шаранюк А.В. Динамика конструкций. Анализ и оптимизация. М.: Наука. 1989. 262 с.
2. Гончаров П.С., Артамонов И.А., Халитов Т.Ф., Денисихин С.В., Сотник Д.Е. NX Advanced Simulation. Инженерный анализ. М.: ДМК Пресс. 2012. 504 с.

3. Городецкий А.С., Евзеров И.Д. Компьютерные модели конструкций. М.: Издательство АСВ. 2009. 360 с.
4. Дмитриева Т.Л. Адаптивные многоуровневые математические модели в численной оптимизации пластинчато-стержневых конструкций: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.: МГСУ. 2011. 38 с.
5. Дмитриева Т.Л., Ле Чан Минь Дат. Алгоритм оптимизации на основе аппроксимаций // Вестник ИрГТУ. 2012. № 12. С. 134-140.
6. Зарубин В.А. Анализ чувствительности, оптимизация и их информационное обеспечение в МКЭ-системах // Расчеты на прочность. Сборник научных статей. Вып. 32. М.: Машиностроение. 1990. С. 151-168.
7. Нгуен Д.Д. Математическое и программное обеспечение для анализа чувствительности параметров колебаний пластинчато-оболочечных конструкций: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Иркутск: БГУЭП. 2012. 16 с.
8. Райншке К. Модели надежности и чувствительности систем. М.: Мир. 1979. 454 с.
9. Распопина В.Б. Разработка методов анализа чувствительности геометрически нелинейных упругих механических систем при статических нагрузках: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Иркутск: ИрИИТ. 2000. 23 с.
10. Рычков С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. М.: ДМК Пресс. 2013. 784 с.
11. Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А. Анализ чувствительности в некротных критических точках и оптимальное проектирование геометрически нелинейных конструкций // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2014. Т. 26. С. 236-240. Режим доступа: <http://e-koncept.ru/2014/64348.htm> (дата обращения 03.05.2020).
12. Сергеев О.А., Киселев В.Г., Сергеева С.А., Новиков В.В. Анализ чувствительности и оптимизация пологих стержневых конструкций с учетом геометрической нелинейности и ограничений на устойчивость // Проблемы прочности и пластичности. 2018. Т. 80. № 3. С. 380-391.
13. Сергеева С.А. Анализ чувствительности и оптимизация пространственных рамных конструкций с учетом ограничений по усталостной долговечности: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Нижний Новгород: НГУ. 1997. 20 с.
14. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. М.: Советское радио. 1972. 240 с.
15. Троицкий А.В. Математические модели и методы анализа чувствительности в задачах оптимизации конструкций роторов: автореф. дис. канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006. 16 с.
16. Тушев О.Н., Донских О.Н. Определение вероятностных моментов фазовых координат нелинейной модели конструкции // Известия вузов. Машиностроение. 2016. № 2. С. 3-10.
17. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование: механические системы и конструкции. М.: Мир. 1983. 480 с.
18. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. М.: Мир. 1988. 428 с.
19. Хуан Ш., Костин В.А., Лаптева Е.Ю. Применение метода анализа чувствительности для решения обратной задачи ползучести кессона конструкции на основе модели суперэлементов // Вестник МАИ. 2018. Т. 25, № 3. С. 64-72.

A MULTILEVEL MODEL OF A PARABOLIC ANTENNA MIRROR SEGMENT FOR ANALYZING THE SENSITIVITY OF POWER CHARACTERISTICS TO A DESIGN FACTOR

Elena M. Rejzmun

PhD, Researcher, Laboratory of Computational Mechanics and Risk Analysis,
Krasnoyarsk Branch of the Federal Research Center for Information and Computational,
e-mail: e.sigova@gmail.com,
Technologies, 53, Mira avenue, 660049, Krasnoyarsk, Russia,

Annotation. A technology for studying the possibilities of constructive solutions on the resulting characteristics of products using the example of mirror segments of a large parabolic antenna is proposed and tested. Power structures for static and dynamic analysis are selected. A list of constructive solutions is determined, the influence of which on the resulting characteristics is of interest, and an appropriate system of numerical models is developed. The novelty of the approach lies in the construction of a multidimensional and multi-level graph-model, which reflects the logic of the relationship of constructive solutions in the development of the object under consideration.

Keywords: multilevel modeling, decomposition, sensitivity analysis, three-layer compositions multi-support shells

References

1. Banichuk N.V., Ivanova S.Ju., Sharanjuk A.V. Dinamika konstrukcij. Analiz i optimizacija [Dynamics of constructions. Analysis and optimization]. Moskva: Nauka = Moscow: Science. 1989. 262 p. (in Russian).
2. Goncharov P.S., Artamonov I.A., Halitov T.F., Denisihin S.V., Sotnik D.E. NX Advanced Simulation. Inzhenernyj analiz [NX Advanced Simulation. Engineering analysis]. Moskva: DMK Press = Moscow: DMK Press. 2012. 504 p. (in Russian).
3. Gorodeckij A.S., Evzerov I.D. Komp'yuternye modeli konstrukcij [Computer models of structures]. Moskva: Izd-vo ASV = Moscow : ACU Publ. 2009. 360 p. (in Russian).
4. Dmitrieva T.L. Adaptivnye mnogourovnevnye matematicheskie modeli v chislennoj optimizacii plastinchato-sterzhnevyyh konstrukcij. Dis. dokt. tech. nauk [Adaptive multi-level mathematical models in the numerical optimization of plate-rod structures. Extended Abstract of D.Sc. Thesis]. Moskva : Izd-vo MGSU = Moscow State Construction University Publ. 2011. 38 p. (in Russian).
5. Dmitrieva T.L., Le Chan Min' Dat. Algoritm optimizacii na osnove approksimacij [Approximation-Based Optimization Algorithm] // Vestnik IrGTU = ISTU Bulletin. 2012. № 12. Pp. 134-140. (in Russian).
6. Zarubin V.A. Analiz chuvstvitel'nosti, optimizacija i ih informacionnoe obespechenie v MKJe-sistemah [Sensitivity analysis, optimization and their information support in FEM systems] // Raschety na prochnost'. Sbornik nauchnyh statej. Vyp. 32 = Strength

- calculations. Collection of scientific articles. Iss. 32. Moskva: Mashinostroenie = Moscow: Mechanical Engineering. 1990. Pp. 151-168 (in Russian).
7. Nguen D.D. Matematicheskoe i programmnoe obespechenie dlja analiza chuvstvitel'nosti parametrov kolebanij plastinchato-obolochennykh konstrukcij. Avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk. [Mathematical and software for analyzing the sensitivity of vibration parameters of plate-shell structures. Ph.D. Tesis]. Irkutsk: Izd-vo BGUJeP = Baikal State University of Economics and Law Publ. 2012. 16 p. (in Russian).
 8. Rajnshke K. Modeli nadezhnosti i chuvstvitel'nosti system. Avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk [System reliability and sensitivity models]. Moskva: Mir = Moscow: World. 1979. 454 p. (in Russian).
 9. Raspopina V.B. Razrabotka metodov analiza chuvstvitel'nosti geometricheski nelinejnykh uprugih mehanicheskikh sistem pri staticheskikh nagruzkah [Development of methods for analyzing the sensitivity of geometrically nonlinear elastic mechanical systems under static loads. Ph.D. Tesis]. Irkutsk: Izd-vo IrIIT = Irkutsk Institute of Railway Engineers Publ. 2000. 23 p. (in Russian).
 10. Rychkov S.P. Modelirovanie konstrukcij v srede Femap with NX Nastran [Structural modeling in Femap with NX Nastran]. Moskva: DMK Press = Moscow: DMK Press. 2013. 784 p. (in Russian).
 11. Sergeev O.A., Kiselev V.G., Sergeeva S.A. Analiz chuvstvitel'nosti v nekratnykh kriticheskikh tochkah i optimal'noe proektirovanie geometricheski nelinejnykh konstrukcij [Sensitivity analysis at multiple critical points and optimal design of geometrically nonlinear structures] // Nauchno-metodicheskij jelektronnyj zhurnal «Koncept» = Scientific and methodological electronic journal "Concept". 2014. T. 26. Pp. 236-240. Available at: <http://e-koncept.ru/2014/64348.htm>, accessed 03.05.2020. (in Russian).
 12. Sergeev O.A., Kiselev V.G., Sergeeva S.A., Novikov V.V. Analiz chuvstvitel'nosti i optimizacija plogih sterzhnevnykh konstrukcij s uchetom geometricheskoj nelinejnosti i ogranichenij na ustojchivost' [Sensitivity analysis and optimization of flat bar structures taking into account geometric non-linearity and stability restrictions] // Problemy prochnosti i plastichnosti = Problems of strength and plasticity. 2018. T. 80, № 3. Pp. 380-391 (in Russian).
 13. Sergeeva S.A. Analiz chuvstvitel'nosti i optimizacija prostranstvennykh ramnykh konstrukcij s uchetom ogranichenij po ustalostnoj dolgovechnosti. Avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk. [Sensitivity analysis and optimization of spatial frame structures taking into account fatigue life limitations. Ph.D. Tesis]. Nizhny Novgorod: Izd-vo NGU = Nizhny Novgorod State University Publ. 1997. 20 p. (in Russian).
 14. Tomovich R., Vukobratovich M. Obshhaja teorija chuvstvitel'nosti [General theory of sensitivity]. Moskva: Sovetskoe radio = Moscow: Soviet radio. 1972. 240 p. (in Russian).
 15. Troickij A.V. Matematicheskie modeli i metody analiza chuvstvitel'nosti v zadachah optimizacii konstrukcij rotorov. Avtoref. dis. ... kand. tehn. nauk. [Mathematical models and methods for sensitivity analysis in problems of optimizing rotor designs. Ph.D. Tesis]. Moscow. MGTU im. N.Je. Baumana = Moscow State Technical University named after N.E. Bauman Publ. 2006. 16 p. (in Russian).
 16. Tushev O.N., Donskih O.N. Opredelenie verojatnostnykh momentov fazovykh koordinat nelinejnoj modeli konstrukcii [Determination of the probabilistic moments of the phase

- coordinates of a nonlinear design model] // *Izvestija vuzov. Mashinostroenie = University News. Mechanical Engineering*. 2016. № 2. Pp. 3-10. (in Russian).
17. Hog Je., Arora Ja. *Prikladnoe optimal'noe proektirovanie: mehanicheskie sistemy i konstrukcii [Applied optimal design: mechanical systems and structures]*. Moskva: Mir = Moscow: World. 1983. 480 p. (in Russian).
 18. Hog Je., Choj K., Komkov V. *Analiz chuvstvitel'nosti pri proektirovanii konstrukcij [Sensitivity analysis in structural design]*. Moskva: Mir = Moscow: World. 1988. 428 p. (in Russian).
 19. Huan Sh., Kostin V.A., Lapteva E.Ju. *Primenenie metoda analiza chuvstvitel'nosti dlja reshenija obratnoj zadachi polzuchesti kessona konstrukcii na osnove modeli superjelementov [Application of a sensitivity analysis method to solve the inverse creep problem of a caisson of a structure based on a model of superelements]*. // *Vestnik MAI = Moscow Aviation Institute Bulletin*. 2018. T. 25. № 3. Pp. 64-72 (in Russian).